

Equations du premier degré à une inconnue

Ex. 453 1^{ère} Série

1)

$$\begin{aligned}0,749 - 1,2x &= 2,84 \\ -1,2x &= 2,84 - 0,749 \\ -\frac{6}{5}x &= 2,091 \\ x &= -2,091 \cdot \frac{5}{6} \\ x &= -1,7425 \\ S &= \{-1,7425\}\end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned}3x - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{5} + 6\right) &= 25 + \frac{3x}{2} \\ 3x - \frac{x}{10} - 3 &= 25 + \frac{3x}{2} \\ \frac{30x}{10} - \frac{x}{10} - \frac{15x}{10} &= 28 \\ \frac{14x}{10} &= 28 \\ 14x &= 280 \\ x &= 20 \\ S &= \{20\}\end{aligned}$$

3)

$$\begin{aligned}\frac{x+1}{2} - \frac{6x+7}{8} &= \frac{4-3x}{5} - \frac{1}{8} \\ 40 \cdot \frac{20(x+1) - 5(6x+7)}{40} &= 40 \cdot \frac{8(4-3x) - 5}{40} \\ 20x + 20 - 30x - 35 &= 32 - 24x - 5 \\ 14x &= 42 \\ x &= \frac{42}{14} \\ x &= 3 \\ S &= \{3\}\end{aligned}$$

4)

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right) &= 2x \\ \frac{x}{6} + \frac{1}{8} - \frac{x}{6} + \frac{1}{6} &= 2x \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{24} &= \frac{1}{2} \cdot 2x \\ x &= \frac{7}{48} \\ S &= \left\{\frac{7}{48}\right\}\end{aligned}$$

5)

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(x+10) - 2(x-5) &= \frac{5}{6}(34-x) \\ \frac{x}{2} + 5 - 2x + 10 &= \frac{85}{3} - \frac{5}{6}x \\ \frac{-3}{2}x + \frac{5}{6}x &= \frac{85}{3} - 15 \\ \frac{-4}{6}x &= \frac{40}{3} \\ \frac{-2}{3}x &= \frac{40}{3} \\ -2x &= 40 \\ x &= -20 \\ S &= \{-20\}\end{aligned}$$

6)

$$\begin{aligned}\frac{x-1}{2} - \frac{2x-1}{3} &= 1 - \frac{x+1}{2} \\ \frac{3(x-1) - 2(2x-1)}{6} &= \frac{6-3(x+1)}{6} \\ 3x - 3 - 4x + 2 &= 6 - 3x - 3 \\ -x - 1 &= 3 - 3x \\ 2x &= 4 \\ x &= 2 \\ S &= \{2\}\end{aligned}$$

2^{ème} série

Complément d'exercices

1)

$$\begin{aligned} -\frac{3}{5}x + 0,5 &= \frac{-2}{3} \\ -\frac{3}{5}x + \frac{1}{2} &= \frac{-2}{3} \\ -\frac{3}{5}x &= \frac{-4}{6} - \frac{3}{6} \\ -\frac{3}{5}x &= \frac{-7}{6} \\ x &= \frac{7}{6} \cdot \frac{5}{3} \\ x &= \frac{35}{18} \\ S &= \left\{ \frac{35}{18} \right\} \end{aligned}$$

2)

$$\frac{x-5}{7} = 3$$

$$S = \{ \emptyset \}$$

3)

$$\begin{aligned} 3x + 100 &= \frac{x}{3} + \frac{x}{2} - 4 \\ \frac{18x}{6} - \frac{2x}{6} - \frac{3x}{6} &= -104 \\ \frac{13x}{6} &= -104 \\ 13x &= -624 \\ x &= -48 \\ S &= \{ -48 \} \end{aligned}$$

4)

$$\begin{aligned} 3x - \frac{1}{2}(4-x) &= x - \frac{1}{3} \\ 3x - 2 + \frac{x}{2} &= x - \frac{1}{3} \\ \frac{6x}{2} + \frac{x}{2} - \frac{2x}{2} &= -\frac{1}{3} + \frac{6}{3} \\ \frac{5x}{2} &= \frac{5}{3} \\ 15x &= 10 \\ x &= \frac{2}{3} \\ S &= \left\{ \frac{2}{3} \right\} \end{aligned}$$

5)

$$\begin{aligned} \left(2x - \frac{1}{3}\right) (-0,1x + 5) &= 0 \\ \left(2x - \frac{1}{3}\right) &= 0 \quad \text{ou} \quad (-0,1x + 5) = 0 \\ 2x &= \frac{1}{3} & -0,1x &= -5 \\ x &= \frac{1}{6} & \frac{1}{10}x &= 5 \\ & & x &= 50 \\ S &= \left\{ \frac{1}{6}, 50 \right\} \end{aligned}$$

6)

$$\begin{aligned} (5x-3) \left(\frac{1}{3} - 2x\right) &= 0 \\ 5x-3 &= 0 & \text{ou} & \frac{1}{3} - 2x = 0 \\ 5x &= 3 & -2x &= -\frac{1}{3} \\ x &= \frac{3}{5} & x &= \frac{1}{6} \\ S &= \left\{ \frac{3}{5}, \frac{1}{6} \right\} \end{aligned}$$

7)

$$\begin{aligned} 1 + \frac{2-x}{3} &= x-1 \\ \frac{3+2-x}{3} &= \frac{3x-3}{3} \\ 5-x &= 3x-3 \\ -4x &= -8 \\ x &= 2 \\ S &= \{2\} \end{aligned}$$

8)

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{3} + \frac{x-12}{2} &= \frac{5x-36}{4} - 1 \\ \frac{4x-8+6(x-12)}{12} &= \frac{15x-108-12}{12} \\ 4x-8+6x-72 &= 15x-120 \\ -5x &= -40 \\ x &= 8 \\ S &= \{8\} \end{aligned}$$

9)

$$\begin{aligned} x(0,12 - 0,3x) &= 0 \\ x &= 0 \quad \text{ou} \quad 0,12 - 0,3x = 0 \\ & & -0,3x &= -0,12 \\ & & x &= 0,4 \\ S &= \{0; 0,4\} \end{aligned}$$

10)

$$\begin{aligned} \frac{x+4}{28} + \frac{x-2}{14} + \frac{-3x+14}{28} &= \frac{x+1}{6} - \frac{x-5}{6} \\ \frac{x+4+2x-4-3x+14}{28} &= \frac{x+1-x+5}{6} \\ \frac{0x+14}{28} &= 1 \\ 0x+14 &= 28 \\ 0x &= 14 \\ S &= \emptyset \\ & \text{équation impossible} \end{aligned}$$

11)

$$2x \left(\frac{-3}{2} - 7x \right) (0,22x - 110) = 0$$

$$\begin{array}{l} \frac{-3}{2} - 7x = 0 \quad \text{ou} \quad 0,22x - 110 = 0 \\ 2x = 0 \quad \text{ou} \quad -7x = \frac{3}{2} \quad \text{ou} \quad 0,22x = 110 \\ x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{3}{2} \cdot \frac{-1}{7} \quad \text{ou} \quad \frac{22}{100}x = 110 \\ \quad \quad \quad x = \frac{3}{2} \cdot \frac{-1}{7} \quad \quad \quad x = 110 \cdot \frac{100}{22} \\ \quad \quad \quad x = \frac{-3}{14} \quad \quad \quad x = 500 \end{array}$$

$$S = \left\{ 0 ; \frac{-3}{14} ; 500 \right\}$$

12)

$$\begin{array}{l} \frac{2x}{3} - 3 = \frac{x-3}{6} - \frac{5-x}{2} \\ \frac{4x-18}{6} = \frac{x-3-3(5-x)}{6} \end{array}$$

$$4x - 18 = x - 3 - 15 + 3x$$

$$0x = 0$$

$$S = \sim$$

équation indéterminée

13)

$$\begin{array}{l} \frac{x-1}{2} + \frac{3-x}{4} + \frac{-5+x}{6} = \frac{1}{4} \\ \frac{6x-6+3(3-x)+2(-5+x)}{12} = \frac{3}{12} \end{array}$$

$$6x - 6 + 9 - 3x - 10 + 2x = 3$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

$$S = \{2\}$$

14)

$$\frac{5x-1}{7} - \frac{9x-7}{5} + \frac{9x-5}{11} = 0$$

$$\frac{55(5x-1) - 77(9x-7) + 35(9x-5)}{385} = 0$$

$$275x - 55 - 693x + 539 + 315x - 175 = 0$$

$$-103x = -309$$

$$x = 3$$

$$S = \{3\}$$

15)

$$0,4x + (0,3 - 2x)2x - x(2 - 4x) = 3 - x$$

$$0,4x + 0,6x - 4x^2 - 2x + 4x^2 = 3 - x$$

$$0x = 3$$

$$S = \emptyset$$

équation impossible

16)

$$\frac{3x}{2} - \frac{2x}{3} = 5 \left(\frac{x}{6} + 1 \right) - 5$$

$$\frac{5x}{6} = \frac{5x}{6} + 5 - 5$$

$$0x = 0$$

$$S = \sim$$

équation indéterminée

17)

$$\frac{5x}{18} - \frac{4x-3}{8} = \frac{9-2x}{9}$$

$$\frac{20x - 9(4x-3)}{72} = \frac{8(9-2x)}{72}$$

$$20x - 36x + 27 = 72 - 16x$$

$$0x = 45$$

$$S = \emptyset$$

équation impossible

18)

$$x - 7 \left(\frac{x}{5} - \frac{x-5}{4} \right) = 25$$

$$x - 7 \cdot \frac{4x-5(x-5)}{20} = 25$$

$$x - 7 \cdot \frac{4x-5x+25}{20} = 25$$

$$x - 7 \cdot \frac{-x+25}{20} = 25$$

$$\frac{20x+7x-175}{20} = \frac{500}{20}$$

$$27x = 675$$

$$x = 25$$

$$S = \{25\}$$

Problèmes

Ex. 408 (400 nvelle série)

Partage 46 en deux parties, telles que le septième de l'une augmentée du tiers de l'autre égale 10.

- ⇨ Soit x , la 1^{ère} partie
46- x , la 2^{ème} partie

⇨ Equation : $\frac{x}{7} + \frac{1}{3}(46 - x) = 10$

$$\begin{aligned}\frac{x}{7} + \frac{46}{3} - \frac{x}{3} &= 10 \\ -\frac{4x}{21} &= -\frac{16}{3} \\ -\frac{4x}{21} &= -\frac{112}{21} \\ x &= 28\end{aligned}$$

- ⇨ La première partie : 28,
la deuxième partie : 18

Ex. 409 (401 nvelle série)

On a vendu un tiers, puis un quart, puis un sixième d'une pièce de drap dont il reste encore 15 mètres. Trouve la longueur initiale de la pièce.

- ⇨ Soit x , la longueur de la pièce.

⇨ Equation : $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}x + 15 = x$

$$\begin{aligned}\frac{4x + 3x + 2x}{12} + 15 &= x \\ \frac{9x}{12} - \frac{12x}{12} &= -15 \\ -\frac{x}{4} &= -15 \\ x &= 60\end{aligned}$$

- ⇨ La pièce de drap mesure 60 m

Ex. 410 (402 nvelle série)

Trois personnes ont ensemble 90 ans. Trouve l'âge de chacune, sachant que la cadette a 10 ans de moins que la seconde et que l'aînée a autant que les deux tiers de la somme des deux autres.

- ⇨ Soit 100 - 2 x , l'âge de l'aînée
 x , l'âge de la seconde
 $x - 10$, l'âge de la cadette.

ou

⇨ Equation : $100 - 2x = \frac{2}{3}(x + x - 10)$

$$100 - 2x = \frac{2}{3}(2x - 10)$$

$$100 - 2x = \frac{4x}{3} - \frac{20}{3}$$

$$\begin{aligned}-\frac{10}{3}x &= -\frac{320}{3} \\ x &= 32\end{aligned}$$

- ⇨ L'aînée a 36 ans, la seconde a 32 ans
et la cadette a 22 ans.

Ex. 412 (404 nvelle série)

Deux propriétés ont coûtés ensemble 82000 € (3300000 Fb).

Trouve la valeur de chacune, sachant que le tiers plus le quart du prix de la première égalent les sept dixièmes du prix de la seconde.

Soit x , le coût de la 1^{ère} propriété,
 $82000 - x$, le coût de la 2^{ème} propriété.

x , le coût de la 1^{ère} propriété,
 $3300000 - x$, le coût de la 2^{ème}.

Equation : $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = \frac{7}{10}(82000 - x)$

$$\frac{7}{12}x = 57400 - \frac{7x}{10}$$
$$\frac{35x + 42x}{60} = 57400$$
$$\frac{77x}{60} = 57400$$
$$x = 44727,27$$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = \frac{7}{10}(3\ 300\ 000 - x)$$
$$\frac{7}{12}x = 2\ 310\ 000 - \frac{7x}{10}$$
$$\frac{35x + 42x}{60} = 2\ 310\ 000$$
$$\frac{77x}{60} = 2\ 310\ 000$$
$$x = 1\ 800\ 000$$

La première propriété coûte 44727,27 €
La deuxième propriété coûte 37272,73 €

1^{ère} : 1 800 000 Fb
2^{ème} : 1 500 000 Fb

Ex. 415 (407 nvelle série)

Un père a 27 ans et son fils en a 3. Dans combien de temps l'âge du fils sera-t-il le quart de celui du père ?

Soit x , le nombre d'année

Equation : $3 + x = \frac{1}{4}(27 + x)$

$$3 + x = \frac{27}{4} + \frac{x}{4}$$
$$\frac{3x}{4} = \frac{27 - 12}{4}$$
$$3x = 15$$
$$x = 5$$

Dans 5 ans, le père aura 32 ans et son fils 8 ans.

Ex. 416 (408 nvelle série)

Trouve un nombre de deux chiffres, sachant que le chiffre des unités est 4 et que, en retranchant 27 de ce nombre, on obtient le nombre renversé.

Soit x , le chiffre des dizaines de ce nombre.

Equation : $10x + 4 - 27 = 40 + x$

$$9x = 63$$
$$x = 7$$

Le nombre est 74

vérification : $74 - 27 = 47$

Ex. 419 (411 nvelle série)

Christophe est chargé d'organiser une excursion de classe. Il calcule le prix du voyage à 10 € par personne. Quatre élèves devant renoncer à participer à l'excursion, le prix s'élève finalement à 12 €. Combien d'élèves compte la classe de Christophe ?

☞ Soit x , le nombre d'élèves de la classe.

☞ Equation : $10x = 12(x - 4)$
 $- 2x = - 48$
 $x = 24$

☞ Il y a 24 élèves dans la classe

$$418x = 437(x - 1)$$
$$418x - 437x = - 437$$
$$-19x = - 437$$
$$x = 23$$

Il y a 23 élèves dans la classe

Ex. 420 (412 nvelle série)

Carine est également chargée d'organiser une excursion pour sa classe qui compte 21 élèves. Elle calcule le prix du voyage à 10 € par personne. Deux élèves ayant renoncé à participer à l'excursion, combien Carine devra-t-elle finalement réclamer, à 1 cent près, à chacun des autres ?

☞ Soit x , somme à réclamer

☞ Equation : $21 \cdot 10 = 19x$
 $x = 11,05$

☞ Elle doit réclamer 11,05 €

Ex. 421 (413 nvelle série)

Dans la classe de Marie-Noëlle, il y a 22 élèves. Elle aussi doit organiser une excursion et elle calcule le prix à 10 € par personne. Finalement, elle doit réclamer 11 €, car elle a eu des absences à cette excursion. Combien ?

☞ Soit x , nombre d'absents

☞ Equation : $22 \cdot 10 = (22 - x) \cdot 11$
 $220 = 242 - 11x$
 $11x = 22$
 $x = 2$

☞ Il y a 2 absents

$$22 \cdot 418 = (22 - x) \cdot 484$$
$$9196 = 10648 - 484x$$
$$484x = 1452$$
$$x = 3$$

Il y a 3 absents

Ex. 423 (415 nvelle série)

Ton professeur te propose 16 problèmes à résoudre. Il te donne 5 points par problème réussi, mais tu dois lui rendre 3 points par problème raté. Combien as-tu réussi de problèmes si au total tu ne gagnes aucun point ?

☞ Soit x , le nombre de problèmes réussis
 $16 - x$, le nombre de problèmes ratés.

☞ Equation : $5x = 3(16 - x)$
 $5x = 48 - 3x$
 $8x = 48$
 $x = 6$

☞ 6 problèmes réussis et 10 problèmes ratés.

Ex. 441 (436 nvelle série)

L'âge d'une personne est le double de celui d'une autre. Il y a 7 ans, la somme de leurs âges était égale à l'âge actuel de la première. Quels sont actuellement les âges de ceux deux personnes ?

☞ Soit $2x$, l'âge de la 1^{ère} personne
 x , l'âge de l'autre personne

☞ Equation : $2x - 7 + x - 7 = 2x$
 $x = 14$

☞ La première personne a 28 ans,
la seconde a 14 ans.

Ex. 455

Un père dit à son fils : « Aujourd'hui, ton âge est le cinquième du mien ; il y a cinq ans, il n'en était que le neuvième ». Quels sont leurs âges ?

☞ Soit x , l'âge du père
 $\frac{x}{5}$, l'âge du fils

☞ Equation :

$$\begin{aligned}\frac{x}{5} - 5 &= \frac{1}{9}(x-5) \\ \frac{x}{5} - 5 &= \frac{x}{9} - \frac{5}{9} \\ \frac{9x - 5x}{45} &= \frac{-5 + 45}{9} \\ \frac{4x}{45} &= \frac{40}{9} \\ 3 & \\ 36x &= 1800 \\ x &= 50\end{aligned}$$

Le père a 50 ans, le fils a 10 ans.

Ex. 458

Dans une classe, si on place 5 élèves par rangée, 2 places restent libres ; si on n'en place que 4 par rangée, il y en a 5 qui doivent rester debout. Combien y a-t-il d'élèves et de rangées ?

☞ Soit x , le nombre d'élèves

☞ Soit x , le nombre de rangées

☞ Equation :

$$\frac{x+2}{5} = \frac{x-5}{4}$$
$$4(x+2) = 5(x-5)$$
$$4x+8 = 5x-25$$
$$x = 33$$

☞ Equation : $5x - 2 = 4x + 5$

$$x = 7$$

☞ Il y a 33 élèves et 7 rangées

vérification : $7 \cdot 5 = 35$ (2 places libres) et $7 \cdot 4 = 28$ (manque 5 places)

Ex. 478 (488 nvelle série)

« Des jours de Diophante, le sixième marqua son enfance, le douzième son adolescence, puis s'écoula encore le septième avant son mariage. Cinq ans plus tard, il eut un fils qui du destin reçut deux fois moins de jours que son père. Après la mort de son fils, Diophante passa quatre ans dans les pleurs, puis il mourut ». A quel âge est mort Diophante ?

☞ Soit x , l'âge de Diophante en années

☞ Equation :

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 = x$$
$$\frac{3x}{12} + \frac{x}{7} + 9 + \frac{x}{2} = x$$
$$\frac{21x + 12x + 756 + 42x}{84} = \frac{84x}{84}$$
$$75x + 756 = 84x$$
$$756 = 9x$$
$$84 = x$$

☞ Diophante avait 84 ans