

8) Un produit particulier

« La pêche aux zéros »

Dans les deux « filets » ci-dessous, chaque nœud pointé est le produit des nœuds pointant sur lui.

COMPLÈTE ces deux « filets » sachant que chaque nœud contient :

- Pour la figure 1 : un 0 ou un 1.

Pour la figure 2 : un entier relatif

Figure 1

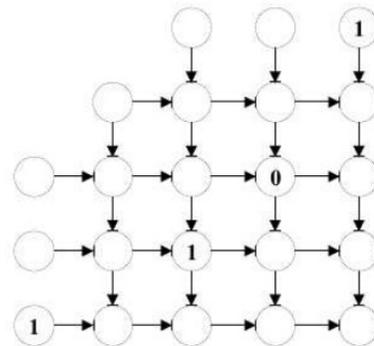


Figure 2

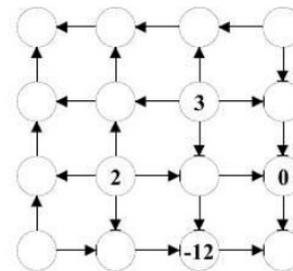


Table des matières

Equation du premier degré – solution – degré de l'équation

1. Je me teste

Page 3

Défi

Page 5

3. Point matière

Page 9

4. Exercices dirigés

Page 11

Mise en évidence - Identités Rem - Eq carrées

5. Exercices

Page 15

- a) Connaître page 15
- b) Appliquer page 15
- c) Transférer page 18

I. Je me teste

Proposition	Réponse A	Réponse B	Réponse C
① L'expression « $5x + 3$ » est	un produit	une somme	une équation

💡 Détermine la dernière opération effectuée.

② L'expression « $5(x + 3)$ » est	un produit	une somme	une équation
-----------------------------------	------------	-----------	--------------

💡 $(x + 3)$ est un facteur dans cette expression.

③ L'équation « $4x + 3 = 7$ » a pour solution :	2	1	0
---	---	---	---

💡 Tu peux tester les solutions proposées. $4 \cdot 1 + 3 = 7$

④ La forme factorisée de l'expression « $5x + 15$ » est	$5(x + 3)$	$5(x + 15)$	$5(x + 1)$
---	------------	-------------	------------

💡 $k \times a + k \times b = k \times (a + b)$

⑤ La forme factorisée de l'expression « $x^2 + 6x + 3^2$ » est	$x^2 + 3$	$(x + 3)^2$	$(x + 9)^2$
--	---------------------------------	-------------	-----------------------------------

💡 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ identités remarquables

L'équation « $x^2 + 6x + 3^2 = 0$ » a pour solution(s)	0	3	-3
--	--------------	--------------	----

💡 Teste les solutions proposées.

L'équation « $x^2 + 6x + 3^2 = 0$ » est une équation de degré :	0	1	2
---	---	---	---

💡 Le degré d'un polynôme réduit de variable x est l'exposant le plus grand de la variable x .

⑥ La forme factorisée de l'expression « $x^2 - 25$ » est	$(x - 5)^2$	$(x - 5)(x + 5)$	$(5 - x)(5 + x)$
--	-----------------------------------	------------------	--

💡 $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ identités remarquables : reste à savoir ce que valent a et b.

L'équation « $x^2 - 25 = 0$ » a pour solution(s)	5	5 et 1	5 et -5
--	---	-------------------	---------

💡 Teste les solutions proposées.

L'équation « $x^2 - 25 = 0$ » est une équation de degré :	0	1	2
---	---	---	---

Produit

⑦ L'équation « $\frac{5x}{3} = \frac{-3}{5}$ » a pour solution :	$x = \frac{13}{+5}$	$x = -3 \cdot 5$	$x = \frac{-3}{5}$
--	---	--	--------------------

💡 On peut diviser les deux membres d'une équation par un même nombre non nul.

⑧ L'équation « $2x + 3 = 0$ » a pour solution :	$x = \frac{13}{+2}$	$x = -3 - 2$	$x = \frac{-3}{2}$
---	---	------------------------------------	--------------------

💡 On peut rajouter un même nombre aux deux membres d'une équation, l'égalité est conservée.

Défi réussi ?

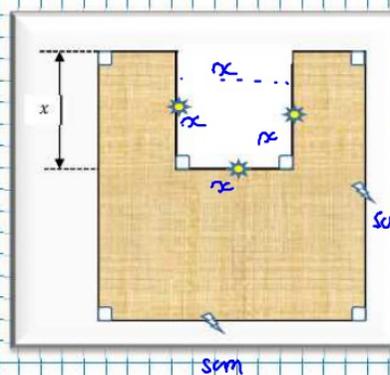


On considère une pièce industrielle, de forme carrée, de côté 5 cm dans laquelle on a découpé un carré de côté x cm. Les aires sont exprimées en cm^2 .

DETERMINE la valeur de x telle que l'aire de la pièce industrielle soit de 16 cm^2 .

ECRIS tout ton raisonnement et tous tes calculs.

EXPRIME tes réponses au dixième de centimètre près s'il y a lieu.



$$a(\text{grand carré}) = c^2 = 25 \text{ cm}^2$$

$$a(\text{carré blanc}) = x^2$$

$$a(\text{pièce découpée}) = 16$$

$$a(\text{grand}) - a(\text{petit}) = 16$$

$$25 - x^2 = 16$$

$$25 - x^2 - 16 = 0$$

$$9 - x^2 = 0$$

$$(3-x)(3+x) = 0$$

$$3-x=0 \quad \text{ou} \quad 3+x=0$$

$$-x = -3 \quad \text{ou} \quad x = -3$$

$$\boxed{x = 3} \quad \text{ou} \quad \boxed{x = -3}$$

Des distances négatives, la solution est 3.
Défi relevé

La valeur de x telle que l'aire de la pièce industrielle soit de 16 cm^2 est **3** cm.



2. Activités : Retour aux équations et un zeste de factorisation.

Activité 1

DÉTERMINE parmi les nombres ci-dessous ceux qui sont solution de l'équation :

$$x^2 - 3x = 2 - 4x$$



0	1	-1	2	-2	3	-3
---	---	----	---	----	---	----

Rappelle-toi comment on vérifie si un nombre est solution d'une équation.

Calculs : $(-2)^2 - 3(-2) \stackrel{?}{=} 2 - 4(-2)$ \Rightarrow 1 est solution de l'équation
 $4 + 6 \stackrel{?}{=} 2 + 8$ \Rightarrow oui
 $1^2 - 3 \cdot 1 \stackrel{?}{=} 2 - 4 \cdot 1$
 $1 - 3 \stackrel{?}{=} 2 - 4$
 $-2 \stackrel{?}{=} -2$
 oui

L'équation proposée est une équation de degré 2...
 Et il y a 2 solution(s) (dans ces particularités)
 Nous n'avons pas encore appris comment les résoudre maistentons l'exploit !



Pistes : Mets tous les termes dans le premier membre



Réduis les termes semblables

Factorise

$$x^2 - 3x = 2 - 4x$$

$$x^2 - 3x + 4x - 2 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \quad \text{équation du second degré}$$

$$(x+2)(x-1) = 0$$

\hookrightarrow méthode Horner

Activité 2

On considère l'équation $(x+3)(2x-1) = 0$.

- Quelle est la nature de son premier membre ? produit de facteurs
- Quelle est le degré de chacun des facteurs du premier membre ? degré 1
- Quel est son second membre ? zéro
- Un produit de facteurs est égal à zéro si au moins un des facteurs est égal 0
- Recherche la ou les solutions de l'équation

$$(x+3)(2x-1) = 0$$

$$x+3 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x-1 = 0$$

$$\boxed{x = -3} \quad \text{ou} \quad \boxed{x = \frac{1}{2}}$$

$$S = \left\{ -3; \frac{1}{2} \right\}$$

Activité 3 (Activité 7 série 1 : NAM page 98)

COMPLÈTE le tableau suivant

- * en barrant les nombres de la colonne 2 qui ne sont pas solutions de l'équation donnée dans la colonne 1;
- * en écrivant dans la colonne 3 toutes les solutions de cette équation. (Piste : examine le degré du polynôme)

Équations	Barre les nombres qui ne sont pas solutions	Toutes les solutions sont...
$x \cdot (x - 2) = 0$	-1; 0; 2	0 et 2
$(x - 5) \cdot (x + 2) = 0$	1; 2; 5	5 et -2
$(2x + 1) \cdot (x - 3) = 0$	-1/2; 1/2; 3	-1/2 et 3
$x^2 - 25 = 0$	-4; 5; 25	5 et -5
$x^2 + 2 = 0$	-2; $-\sqrt{2}$; 2	impossible ou $S = \emptyset$
$(x - 3)^2 = 0$	-3; 0; 3	3
$(x + 1)^2 = 0$	-1; 1; 4	1 et -3
$2x \cdot (3x - 5) \cdot (x + 1) = 0$	-2; -1; 5/3	0, -1 et 5/3
$(x + 1) \cdot (4x^2 - 9) = 0$	-1; 3/2; 3/4	-1; 3/2; 3/4

Handwritten notes:

- For $x^2 - 25 = 0$: $(x+5)(x-5) = 0$, solutions $x = -5$ and $x = 5$.
- For $x^2 + 2 = 0$: $x = \pm \sqrt{-2}$, impossible.
- For $(x-3)^2 = 0$: $x = 3$.
- For $(x+1)^2 = 0$: $x = -1$.
- For $2x \cdot (3x-5) \cdot (x+1) = 0$: solutions $x = 0, -1, 5/3$.
- For $(x+1) \cdot (4x^2-9) = 0$: solutions $x = -1, 3/2, 3/4$.

Vertical notes on the right:

- degré 2 (next to the first three rows)
- degré 3 (next to the last two rows)



$x+1=0 \Rightarrow x=-1$ $2x+3=0 \Rightarrow x=-3/2$ $2x-3=0 \Rightarrow x=3/2$
 $x=-4$ $2x=-3 \Rightarrow x=-3/2$ $2x=3 \Rightarrow x=3/2$
 Observe : $x = -3/2$ $x = 3/2$



- * Les premiers membres des équations proposées sont tous égaux à zéro. Certains sont des produits de facteurs du premier degré; quand ils ne le sont pas on tente de les factoriser..
- * Le nombre maximal de solutions dépend du degré du polynôme (lorsque le premier membre est développé et réduit)

Exercices

Activité 7 – Équations produits



a) Complète le tableau suivant.

Équations	Barre les nombres qui ne sont pas solutions.	Note toutes les solutions.
$x \cdot (x - 2) = 0$	1 0 2	2 solutions 0 et 2
$(x - 5) \cdot (x + 2) = 0$	1 2 5	5 est solution et -2
$(2x + 1) \cdot (x - 3) = 0$	$-\frac{1}{2}$ 1 3	$-\frac{1}{2}$ et 3
$x^2 - 25 = 0$ $(x+5)(x-5)=0$	4 5 25	5 est solution et (-5)
$x^2 + 2 = 0$ $x^2 = -2$	x 2 12 9	—
$(x + 1)^2 - 4 = 0$ $(x+1-2)(x+1+2)=0$	1 1 3	1 et -3
$2x \cdot (3x - 5) \cdot (x + 1) = 0$	2 1 3	0; $\frac{5}{3}$ et -1
$(x + 1) \cdot (4x^2 - 9) = 0$ $(x+1)(2x-3)(2x+3)=0$	1 $\frac{3}{2}$ $\frac{9}{4}$	-1; $\frac{3}{2}$; $-\frac{3}{2}$
$(x - 3)^2 = 0$ $(x-3)=0$	-3; 0; 3	3

281
B-C

?
2
)=2

$3x - 5 = 0$
 $x = \frac{5}{3}$

$x^2 = x \cdot x = 0$

$2x + 1 = 0$
 $2x = -1$
 $x = -\frac{1}{2}$

4. Exercices dirigés

RÉSOLUS les équations suivantes et note l'ensemble des solutions

A) Outil : mise en évidence

$6x^2 - 12x^2 = 0$ $6x^2(x-2) = 0$ $x^2 = 0$ ou $x-2 = 0$ $x = 0$ ou $x = 2$ $S = \{0; 2\}$	$3x^2 = -4x$ $3x^2 + 4x = 0$ $x(3x+4) = 0$ $x = 0$ ou $3x+4 = 0$ $x = 0$ ou $x = -\frac{4}{3}$ $S = \{-\frac{4}{3}; 0\}$	$(x+3)^2 - 7(x+3) = 0$ $(x+3)(x+3-7) = 0$ $(x+3)(x-4) = 0$ $x+3 = 0$ ou $x-4 = 0$ $x = -3$ ou $x = 4$ $S = \{-3; 4\}$	$\frac{(x-3)(x-5) + x = 5}{1 \cdot 5 - 5}$ $(x-3)(x-5) + (x-5) = 0$ $(x-5)(x-3+1) = 0$ $(x-5)(x-2) = 0$ $x-5 = 0$ ou $x-2 = 0$ $x = 5$ ou $x = 2$ $S = \{2; 5\}$
---	---	--	--

B) Outil : identités remarquables

$4x^2 + 1 = 4x$ $4x^2 - 4x + 1 = 0$ $(2x-1)^2 = 0$ $2x-1 = 0$ $x = \frac{1}{2}$ $S = \{\frac{1}{2}\}$	$49x^2 = 1$ $49x^2 - 1 = 0$ $(7x+1)(7x-1) = 0$ $7x+1 = 0$ ou $7x-1 = 0$ $7x = -1$ ou $7x = 1$ $x = -\frac{1}{7}$ ou $x = \frac{1}{7}$ $S = \{-\frac{1}{7}; \frac{1}{7}\}$	$36x^2 + 12x + 1 = 0$ $(6x+1)^2 = 0$ $6x+1 = 0$ $6x = -1$ $x = -\frac{1}{6}$ $S = \{-\frac{1}{6}\}$	$9x^2 + 4 = 12x$ $9x^2 - 12x + 4 = 0$ $(3x-2)^2 = 0$ $3x-2 = 0$ $3x = 2$ $x = \frac{2}{3}$ $S = \{\frac{2}{3}\}$
--	---	--	--

C) Outil : équations « carrées »

$x^2 = 81$ $x^2 - 81 = 0$ $(x+9)(x-9) = 0$ $x+9 = 0$ ou $x-9 = 0$ $x = -9$ ou $x = 9$ $S = \{-9; 9\}$	$3x^2 = 75$ $3x^2 - 75 = 0$ $3(x^2 - 25) = 0$ $3(x+5)(x-5) = 0$ $x+5 = 0$ ou $x-5 = 0$ $x = -5$ ou $x = 5$ $S = \{-5; 5\}$	$x^2 = -49$ $x^2 + 49 = 0$ $(x+7i)(x-7i) = 0$ $x = 7i$ ou $x = -7i$ $S = \{7i; -7i\}$	$x^2 = 24$ $x^2 - 24 = 0$ $(x+\sqrt{24})(x-\sqrt{24}) = 0$ $(x+2\sqrt{6})(x-2\sqrt{6}) = 0$ $x+2\sqrt{6} = 0$ ou $x-2\sqrt{6} = 0$ $x = -2\sqrt{6}$ ou $x = 2\sqrt{6}$ $S = \{-2\sqrt{6}; 2\sqrt{6}\}$
--	--	---	--

On appelle équation carrée, une équation de la forme $x^2 = a$, où a est un nombre quelconque.

Toujours résoudre en utilisant « la différence de deux carrés » égale à zéro.

- si $a < 0$, alors l'équation n'a pas de solution : $S = \emptyset$
- si $a = 0$, alors l'équation a une solution unique $x = 0$: $S = \{0\}$
- si $a > 0$, alors l'équation a deux solutions $x = \sqrt{a}$ et $x = -\sqrt{a}$: $S = \{-\sqrt{a}; \sqrt{a}\}$

Outils A mise en évidence

Page 11 Série A

$$\textcircled{1} \quad 6x^3 - 12x^2 = 0$$

$$6x^2(x-2) = 0$$

$$x^2 = 0 \text{ ou } x - 2 = 0$$

$$\boxed{x=0} \quad \boxed{x=2}$$

$$\boxed{S = \{0; 2\}}$$

$$\textcircled{3} \quad (x+3)^2 - 7(x+3) = 0$$

$$\textcircled{4} \quad (x-3)(x-5) + x = 5$$

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 = -4x$$

$$\underline{3x^2} + \underline{4x} = 0$$

$$x(3x+4) = 0$$

$$\swarrow \quad \searrow$$
$$x=0 \quad \text{ou} \quad 3x+4=0$$

$$x=0 \quad \text{ou} \quad 3x = -4$$
$$x = -\frac{4}{3}$$

$$\boxed{x=0} \quad \text{ou}$$
$$\boxed{S = \left\{-\frac{4}{3}; 0\right\}}$$

Outils : A) mise en évidence

$$\textcircled{3} \quad \overbrace{(x+3)^2} - \overbrace{7(x+3)} = 0$$

$$(x+3)(x+3-7) = 0$$

$$(x+3)(x-4) = 0$$

↙ ↘

$$x+3=0 \text{ ou } x-4=0$$

$$x = -3 \text{ ou } x = 4$$

$$S = \{-3; 4\}$$

$$\textcircled{4} \quad (x-3)(x-5) + x = 5$$

$$\overbrace{(x-3)(x-5)} + \overbrace{(x-5)} = 0$$

$$(x-5)(x-3+1) = 0$$

$$(x-5)(x-2) = 0$$

↙ ↘

$$x-5=0 \text{ ou } x-2=0$$

$$x = 5$$

$$x = 2$$

$$S = \{2; 5\}$$

Outils : B)identités remarquables

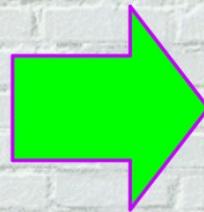
Page 11 Série b

$$\textcircled{1} \quad 4x^2 + 1 = 4x$$

$$\textcircled{3} \quad 36x^2 + 12x + 1 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad 49x^2 = 1$$

$$\textcircled{4} \quad 9x^2 + 4 = 12x$$



Outils : b) identités remarquables

$$\textcircled{1} 4x^2 + 1 = 4x$$

$$\frac{4x^2}{2x} + \frac{1}{1} - 4x = 0$$

\downarrow \downarrow $2 \cdot 2x \cdot 1$
 $2x$ 1

$$(2x - 1)^2 = 0$$

$$(2x - 1)(2x - 1) = 0$$

$$\downarrow$$
$$2x - 1 = 0$$
$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$\textcircled{2} 49x^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow 49x^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (7x + 1)(7x - 1) = 0$$

$$7x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 7x - 1 = 0$$

$$7x = -1$$

$$x = -\frac{1}{7}$$

$$7x = 1$$

$$x = \frac{1}{7}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{7}; \frac{1}{7} \right\}$$

Outils : b) identités remarquables

$$\textcircled{3} \quad 36x^2 + 12x + 1 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow \sqrt{\quad} & & \downarrow \sqrt{\quad} \\ 6x & \uparrow \text{oi} & 1 \\ & 2 \cdot 6x \cdot 1 & \end{array}$$

$$\Leftrightarrow (6x+1)^2 = 0$$

$$\downarrow \\ 6x+1 = 0$$

$$6x = -1$$

$$x = -\frac{1}{6}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{6} \right\}$$

$$\textcircled{4} \quad 9x^2 + 4 = 12x$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 + 4 - 12x = 0$$
$$\begin{array}{ccc} \downarrow \sqrt{\quad} & \downarrow \sqrt{\quad} & \uparrow ? \\ 3x & 2 & 2 \cdot 3x \cdot 2 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow (3x-2)^2 = 0$$

$$\downarrow \\ 3x-2 = 0$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$

Outils : c) Equations "carrées"

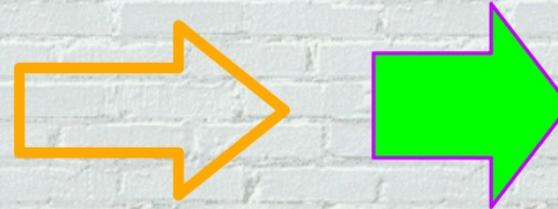
Page 11 Série c

$$\textcircled{1} \quad x^2 = 81$$

$$\textcircled{3} \quad x^2 = -49$$

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 = 75$$

$$\textcircled{4} \quad x^2 = 24$$



Outils : c) Equations "carrées"

Page 11 Série c

$$\textcircled{1} \quad x^2 = 81$$

$$\underbrace{x^2}_{x} - \underbrace{81}_9 = 0$$

$$(x+9)(x-9) = 0$$

$$9+x=0 \quad \text{ou} \quad x-9=0$$

$$x = -9$$

$$\text{ou} \quad x = 9$$

$$x = 9$$

$$S = \{-9; 9\}$$

$$\textcircled{2} \quad 3x^2 = 75$$

$$\underline{3x^2} - \underline{75} = 0$$

$$3(x^2 - 25) = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$x \quad 5$$

$$3(x+5)(x-5) = 0$$

$$x+5=0 \quad \text{ou} \quad x-5=0$$

$$x = -5$$

$$\text{ou} \quad x = 5$$

$$S = \{-5; 5\}$$

Outils : c) Equations "carrées"

Page 11 Série c

$$\textcircled{3} \quad x^2 = -49$$

impossible!

Dans \mathbb{R} : un carré ne peut être négatif

$$S = \{\} \text{ ou } S = \emptyset$$

OU

$$\Leftrightarrow x^2 + 49 = 0$$

une somme de deux carrés n'est pas factorisable.

$$\textcircled{4} \quad x^2 = 24$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 24 = 0$$

(with arrows pointing from 24 to $\sqrt{24}$ and $-\sqrt{24}$)

$$\Leftrightarrow (x + \sqrt{24})(x - \sqrt{24}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2\sqrt{6})(x - 2\sqrt{6}) = 0$$

(with arrows pointing from the factors to the equations below)

$$x + 2\sqrt{6} = 0 \text{ ou } x - 2\sqrt{6} = 0$$

$$x = -2\sqrt{6}$$

$$x = 2\sqrt{6}$$

$$S = \{-2\sqrt{6}; 2\sqrt{6}\}$$

$$x^2 = 11$$

$$x^2 - 11 = 0$$

2 solutions $x = \sqrt{11}$ et $x = -\sqrt{11}$

Vérifications $(\sqrt{11})^2 = 11$ et $(-\sqrt{11})^2 = 11$

$$x^2 + 16 = 0$$

$$x^2 = -16$$

On peut se dire que comme un nombre au carré est toujours positif, on n'a aucune chance d'en trouver un qui vaut -16 donc cette équation n'a aucune solution. (parmi tous les nombres que l'on connaît en 3^{ème})

aucune solution.

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

1. Si $a > 0$ l'équation $x^2 = a$ admet 2 solutions \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$.
2. Si $a < 0$ l'équation $x^2 = a$ n'a aucune solution.
3. L'équation $x^2 = 0$ admet une solution, 0



Divers

Analyses

← somme
→ produit

$$\textcircled{1} \quad x(x-2)(2x+5) = 0$$

$$x=0$$

ou

$$x-2=0$$
$$x=2$$

$$\text{ou } 2x+5=0$$
$$2x = -5$$
$$x = \frac{-5}{2}$$

$$x = -2,5$$

$$S = \{-2,5; 0; 2\}$$

Vérif:

$$\textcircled{2} \quad \frac{2x^2}{2} = \frac{18}{2}$$
$$x^2 = 9$$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$(x+3)(x-3) = 0$$

produit

$$x+3=0 \quad \text{ou} \quad x-3=0$$
$$x=-3 \quad \text{ou} \quad x=3$$

$$S = \{-3; 3\}$$

OU

$$2x^2 = 18$$
$$2x^2 - 18 = 0$$
$$2(x^2 - 9) = 0$$
$$2(x+3)(x-3) = 0$$

etc....

Divers

$$\textcircled{3} \quad \underbrace{9(2x+6)} = \underbrace{2(x+11)} - \underbrace{2x^2}$$

$$\Leftrightarrow 18x + 54 = 2x + 22 - 2x^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 22 + 18x + 54 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 16x + 32 = 0$$

Mise en évidence

$$\Leftrightarrow 2(x^2 + 8x + 16) = 0$$

\downarrow \downarrow
 x 4
 $2 \cdot x \cdot 4$

$$\Leftrightarrow 2(x+4)^2 = 0$$

$\neq 0$
 $x+4=0$

$x = -4$

$S = \{-4\}$

$$2(x+4)(x+4) = 0$$

$\neq 0$ $= 0$ $= 0$

$$\underline{x+4=0} \text{ ou } \underline{x+4=0}$$

Divers

④ $20x^2 + 45 = 60x$

$20x^2 - 60x + 45 = 0$

$5(4x^2 - 12x + 9) = 0$
 $\downarrow \quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \downarrow$
 $2 \cdot 2 \quad \quad 2 \cdot 2 \cdot 3 \quad \quad 3$

$5(2x - 3)^2 = 0$
 $\neq 0$

$2x - 3 = 0$
 $2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$

$S = \{1, 5\}$

$18(2x^2 - 1) = 0$
 $\neq 0$
 $2x^2 - 1 = 0$

$\frac{-1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$
calculatrice

⑤ $36x^2 - 18 = 0$

$\frac{36x^2}{18} = \frac{18}{18}$

$\frac{36x^2}{18} = \frac{18}{18}$

$2x^2 = 1$

$2x^2 - 1 = 0$

$\sqrt{2}x \quad \quad \downarrow$
 1

$(\sqrt{2}x + 1)(\sqrt{2}x - 1) = 0$

$\sqrt{2}x + 1 = 0$ ou $\sqrt{2}x - 1 = 0$
 $\sqrt{2}x = -1$ ou $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$x = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$S = \{ \dots \} \quad x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

TB!

Divers

④ $20x^2 + 45 = 60x$

$$20x^2 - 60x + 45 = 0$$

$$5(4x^2 - 12x + 9) = 0$$

0*



$$\begin{array}{ccc} 4x^2 & - & 12x & + & 9 & = & 0 \\ \downarrow & & \uparrow & & \downarrow & & \\ 2x & & 2 \cdot 2x + 3 & & 3 & & \end{array}$$

$$5 \cdot (2x - 3)^2 = 0$$

$$S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

$$2x - 3 = 0$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

⑤ $36x^2 - 18 = 0$

$$18(2x^2 - 1) = 0$$

0*

$$2x^2 - 1 = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ \sqrt{2}x & 1 \end{array}$$

$$(\sqrt{2}x + 1)(\sqrt{2}x - 1) = 0$$

$$\sqrt{2}x + 1 = 0$$

$$\sqrt{2}x - 1 = 0$$

$$\sqrt{2}x = -1$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

ex. 6

$$(x+5)(2-7x) = (7x-2)(2x+3)$$

$$(x+5)(2-7x) - (7x-2)(2x+3) = 0$$

$$(x+5)(2-7x) + (2-7x)(2x+3) = 0$$

$$(2-7x)(x+5+2x+3) = 0$$

$$(2-7x)(3x+8) = 0$$

$$2-7x = 0$$

$$-7x = -2$$

$$x = \frac{-2}{-7}$$

$$x = \frac{2}{7}$$

$$3x+8 = 0$$

$$3x = -8$$

$$x = \frac{-8}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{-8}{3}; \frac{2}{7} \right\}$$

D) Divers

$$(5 - 4x)(6x + 2) = 0$$

$$(5 - 4x) = 0 \text{ ou } 6x + 2 = 0$$

$$-4x = -5 \text{ ou } 2(3x + 1) = 0$$

$$x = \frac{5}{4} \text{ ou } 3x + 1 = 0$$

$$3x = -1$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{5}{4} \right\}$$

$$x^3 + 12x^2 + 36x = 0$$

$$x(x^2 + 12x + 36) = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x & & 6 \end{array}$$

$$2 \cdot 6x$$

$$x(x + 6)^2 = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } x + 6 = 0$$

$$x = -6$$

$$S = \{-6; 0\}$$

D) Divers

$$\textcircled{3} \quad 3x^3 = 18x^2 - 27$$

$$\Leftrightarrow 3x^3 - 18x^2 + 27 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3(\underbrace{x^3 - 6x^2 + 9}) = 0$$

$$3(x^2(x-6) + 9) = 0$$

?

erreur énoncé

$$3x^2 = 18x^2 - 27$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 18x^2 + 27 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3(x^2 - 6x^2 + 9) = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ x & & 3 \\ & \nearrow & \\ & 2 \cdot x \cdot 3 & \end{array}$$

$$\Leftrightarrow 3(x-3)^2 = 0$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ x-3=0 \\ x=3 \end{array}$$

$$S = \{3\}$$

⑤

④

APPLIQUER 1

Résous les équations suivantes et note l'ensemble des solutions

$$(x - 2)(x + 1)(2x - 1) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x - 1 = 0$$

$$x = 2 \quad \text{ou} \quad x = -1 \quad \text{ou} \quad x = 0,5$$

Cette équation admet trois racines

solutions

$$S = \{ -1 ; 0,5 ; 2 \}$$

$$x^2 + 25 = 10x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

$$S = \{ 5 \}$$

$$(x + 5)(x + 2) = (4 - x)(x + 5)$$

$$\Leftrightarrow (x + 5)(x + 2) - (4 - x)(x + 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 5)(x + 2 - 4 + x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 5)(2x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x + 5)(x - 1) = 0$$

$$x + 5 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 1 = 0$$

$$x = -5 \quad \text{ou} \quad x = 1$$

$$S = \{ -5 ; 1 \}$$

APPLIQUER 2

Résous les équations suivantes et note l'ensemble des solutions

Produit

① $(3x - 5)(2x + 3) = 0$

$$3x - 5 = 0 \text{ ou } 2x + 3 = 0$$

$$3x = 5 \qquad 2x = -3$$

$$x = \frac{5}{3} \text{ ou } x = -\frac{3}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{3}; -\frac{3}{2} \right\}$$

② $2x(x - 1) = 7(x - 1)$

$$2x(x - 1) - 7(x - 1) = 0$$

$$(x - 1)(2x - 7) = 0$$

Produit

$$x - 1 = 0 \text{ ou } 2x - 7 = 0$$

$$x = 1 \text{ ou } x = \frac{7}{2}$$

$$S = \left\{ 1; \frac{7}{2} \right\}$$

$$S = \left\{ 1; \frac{7}{2} \right\}$$

③ $(x - 3)^2 = 25$

$$(x - 3)^2 - 25 = 0$$

$$x - 3$$

$$5$$

$$(x - 3 + 5)(x - 3 - 5) = 0$$

$$(x + 2)(x - 8) = 0$$

$$x + 2 = 0 \text{ ou } x - 8 = 0$$

$$x = -2 \text{ ou } x = 8$$

$$S = \left\{ -2; 8 \right\}$$

① ②

③ ⑤

④

⑤

⑤

④

APPLIQUER 2

Résous les équations suivantes et note l'ensemble des solutions



③ $(x-3)^2 = 25$

fait

$$x(3x+5)(3x-5) = 0$$

$$x=0$$

$$\text{ou } 3x+5=0 \text{ ou } 3x-5=0$$

$$x = -\frac{5}{3}$$

$$x = \frac{5}{3}$$

④ $9x^3 = 25x$

$$9x^3 - 25x = 0$$

$$x(9x^2 - 25) = 0$$

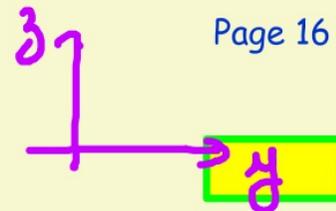
$$x=0 \text{ ou } (3x+5)=0 \text{ ou } 3x-5=0$$

$$x=0 \text{ ou } x = -\frac{5}{3} \text{ ou } x = \frac{5}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{5}{3}; 0; \frac{5}{3} \right\}$$

APPLIQUER 2 degré

Résous les équations suivantes et note l'ensemble des solutions



① produit
 $y(y-5)(3y+2) = 0$

$y=0$ ou $y-5=0$ ou $3y+2=0$

$y=0$ ou $y=5$ ou $y=-\frac{2}{3}$

$S = \left\{ -\frac{2}{3}; 0; 5 \right\}$

② $(x+3)(x-3) - 2(x+3) = 0$

$x^2 - 9 - (2x - 6) = 0$
 $x^2 - 9 - 2x + 6 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x-3)(x+3) - 2(x-3) = 0$
 $(x-3)(x+3-2) = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$
 $x-3=0$ ou $x+1=0$
 $x=3$ ou $x=-1$

$S = \{-1; 3\}$

③ $(a+5)^2 - a^2 + 25 = 0$

delta 4^2
 Horner 3^2

$S = \{-1; 3\}$

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤
- ⑤
- ④

APPLIQUER 2 degré 2 \rightarrow Si le polynôme est réductible

Résous les équations suivantes et note l'ensemble des solutions

$$\textcircled{3} \quad (a+s)^2 - a^2 + 25 = 0$$

$$(a+s)^2 + 2s - a^2 = 0$$

$$(a+s)^2 + (s+a)(s-a) = 0$$

$$(a+s)(\cancel{a+s} + s - \cancel{a}) = 0$$

$$(a+s) \cdot (s) = 0$$

$$s(a+s) = 0$$

$$a+s = 0$$

$$s = -s$$

$$a = -s$$

$$\text{OU} \quad (a+s)^2 - (a^2 - 2s) = 0$$

Vérifications

$$(-s+s)^2 - (-s)^2 + 2s \stackrel{?}{=} 0$$

$$0 - 2s + 2s \stackrel{?}{=} 0$$

$$0 \stackrel{?}{=} 0$$

Oui!

① ②

③ ⑤

④

⑤

⑤

APPLIQUER 2

Résous les équations suivantes et note l'ensemble des solutions

④ $k^2 - 6k + 9 = 0$

$$\begin{array}{c} \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \\ k \quad 6 \quad 3 \\ \text{2} \cdot k \cdot 3 \end{array}$$

$\Leftrightarrow (k - 3)^2 = 0$

$k - 3 = 0$

$k = 3$

$S = \{3\}$

① ②
③ ⑤
④

⑤

⑤

$x \neq$

$$\frac{(-4)}{(x)} = \frac{(x-16)}{(4)}$$

une égalité entre 2 fractions \equiv une proportion

produits croisés

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

$$(-4) \cdot 4 = x(x-16)$$

$$-16 = x^2 - 16x$$

$$-x^2 + 16x - 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow -(x^2 - 16x + 16) = 0$$

$$-(x-8)^2 = 0$$

$$x = 8 \quad S = \{8\}$$

$$\frac{(x+2)}{2(x+2)} = \frac{2x+4}{2}$$

$$\textcircled{1} \quad x+2 = \frac{2(x+2)}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad x+2 = \frac{2x}{2} + \frac{4}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{2(x+2)}{2} = \frac{2x+4}{2}$$

APPLIQUER 3

ÉCRIS une équation produit nul qui admet l'ensemble S comme ensembles de solution

① $S = \{-2; 3\}$

Une parmi d'autres ☺
 $(x+2)(x-3)=0$

② $S = \{-\frac{1}{3}; 3\}$

$(x+\frac{1}{3})(x-3)=0$

☺

③ $S = \{-2; 1; 6\}$

$(x+2)(x-1)(x-6)=0$

① ②

③ ⑤

④

⑤

④ ⑤



b) Résous les équations suivantes.



1) $(x - 4) \cdot (x + 3) = 0$

$$x \cdot (x - 7) = 0$$

$$(2x - 1) \cdot (3x + 1) = 0$$

$$3x \cdot (2x - 5) = 0$$

$$(x - 5)^2 = 0$$

2) $2x \cdot (3x + 5)^2 = 0$

$$2 \cdot (5x + 7) = 0$$

$$x \cdot (5 - 2x) \cdot (2x - 7) = 0$$

$$-3x \cdot (2 + 3x) = 0$$

$$(x + 1) \cdot (x^2 - 4) = 0$$

3) $x^2 - 14x + 49 = 0$

$$x^3 - 4x^2 = 0$$

$$9x^2 - 4 = 0$$

$$5x^2 - 20x + 20 = 0$$

$$3x^3 - 27x = 0$$

4) $x^2 = 5x$

$$x^2 - 8x = -16$$

$$x^2 - 24 = 25$$

$$4x^2 - 5 = 0$$

$$x^2 + 9 = 0$$

5) $(2x - 3)^2 - 4 = 0$

$$x^2 - (3x - 5)^2 = 0$$

$$x^3 - x = 2x^2 - 2$$

$$2 \cdot (x - 1) = 5 \cdot (x - 1)$$

$$x \cdot (x - 5) = x$$

6) $2x^2 = (2x + 1) \cdot (x - 2)$

$$5 + 3x^2 = (5 + 3x) \cdot x$$

$$2x^2 + 25 = x^2 + 10x$$

$$4x^2 - x = 16x^2 - 1$$

$$x^2 + x^3 + x = 3x^2$$

Equations produits

1 $(x-4) \cdot (x+3) = 0$



$x-4=0$ ou $x+3=0$

$x=4$

$x=-3$

3 $(2x-1) \cdot (3x+1) = 0$

$2x-1=0$ ou $3x+1=0$

$2x=1$ ou

$x=\frac{1}{2}$ ou

$3x=-1$

$x=-\frac{1}{3}$

1) $(x-4) \cdot (x+3) = 0$

$x \cdot (x-7) = 0$

$(2x-1) \cdot (3x+1) = 0$

$3x \cdot (2x-5) = 0$

$(x-5)^2 = 0$

2 $x \cdot (x-7) = 0$

$x=0$ ou $x-7=0$

$x=7$

$S = \{0; 7\}$

4 $3x \cdot (2x-5) = 0$

$3x=0$ ou $2x-5=0$

$x=0$ ou

$2x=5$

$x=\frac{5}{2}$

$S = \{0; 2,5\}$

$S = \{-\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\}$

I ★ $(x - 5)^2 = 0$

$$(x - 5)(x - 5) = 0$$

↓

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5$$

$$S = \{5\}$$

2

$$2) \quad 2x \cdot (3x + 5)^2 = 0$$

$$2 \cdot (5x + 7) = 0$$

$$x \cdot (5 - 2x) \cdot (2x - 7) = 0$$

$$-3x \cdot (2 + 3x) = 0$$

$$(x + 1) \cdot (x^2 - 4) = 0$$

$$2) \quad 2x \cdot (3x + 5)^2 = 0$$

$$2 \cdot (5x + 7) = 0$$

$$x \cdot (5 - 2x) \cdot (2x - 7) = 0$$

$$-3x \cdot (2 + 3x) = 0$$

$$(x + 1) \cdot (x^2 - 4) = 0$$

2★ $2x \cdot (3x + 5)^2 = 0$

$$2x = 0 \text{ ou } (3x + 5)^2 = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } 3x + 5 = 0$$

$$3x = -5$$

$$S = \left\{ -\frac{5}{3}; 0 \right\}$$

$$x = -\frac{5}{3}$$

3★ $x \cdot (5 - 2x) \cdot (2x - 7) = 0$

$$x = 0 \text{ ou } 5 - 2x = 0 \text{ ou } 2x - 7 = 0$$

$$\text{ou } 2x = 5 \text{ ou } 2x = 7$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{7}{2}$$

$$S = \left\{ 0; \frac{5}{2}; \frac{7}{2} \right\}$$

2★ $2 \cdot (5x + 7) = 0$

$$5x + 7 = 0$$

$$5x = -7$$

$$x = -\frac{7}{5}$$

$$S = \left\{ -\frac{7}{5} \right\}$$

AM 58b

4★ $-3x \cdot (2 + 3x) = 0$

$$-3x = 0 \text{ ou } 2 + 3x = 0$$

$$x = 0 \text{ ou } 3x = -2$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{2}{3}; 0 \right\}$$

2



$$(x + 1) \cdot (x^2 - 4) = 0$$

$$(x+1)(x^2-4)=0$$

$$(x+1)(x+2)(x-2)=0$$

$$x+1=0$$

$$x = -1$$

$$x+2=0$$

$$x = -2$$

$$x-2=0$$

$$x = 2$$

$$S = \{-2; -1; 2\}$$

3

$$x^2 - 14x + 49 = 0$$

$$x^3 - 4x^2 = 0$$

$$9x^2 - 4 = 0$$

$$5x^2 - 20x + 20 = 0$$

$$3x^3 - 27x = 0$$

AM 58b

3

$$x^2 - 14x + 49 = 0$$

$$x^3 - 4x^2 = 0$$

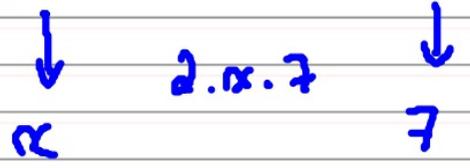
$$9x^2 - 4 = 0$$

$$5x^2 - 20x + 20 = 0$$

$$3x^3 - 27x = 0$$

3

★ $x^2 - 14x + 49 = 0$



$(x - 7)^2 = 0$

$(x - 7) \cdot (x - 7) = 0$
 $(x - 7) = 0$

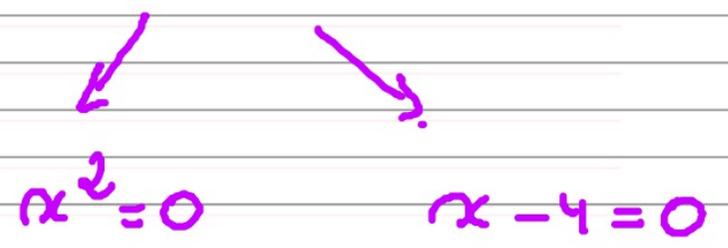
$x = 7$

$S = \{7\}$

★ 2

$x^3 - 4x^2 = 0$

$x^2(x - 4) = 0$



$x = 0$

$x = 4$

$S = \{0; 4\}$

★ 3

$9x^2 - 4 = 0$

★ 4

$5x^2 - 20x + 20 = 0$

★ 3 $9x^2 - 4 = 0$

$$(3x+2) \cdot (3x-2) = 0$$

$$x+2=0$$

$$3x-2=0$$

$$3x = -2$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

$$3x = 2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$S = \left\{ -\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right\}$$

★ 4

$$5x^2 - 20x + 20 = 0 \quad \text{AM 58b}$$

$$\underline{5x^2} - \underline{20x} + \underline{20} = 0$$

$$5 \left(\frac{x^2}{x} - \frac{4x}{2 \cdot x \cdot 2} + \frac{4}{2} \right) = 0$$

$$5 \left(x - 2 \right)^2 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$(x-2)(x-2) = 0$$

$$S = \{2\}$$

$$x-2=0$$

$$x=2$$

★ $3x^3 - 27x = 0$

3

$3x(x^2 - 9) = 0$

$x = 0$

$x^2 - 9 = 0$

$(x - 3)(x + 3) = 0$

$x - 3 = 0$

$x = 3$

$x + 3 = 0$

$x = -3$

4

4) $x^2 = 5x$
 $x^2 - 8x = -16$
 $x^2 - 24 = 25$
 $4x^2 - 5 = 0$
 $x^2 + 9 = 0$

$S = \{-3; 0; 3\}$

4

$$4) \quad x^2 = 5x$$

$$x^2 - 8x = -16$$

$$x^2 - 24 = 25$$

$$4x^2 - 5 = 0$$

$$x^2 + 9 = 0$$



$$x^2 = 5x$$

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0$$



$$x = 0$$

$$x - 5 = 0$$

$$x = 5$$

$$S = \{0; 5\}$$

4



$$x^2 - 8x = -16$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 4)^2 = 0$$

$$\downarrow$$
$$x - 4 = 0$$
$$x = 4$$

$$S = \{4\}$$

$$S = \{-7; 7\}$$



$$x^2 - 24 = 25$$



$$4x^2 - 5 = 0$$

★ 3

$$x^2 - 24 = 25$$

$$x^2 - 24 - 25 = 0$$

$$x^2 - 49 = 0$$

$$x^2 - 7^2 = 0$$

$$(x+7)(x-7) = 0$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$x+7=0 \qquad x-7=0$$

$$x = -7$$

$$x = 7$$

$$S = \{-7; 7\}$$

4

★ 4

$$4x^2 - 5 = 0$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$2x \qquad \sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow (2x + \sqrt{5})(2x - \sqrt{5}) = 0$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$2x + \sqrt{5} = 0 \quad \text{ou} \quad 2x - \sqrt{5} = 0$$

$$2x = -\sqrt{5}$$

$$x = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$2x = \sqrt{5}$$

$$x = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$S = \left\{ -\frac{\sqrt{5}}{2}; \frac{\sqrt{5}}{2} \right\}$$

★ 5

$$x^2 + 9 = 0$$

4

98

AM 58b

Impossible de factoriser
une somme de 2 carrés.

ou

$$x^2 = -9$$

Impossible qu'un carré soit
un nombre réel négatif.

$$S = \{ \}$$

ou

$$S = \emptyset$$

5

$$(2x - 3)^2 - 4 = 0$$

$$x^2 - (3x - 5)^2 = 0$$

$$x^3 - x = 2x^2 - 2$$

$$2 \cdot (x - 1) = 5 \cdot (x - 1)$$

$$x \cdot (x - 5) = x$$

AM 58b

$$5) (2x - 3)^2 - 4 = 0$$

$$x^2 - (3x - 5)^2 = 0$$

$$x^3 - x = 2x^2 - 2$$

$$2 \cdot (x - 1) = 5 \cdot (x - 1)$$

$$x \cdot (x - 5) = x$$

NAT 21 Serie 5

★ 1 $(2x-3)^2 - 4 = 0$

$$(2x-3+2)(2x-3-2) = 0$$

$$(2x-1)(2x-5) = 0$$

$$2x-1=0 \quad \text{ou} \quad 2x-5=0$$

$$2x=1$$

$$2x=5$$

$$x = \frac{1}{2} \quad \text{ou}$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{2}; \frac{5}{2} \right\}$$

★ 3 $x^3 - x = 2x^2 - 2$

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

$$x^2(x-2) - (x-2) = 0$$

$$(x-2)(x^2-1) = 0$$

$$(x-2)(x+1)(x-1) = 0$$

$$x-2=0 \quad x+1=0 \quad x-1=0$$

$$x=2$$

$$x=-1$$

$$x=1$$

$$S = \{-1; 1; 2\}$$

★ 2 $x^2 - (3x-5)^2 = 0$

AM 58b

$$(x-(3x-5))(x+3x-5) = 0$$

$$(x-3x+5)(x+3x-5) = 0$$

$$(-2x+5)(4x-5) = 0$$

$$-2x = -5$$

$$4x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$S = \left\{ \frac{5}{2}; \frac{5}{4} \right\}$$

★ 4 $2 \cdot (x-1) = 5 \cdot (x-1)$

$$2(x-1) - 5(x-1) = 0$$

$$(x-1)(2-5) = 0$$

$$(x-1)(-3) = 0$$

$$-3(x-1) = 0$$

$$\neq 0 \quad x-1 = 0$$

$$x=1$$

$$S = \{1\}$$

5

$$x \cdot (x - 5) = x$$

$$\underline{x(x-5) - x = 0}$$

$$x(x-5-1) = 0$$

$$x(x-6) = 0$$

$$\swarrow \quad \searrow x-6=0$$

$$x=0$$

$$x=6$$

$$S = \{0; 6\}$$

5

98

AM 58b

6

$$2x^2 = (2x + 1) \cdot (x - 2)$$

$$5 + 3x^2 = (5 + 3x) \cdot x$$

$$2x^2 + 25 = x^2 + 10x$$

$$4x^2 - x = 16x^2 - 1$$

$$x^2 + x^3 + x = 3x^2$$

6

$$2x^2 = (2x + 1) \cdot (x - 2)$$

$$5 + 3x^2 = (5 + 3x) \cdot x$$

$$2x^2 + 25 = x^2 + 10x$$

$$4x^2 - x = 16x^2 - 1$$

$$x^2 + x^3 + x = 3x^2$$

1 $2x^2 = (2x + 1) \cdot (x - 2)$

$$2x^2 = (2x + 1)(x - 2)$$

$$2x^2 = 2x^2 - 4x + x - 2$$

$$\cancel{2x^2} - \cancel{2x^2} + 4x - x + 2 = 0$$

$$S = \left\{ \frac{-2}{3} \right\}$$

$$3x + 2 = 0$$

$$3x = -2$$

$$x = \frac{-2}{3}$$

3 $2x^2 + 25 = x^2 + 10x$

$$2x^2 - x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$(x - 5)(x - 5) = 0$$

$$x - 5 = 0$$

$$S = \{5\}$$

$$x = 5$$

6

2 $5 + 3x^2 = (5 + 3x) \cdot x$

$$5 + 3x^2 = 5x + 3x^2$$

$$\cancel{3x^2} - \cancel{3x^2} - 5x + 5 = 0$$

$$5(-x + 1) = 0$$

$$S = \{1\}$$

$$-x + 1 = 0$$

$$-x = -1$$

$$x = 1$$

4 $4x^2 - x = 16x^2 - 1$

$$\Leftrightarrow x(4x - 1) = (4x + 1)(4x - 1)$$

$$\Leftrightarrow x(4x - 1) - (4x + 1)(4x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x - 1)(x - (4x + 1)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x - 1)(x - 4x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x - 1)(-3x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow -(4x - 1)(3x + 1) = 0$$

$$4x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \right\}$$

$$3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-1}{3}$$

$$-3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-1}{3}$$

$$\cup \frac{1}{3}$$

AM 58b

★ 5

6

98

$$x^2 + x^3 + x = 3x^2$$

$$\underline{3x^2} - \underline{x^2} - x^3 - x = 0$$

$$2x^2 - x^3 - x = 0$$

$$x(-x^2 + 2x - 1) = 0$$

$$-x \left(\begin{array}{c} x^2 - 2x + 1 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ x \quad 1 \end{array} \right) = 0$$

$$-x(x-1)^2 = 0$$

$$-x=0 \text{ ou } (x-1)^2=0$$

$$x=0 \text{ ou } x-1=0$$

$$x=1$$

$$S = \{0, 1\}$$

Fin des 30
exercices.

Equations produit

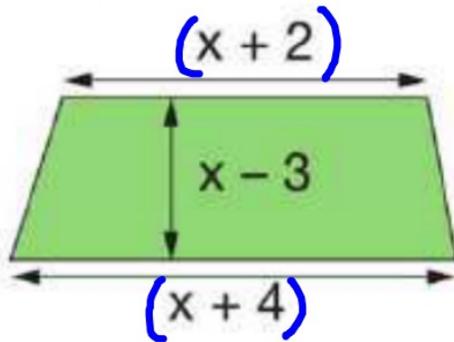


Problèmes

P18 du syllabus.



Pour quelle(s) valeur(s) de x , exprimée(s) en cm, l'aire de ce trapèze est-elle égale à 40 cm^2 .



$$a(\text{trapèze}) = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

$$\frac{(x+4+x+2)(x-3)}{2} = 40$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2x+6)(x-3)}{2} = 40$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{2}(x+3)(x-3)}{\cancel{2}} = 40$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 9 - 40 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 49 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+7)(x-7) = 0$$

$$x+7=0 \text{ ou } x-7=0$$

$$x=-7 \text{ ou } x=7$$

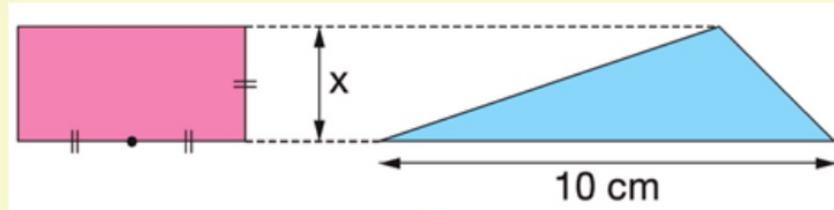
$$\textcircled{b} -7+2 = -5 \text{ X}$$

$$\Rightarrow 7 \text{ cm.}$$

Réponse la valeur recherchée est 7 cm.

Détermine la valeur de x pour que ...

a) les aires respectives du rectangle et du triangle soient égales.



$$A(\text{rectangle}) = A(\text{triangle})$$

$$B \cdot h = \frac{B' \cdot h'}{2}$$

$$2x \cdot x = \frac{10 \cdot x}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = 5x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(2x - 5) = 0$$

$$x = 0$$

ou

$$2x - 5 = 0$$

$$2x = 5$$

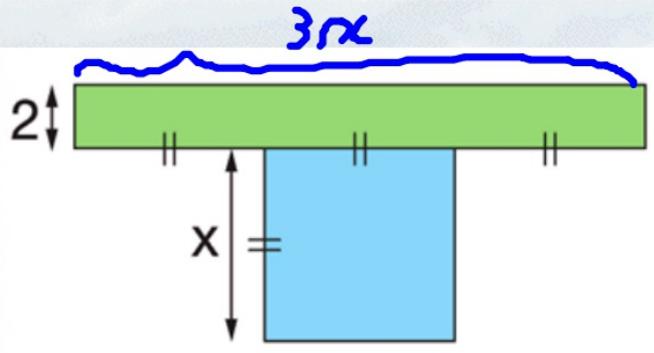
$$x = \frac{5}{2}$$

Solution

la valeur recherchée pour x est 2,5 cm

Détermine la valeur de x pour que ...

b) les aires respectives du rectangle et du carré soient égales.



$$A(\text{rect}) = A(\text{carré})$$

$$L \cdot l = c^2$$

$$2 \cdot 3x = x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 6) = 0$$

$$x = 0$$

$$\text{ou } x - 6 = 0$$

$$x = 6$$

Réponse : la valeur recherchée est 6.

M

Trouve deux nombres naturels consécutifs tels que leur produit soit égal à leur somme augmentée de 1.

12

En additionnant le tiers, le quart et le neuvième d'un nombre, on trouve son inverse. Quel est ce nombre ?

13

Détermine la longueur du côté d'un carré dont le périmètre exprimé en cm est égal à l'aire exprimée en cm^2 .

14

Détermine le rayon d'un cercle dont le périmètre exprimé en cm est égal à l'aire exprimée en cm^2 .

$$\mathbb{N} = \{0, 1, \dots\}$$

M Trouve deux nombres naturels consécutifs tels que leur produit soit égal à leur somme augmentée de 1.

Choix
encore une

Soient m un nombre naturel

$m+1$ son consécutif

Mise en
équation

$$m(m+1) = m + m+1 + 1$$

$$m(m+1) = 2m + 2$$

Résolution
de l'éq

$$m(m+1) = \underline{2(m+1)}$$

$$\underline{m(m+1) - 2(m+1)} = 0$$

Solut

$$(m+1)(m-2) = 0$$

Verif

$m+1=0$ ou $m-2=0$

~~$m = -1$~~ ou $m = 2$

Réponse finale
Les nombres recherchés sont 2 et 3.

Verif

$$2 \cdot (2+1) \stackrel{?}{=} 2+2+1$$
$$2 \cdot 3 \stackrel{?}{=} 6$$
$$6 \stackrel{?}{=} 6$$

oui!

En additionnant le tiers, le quart et le neuvième d'un nombre, on trouve son inverse. Quel est ce nombre ? Soit x le nombre recherché (ce) $x \neq 0$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{9}x = \frac{1}{x}$$

PPC 1.36

$$\frac{12x + 9x + 4x}{36} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{(25x)}{36} = \frac{1}{x}$$

Preparation = égalité entre 2 rapports

$$\frac{25x \cdot x}{36} = 1$$

$$\frac{25x^2}{36} - 1 = 0$$

$$\left(\frac{5}{6}x + 1\right) \left(\frac{5}{6}x - 1\right) = 0$$

$$\frac{5}{6}x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{5}{6}x - 1 = 0$$

$$\frac{5}{6}x = -1 \quad \text{ou} \quad \frac{5}{6}x = 1$$

$$x = -\frac{6}{5}$$

$$x = \frac{6}{5}$$

Réponse : les nombres recherchés sont $-1,2$ et $1,2$

Détermine la longueur du côté d'un carré dont le périmètre exprimé en cm est égal à l'aire exprimée en cm^2 .

13

Détermine la longueur du côté d'un carré dont le périmètre exprimé en cm est égal à l'aire exprimée en cm^2 .

$$p(\text{carré}) = a(\text{carré})$$

$$4c = c^2 \quad \text{OU} \quad 4c - c^2 = 0$$

$$c^2 - 4c = 0$$

$$c(c-4) = 0$$

$$c = 0$$

$$\text{ou } c = 4$$

Réponse : le côté recherché a 4 cm de longueur

14

Détermine le rayon d'un cercle dont le périmètre exprimé en cm est égal à l'aire exprimée en cm^2 .

$$p(\text{cercle}) = a(\text{cercle})$$

$$2\pi r = \pi r^2$$

$$\pi r^2 - 2\pi r = 0$$

$$\pi r(r-2) = 0$$

$$r = 0$$

$$\text{ou } r = 2$$

Réponse : le rayon du cercle est de 2 cm

Quels sont les triangles rectangles dont les mesures des côtés exprimés en cm sont trois nombres entiers consécutifs ?

A photograph of a brick wall with a mix of red and grey bricks. The text 'Problèmes I 20 du syllabus.' is written in a green, cursive font across the upper middle part of the wall.

Problèmes I 20
du syllabus.

Soit l'expression H telle que

$$H = (5x - 3)^2 + (1 - 4x) \cdot (5x - 3).$$

Sa forme développée est $5x^2 - 13x + 6$

Sa forme factorisée est $(5x - 3) \cdot (x - 2)$

Manon et Martin veulent calculer la valeur de l'expression H pour $x = \frac{3}{5}$

→ $\frac{3}{5}$ est une solution de $(5x - 3)(x - 2) = 0$

en effet

$$\begin{aligned} 5x - 3 &= 0 \\ 5x &= 3 \\ x &= \frac{3}{5} \end{aligned}$$

→ $\frac{3}{5}$ est un zéro de la fonction $H(x)$

et donc $H\left(\frac{3}{5}\right) = 0$

→ Maxime a donc utilisé la forme factorisée et a recherché mentalement les solutions de l'équation produit nul.

En remplaçant x par $\frac{3}{5}$ dans le facteur $(5x - 3)$ il savait que la réponse serait nulle! ☺

Série 16.

P20.

Deux élèves de 3A veulent résoudre l'équation suivante : $(3x - 1)^2 = (2x - 5)^2$.

Donc :
 $3x - 1 = 2x - 5$

Maxin

J'ai fait apparaître
la différence de deux
carrés, et
j'ai trouvé
2 solutions.

Mamon

Lequel des deux a raison ?

JUSTIFIE

⚠ Maxin a commis l'erreur de passer à la $\sqrt{\quad}$ dans les 2 membres de l'équation.
En faisant cela, il omet une solution !

Mamon a raison

Vérification

$$(3x - 1)^2 - (2x - 5)^2 = 0$$

$$(3x - 1 + 2x - 5)(3x - 1 - 2x + 5) = 0$$

$$(5x - 6)(x + 4) = 0$$

$$\begin{array}{l} \downarrow \qquad \qquad \qquad \searrow \\ 5x - 6 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 4 = 0 \end{array}$$

$$x = \frac{6}{5}$$

$$x = -4$$

Maxin

$$3x - 1 = 2x - 5$$

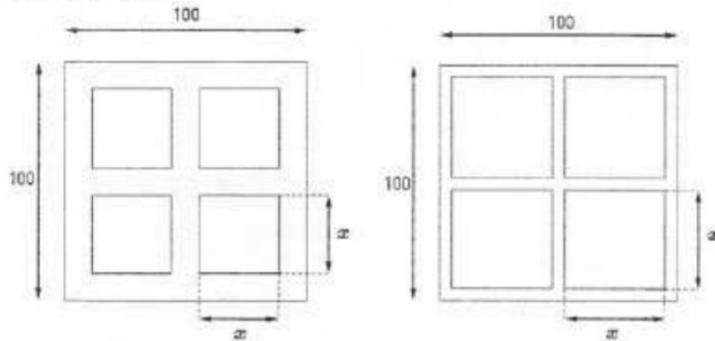
$$3x - 2x = -5 + 1$$

$$x = -4$$

**Il manque
une solution !**

Série 17.

- Lors d'une rénovation d'une maison les anciennes fenêtres sont changées pour des fenêtres en aluminium. Ces fenêtres en aluminium offrent un profil thermique intéressant mais coûtent très cher. Voici deux schémas de fenêtre, chacune comprenant 4 surfaces vitrées carrées identiques mais avec un côté x de vitre différent :



Pour des raisons de budget mais aussi de luminosité, on souhaite que l'aire de l'aluminium soit de 3 600 cm². DÉTERMINE la longueur x vérifiant ce souhait.

$$a(\text{alu}) = 3600$$

$$100 \cdot 100 - 4 \cdot x \cdot x = 3600$$

$$10000 - 4x^2 - 3600 = 0$$

$$6400 - 4x^2 = 0$$

$$80^2 - (2x)^2 = 0$$

$$(80 + 2x)(80 - 2x) = 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$80 + 2x = 0 \quad \text{ou} \quad 80 - 2x = 0$$

$$2x = -80$$

$$x = -40$$

$$-2x = -80$$

$$x = \frac{-80}{-2}$$

$$x = 40$$

Réponse : la longueur recherchée est 40 cm

Exercices supplémentaires



$$\begin{array}{cccc}
 (2x-1)(x+4) = 0 & (3x+9)(5-x) = 0 & (x+6)(5x+2) = 0 & 2x(5x+8) = 0 \\
 \frac{3}{4}x(3-4x) = 0 & 4(4x-1)(3x+5) = 0 & 3x(5x+4)(5-x) = 0 & \left(\frac{2}{3}x-1\right)\left(-4-\frac{5}{2}x\right) = 0 \\
 4x(-y+19) = 0 & -2a(-a+7) = 0 & (-3x+7)(5x+2) = 0 & (2x+1)^2 = 0 \\
 5x(6x-7)(4x+2)(8-6x) = 0 & \left(\frac{2}{3}t-2\right)\left(-4-\frac{5}{2}t\right) = 0 & \left(-\frac{1}{4}x+7\right)\left(-\frac{1}{2}x-4\right) = 0 &
 \end{array}$$

Réponses

$(2x-1)(x+4) = 0$	Les solutions de l'équation sont	0,5 et -4
$(3x+9)(5-x) = 0$	Les solutions de l'équation sont	-3 et 5
$(x+6)(5x+2) = 0$	Les solutions de l'équation sont	-6 et -0,4
$2x(5x+8) = 0$	Les solutions de l'équation sont	0 et -1,6
$\frac{3}{4}x(3-4x) = 0$	Les solutions de l'équation sont	0 et 0,75
$4(4x-1)(3x+5) = 0$	Les solutions de l'équation sont	0,25 et -5/3
$3x(5x+4)(5-x) = 0$	Les solutions de l'équation sont	0; -0,8 et 5
$\left(\frac{2}{3}x-1\right)\left(-4-\frac{5}{2}x\right) = 0$	Les solutions de l'équation sont	1,5 et -1,6
$4x(-y+19) = 0$	Les solutions de l'équation sont	0 et 19
$-2a(-a+7) = 0$	Les solutions de l'équation sont	0 et 7
$(-3x+7)(5x+2) = 0$	Les solutions de l'équation sont	7/3 et -0,4
$(2x+1)^2 = 0$	La solution de l'équation est	-0,5
$5x(6x-7)(4x+2)(8-6x) = 0$	Les solutions de l'équation sont	0; 7/6; -0,5 et 4/3
$\left(\frac{2}{3}t-2\right)\left(-4-\frac{5}{2}t\right) = 0$	Les solutions de l'équation sont	3 et -1,6
$\left(-\frac{1}{4}x+7\right)\left(-\frac{1}{2}x-4\right) = 0$	Les solutions de l'équation sont	28 et -8