Ch VII. Factoriser

Source

Réponses

Source

Réponses

Synthèse
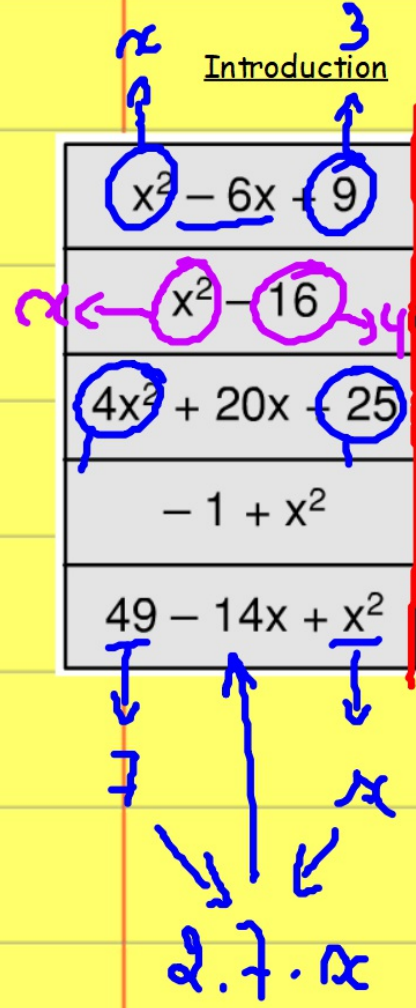
intro

V. Produits remarquables

Dans chaque cas, barre les expressions qui ne sont pas égale à la somme proposée

$x^2 - 6x + 9$	$(x-3).(x+3)$	$(x-3)^2$	$(x+3)^2$	$(x-3).(x-3)$
$x^2 - 16$	$(x-4).(x+4)$	$(x+4)^2$	$(x-4)^2$	$(x-4).(x-4)$
$4x^2 + 20x + 25$	$(2x+5)^2$	$(2x-5)^2$	$(5+2x)^2$	$(2x+5).(2x+5)$
$-1 + x^2$	$(1-x).(1+x)$	$(x-1).(x+1)$	$(x-1)^2$	$(1-x)^2$
$49 - 14x + x^2$	$(x-7)^2$	$(x-7).(x+7)$	$(7-x)^2$	$(x-7).(7+x)$

$$2 \cdot 7 \cdot x$$

$$(7-x)^2$$
$$= (x-7)^2$$

$$a^2 - 5 = (a + \sqrt{5})$$
$$(a - \sqrt{5})$$

Exercices Activité 3: NAM P93

b) Complète les égalités suivantes.

1) $x^2 + \ldots + 100 = (\ldots + \ldots)^2$

$9x^2 + \ldots + \ldots = (\ldots + 5)^2$

$x^2 - \ldots = (\ldots + 3) \cdot (\ldots - \ldots)$

$\ldots - 16 = (5x - \ldots) \cdot (\ldots + \ldots)$

$\ldots - \ldots + 25 = (3x - \ldots)^2$

$4 + \ldots + x^2 = (\ldots + \ldots)^2$

2) $1 - 4x^2 = (\ldots - \ldots) \cdot (\ldots + \ldots)$

$64 + 48x + 9x^2 = (\ldots + \ldots)^2$

$121 - 4x^2 = (\ldots + \ldots) \cdot (\ldots - \ldots)$

$16x^2 - 8x + 1 = (\ldots - \ldots)^2$

$\ldots + 14x + \ldots = (x + \ldots)^2$

$\ldots - 12x + 4 = (\ldots - \ldots)^2$

2

Arbre à factorisation

polynôme

Mise en évidence possible (d'une inconnue) → Faire une mise en évidence → Plus de mise en évidence possible ?

Mise en évidence impossible

2 termes → $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

3 termes:
- $a^2-2ab+b^2=(a-b)(a-b)=(a-b)^2$
- $a^2+2ab+b^2=(a+b)(a+b)=(a+b)^2$
- $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

Exercices

Activité 3: NAM P93

Annotations (handwritten): $\frac{1}{3}$; $\left(\frac{1}{3}+x\right)\left(\frac{1}{3}-x\right)$; x

Colonne 1.   **Colonne 2.**   **Colonne 3.**   **Colonne 4.**

1) $a^2 - 4$

2) $4a^2 - b^2$

3) $\dfrac{1}{9} - x^2$

4) $a^3 - ab^2 = a(a+b)(\dots$

$16 - x^2$

$16x^2 - 49y^2$

$16x^2 - 25$

$3xy^2 - 12xz$

$9 - x^2$

$-4 + a^2$

$4a^2 - \dfrac{1}{100}$

$5a^2 + 5b^2$

$25x^2 - 1$

$-25a^2 + 16b^2$ $\quad \dfrac{3a}{4}$

$\dfrac{9a^2}{16} - \dfrac{4b^2}{25}$ $\quad \dfrac{2b}{5}$

$16x^2 - 4$

$100 - a^2$

$a^2 - 5$ $(a+\sqrt{5})(a-\sqrt{5})$

$3x^2 - 1$ $(\sqrt{3}\,x+1)(\sqrt{3}\,x-1)$

$36a^2 - 100a$

5) $x^4 - y^4$ $(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

6) $(a+b)^2 - c^2$

7) $(2a+1)^2 - (3-a)^2$

$a^4 - 81$

$(2a - 3b)^2 - 4a^2$

$(5a - b)^2 - (2a - 3b)^2$

$3x^5 - 48xy^8 = 3x(x^4 - 16y^8)$

$a^2 - (a+b)^2$

$(2x - 3)^2 - (3x + 2)^2$

$3ab^4 - 3ac^4$

$4x^2 - (3x+1)^2$

$(x - a)^2 - (2x - 3a)^2$

$a^4 - 16$

$25a^2 - (b - 2a)^2$

4. $(3a - 2b)^2 - (2a - 3b)^2$

Exercices

Activité 3: NAM P93

Colonne 1.

différence de 2 carrés

$a^2 - 4 = (a+2)(a-2)$

$a \qquad 2$

$16 - x^2 = (4+x)(4-x)$

4^2

$4 \qquad x$

$9 - x^2 = (3+x)(3-x)$

$3 \qquad x$

$25x^2 - 1 = (5x+1)(5x-1)$

$5x \qquad 1$

$100 - a^2 = (10+a)(10-a)$

$10 \qquad a$

Colonne 2.

$\Rightarrow$ produit de binômes conj.

$4a^2 - b^2 = (2a+b)(2a-b)$

$2a \qquad b$

$16x^2 - 49y^2 = (4x+7y)(4x-7y)$

$4x \qquad 7y$

$-4 + a^2$

$= a^2 - 4 = (a+2)(a-2)$

$a \qquad 2$

$-25a^2 + 16b^2$

$= 16b^2 - 25a^2 = (4b+5a)(4b-5a)$

$4b \qquad 5a$

$a^2 - 5 = (a+\sqrt{5})(a-\sqrt{5})$

$a \qquad \sqrt{5}$

Colonne 3.

$$\left(\frac{1}{9}\right) - x^2 = \left(\frac{1}{3} + x\right)\left(\frac{1}{3} - x\right)$$

$$\frac{1}{3} \qquad x$$

$$16x^2 - 25 = (4x+5)(4x-5)$$

$$4x \qquad 5$$

$$4a^2 - \frac{1}{100} = \left(2a + \frac{1}{10}\right)\left(2a - \frac{1}{10}\right)$$

$$2a \qquad \frac{1}{10}$$

$$\frac{9a^2}{16} - \frac{4b^2}{25} = \left(\frac{3a}{4} + \frac{2b}{5}\right)\left(\frac{3a}{4} - \frac{2b}{5}\right)$$

$$\frac{3a}{4} \qquad \frac{2b}{5}$$

$$3x^2 - 1 = (\sqrt{3}\,x + 1)(\sqrt{3}\,x - 1)$$

$$\sqrt{3}\,x \qquad 1$$

Colonne 4. Mettre en évidence

$$a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2)$$
$$a \qquad b$$
$$= a(a+b)(a-b)$$

$$\frac{3xy^2 - 12\,xz^2}{} = 3x(y^2 - 3^2)$$
$$y \qquad 3$$
$$= 3x(y+3)(y-3)$$

$$\frac{5a^2 + 5b^2}{} = 5(a^2 + b^2)$$

$$\frac{16x^2 - 4}{} = 4(4x^2 - 1)$$
$$2x \qquad 1$$
$$= 4(2x+1)(2x-1)$$

$$\frac{36\,a^2 - 100\,a^2 b^2}{} = 4a^2(9 - 25b^2)$$
$$3 \qquad 5b$$
$$= 4a^2(3 + 5b)(3 - 5b)$$

5) $x^4 - y^4$

    $a^4 - 81$

    $3x^5 - 48xy^8$

    $3ab^4 - 3ac^4$

    $a^4 - 16$

6) $(a + b)^2 - c^2$

    $(2a - 3b)^2 - 4a^2$

    $a^2 - (a + b)^2$

    $4x^2 - (3x + 1)^2$

    $25a^2 - (b - 2a)^2$

7) $(2a + 1)^2 - (3 - a)^2$

    $(5a - b)^2 - (2a - 3b)^2$

    $(2x - 3)^2 - (3x + 2)^2$

    $(x - a)^2 - (2x - 3a)^2$

    4 . $(3a - 2b)^2 - (2a - 3b)^2$

Colonne 5

$$x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$$

$x^2 \quad y^2$

$\quad x \quad y$

$(a + b)^2 - c^2$

$$a^4 - 81 = (a^2 + 9)(a^2 - 9) = (a^2 + 9)(a + 3)(a - 3)$$

$a^2 \quad 9$

$\quad a \quad 3$

$(2a - 3b)^2 - 4a^2$

D'abord mettre en evidence

$$3x^5 - 48xy^8 = 3x(x^4 - 16y^8) = 3x(x^2 + 4y^4)(x^2 - 4y^4)$$

$x^2 \quad 4y^4$

$$= 3x(x^2 + 4y^4)(x + 2y^4)(x - 2y^4) \quad x$$

$a^2 - (a + b)^2$

$2y^2$

$$3ab^4 - 3ac^4 = 3a(b^4 - c^4) = 3a(b^2 + c^2)(b^2 - c^2)$$

$b^2 \quad c^2$

$\quad b \quad c$

$$= 3a(b^2 + c^2)(b + c)(b - c)$$

$4x^2 - (3x + 1)^2$

$$a^4 - 16 = (a^2 + 4)(a + 2)(a - 2)$$

$a^2 \quad 4$

$a \quad 2$

OU

$$= (a^2 + 4)(a^2 - 4) = (a^2 + 4)(a + 2)(a - 2)$$

$a \quad 2$

$25a^2 - (b - 2a)^2$

Page 12.

Colonne 6.

$$(a + b)^2 - c^2 = ((a+b) + c)((a+b) - c)$$

$(a+b)$ c

$$= (a + b + c)(a + b - c)$$
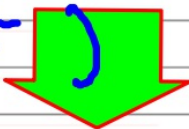
$$(2a - 3b)^2 - 4a^2$$

$(2a-3b)$ $2a$

$$= ((2a-3b) + 2a)((2a-3b) - 2a)$$

$$= (2a - 3b + 2a)(2a - 3b - 2a)$$

$$= (4a - 3b)(-3b)$$

$$= (-3b)(4a - 3b)$$

$$= -3b(4a - 3b)$$

$$a^2 - (a + b)^2$$

a $(a+b)$

$$= (a + (a+b))(a - (a+b))$$

$$= (a + a + b)(a - a - b)$$

$$= (2a + b) \cdot (-b)$$

$$= (-b) \cdot (2a + b)$$

$$= -b(2a + b)$$

2.3
3.2

$$4x^2 - (3x + 1)^2$$

$2x$ $(3x+1)$

$$= (2x + (3x+1))(2x - (3x+1))$$

$$= (2x + 3x + 1)(2x - 3x - 1)$$

$$= (5x + 1) \cdot (-x - 1)$$

$$= -(5x + 1) \cdot (x + 1)$$

$$25a^2 - (b - 2a)^2$$

$5a$ $(b-2a)$

$$= (5a + (b - 2a))(5a - (b - 2a))$$

$$= (5a + b - 2a)(5a - b + 2a)$$

$$= (3a + b) \cdot (7a - b)$$

Colonne 6.

$$\underset{\underset{(a+b)}{\downarrow}}{(a+b)^2} - \underset{\underset{c}{\downarrow}}{c^2} = \left(a+b+c\right)\left(a+b-c\right)$$

$$\underset{\underset{(2a-3b)}{\downarrow}}{(2a-3b)^2} - \underset{\underset{2a}{\downarrow}}{4a^2}$$

$$= \left(2a-3b+2a\right)\left(2a-3b-2a\right)$$

$$= \left(4a-3b\right)\left(-3b\right)$$

$$= -3b\left(4a-3b\right)$$

$$\underset{\underset{a}{\downarrow}}{a^2} - \underset{\underset{(a+b)}{\downarrow}}{(a+b)^2} = \left(a+a+b\right)\left(a-(a+b)\right)$$

$$= \left(2a+b\right)\left(a-a-b\right)$$

$$= -b\left(2a+b\right)$$

$$4x^2 - (3x+1)^2$$

$$= \left(2x+3x+1\right)\left(2x-3x-1\right)$$

$$= \left(5x+1\right)\left(-x-1\right) = -\left(5x+1\right)$$

$$\underset{\underset{5a}{\downarrow}}{25a^2} - \underset{\underset{(b-2a)}{}}{(b-2a)^2}$$

$$= \left(5a+b-2a\right)\left(5a-(b-2a)\right)$$

$$= \left(3a+b\right)\left(5a-b+2a\right)$$

$$= \left(3a+b\right)\left(7a-b\right)$$

$(2a + 1)^2 - (3 - a)^2$

$(2a+1) \quad (3-a)$

$= \big((2a+1)+(3-a)\big)\big((2a+1)-(3-a)\big)$

$= (2a+1+3-a)(2a+1-3+a)$

$= (a+4)(3a-2)$

$(5a - b)^2 - (2a - 3b)^2$

$(5a-b) \quad (2a-3b)$

$= \big((5a-b)+(2a-3b)\big)\big((5a-b)-(2a-3b)\big)$

$= (5a-b+2a-3b)(5a-b-2a+3b)$

$= (7a-4b)(3a+2b)$

$(2x - 3)^2 - (3x + 2)^2$

$(2x-3) \qquad (3x+2)$

$= \big((2x-3)+(3x+2)\big)\big((2x-3)-(3x+2)\big)$

$= (2x-3+3x+2)(2x-3-3x-2)$

$= (5x-1)(-x-5)$

$= -(5x-1)(x+5)$

$(x - a)^2 - (2x - 3a)^2$

A terminer

:)

4 . $(3a - 2b)^2 - (2a - 3b)^2$
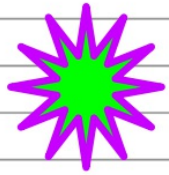
$(5a - b)^2 - (2a - 3b)^2$
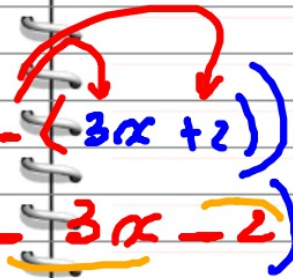
$$4 . (3a - 2b)^2 - (2a - 3b)^2$$

$$\triangle^2 - \heartsuit^2 = (\triangle + \heartsuit)(\triangle - \heartsuit)$$

$$= 2^2(3a-2b)^2 - (2a-3b)^2$$

$$= [2(3a-2b)]^2 - [2a-3b]^2$$

$$= [2(3a-2b)+(2a-3b)] \quad [2(3a-2b) - (2a-3b)]$$

$$= [6a-4b+2a-3b] \quad [6a-4b-2a+3b]$$

$$= [8a-7b][4a-b]$$

B) Trinôme carré parfait   Page 10 📖

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$\heartsuit^2 + 2\,\heartsuit \cdot \clubsuit + \clubsuit^2 = (\heartsuit + \clubsuit)^2 \dots$$

$$a^2 - 2ab + b^2$$

$$\heartsuit^2 - 2\,\heartsuit \cdot \clubsuit + \clubsuit^2 = (\heartsuit - \clubsuit)^2 \dots$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

Exercices   Page 94 📖

Arbre à factorisation

Mise en évidence possible (d'une inconnue) → Faire une mise en évidence → Plus de mise en évidence possible ?

polynôme

Mise en évidence impossible

2 termes → $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

3 termes →
$a^2 - 2ab + b^2=(a-b)(a-b) = (a-b)^2$
$a^2 + 2ab + b^2=(a+b)(a+b) = (a+b)^2$
$x^2 + (a+b)x + ab=(x+a)(x+b)$

Exercices Page 94
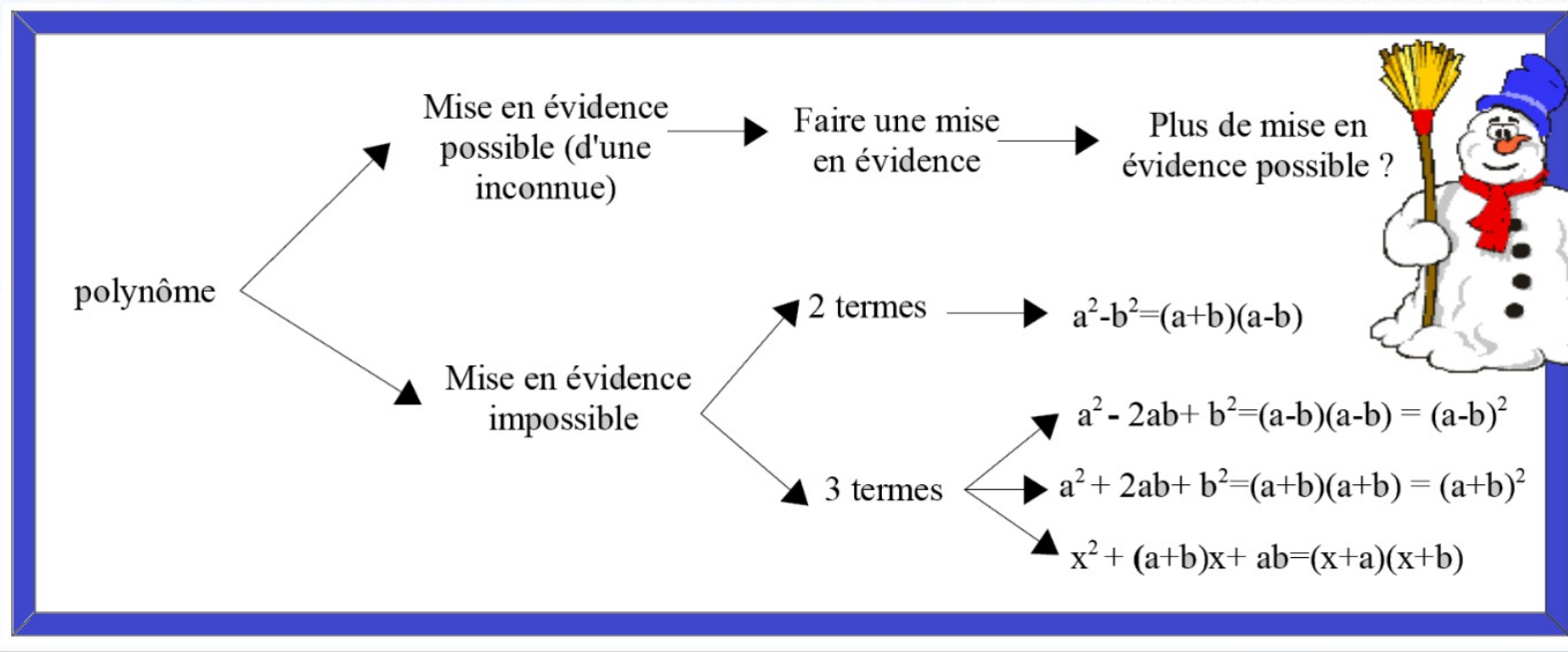
d) Factorise les expressions suivantes.

1) $a^2 + 6a + 9$

$x^2 - 4xy + 4y^2$

$16a^2 + 25b^2 - 40ab$

$64b^2 + 1 + 16b$

$9x^2 + 10x + 4$

2) $a^4 - 2a^2 + 1$

$4 + 12a^2 + 9a^4$

$x^6 - 6x^3 + 9$

$25a^2 + 16b^2 + 40ab$

$x^2 + 4 - 2x$

3) $\dfrac{a^2}{9} + \dfrac{2ab}{15} + \dfrac{b^2}{25}$

$\dfrac{9a^2}{4} - \dfrac{3ac}{7} + \dfrac{c^2}{49}$

$x^2 + \dfrac{1}{4} - x$

$\dfrac{x^2}{36} - \dfrac{4x}{3} + 4$

$9 + \dfrac{a^2b^2}{4} - 3ab$

4) $5x^2 + 10x + 5$

$8a^2 - 24ab + 18b^2$

$x^5 - 8x^3 + 16x$

$x^4 + 2x^3 + x^2$

$- 49 - x^2 + 14x$

Exercices NAM d) Page 94 📖

Colonne 1.

$a^2 \oplus 6a + 9 = (a + 3)^2$

$\underset{a}{\downarrow}\underset{3}{\downarrow}$

$x^2 \ominus 4xy + 4y^2 = (x - 2y)^2$

$\underset{x}{\downarrow}\underset{2y}{\smile}$

$16a^2 + 25b^2 \ominus 40ab = (4a - 5b)^2$

$\underset{4a}{\downarrow}\underset{5b}{}$

$64b^2 + 1 + 16b = (8b + 1)^2$

$\underset{8b}{\downarrow}\underset{1}{\downarrow}$

$9x^2 + 10x + 4 = $ pas en 3^e

$\underset{3x}{\downarrow}\underset{2}{}$

$2 \cdot 3x \cdot 2 \neq 10x$

Colonne 2

$a^4 - 2a^2 + 1 = (a^2 - 1)^2$

$\underset{a^2}{\downarrow}\underset{1}{\downarrow} \; =$

$4a^2 + 12 + 9a^4 = $ ____

$\underset{2a}{}\underset{3a^2}{}$

$\searrow \swarrow \; 2a \cdot 3a^2 \cdot 2 \neq 12$

$x^5 - 6x^3 + 9 = $ pas en 3^e.

$25a^2 + 16b^2 + 40ab = (5a + 4b)^2$

$\underset{5a}{\downarrow}\underset{4b}{\downarrow}$

$x^2 + 4 - 2x = $ ____

$\underset{x}{\downarrow}\underset{2}{\downarrow} \quad 2 \cdot x \cdot 2 \neq 2x$

Colonne 3.

$$\frac{a^2}{9} \oplus \frac{2ab}{15} + \frac{b^2}{25} = \left(\frac{a}{3} + \frac{b}{5}\right)^2$$

$$\frac{a}{3} \qquad \frac{b}{5}$$

$$2 \cdot \frac{a}{3} \cdot \frac{b}{5}$$

$$\frac{9a^2}{4} - \frac{3ac}{7} + \frac{c^2}{49} = \left(\frac{3a}{2} - \frac{c}{7}\right)^2$$

$$\frac{3a}{2} \qquad \frac{2 \cdot 3a \cdot c}{2 \cdot 7} \qquad \frac{c}{7}$$

$$x^2 + \frac{1}{4} - x = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

$$x \qquad \frac{1}{2}$$

$$2 \cdot \frac{x}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2x}{2}$$

$$\frac{x^2}{36} - \frac{4x}{3} + 4 = \,/$$

$$\frac{x}{6} \qquad 2$$

$$9 + \frac{a^2b^2}{4} - 3ab = \left(3 - \frac{ab}{2}\right)^2$$

$$3 \qquad \frac{ab}{2}$$

$$2 \cdot 3 \cdot \frac{ab}{2} = 3ab$$

Colonne 4 — Mettre en evidence

$$5x^2 + 10x + 5 = 5(x^2 + 2x + 1)$$
$$= 5(x+1)^2$$
$$x \qquad 2 \cdot 1 \cdot x \qquad 1$$

$$8a^2 - 24ab + 18b^2$$
$$= 2(4a^2 - 12ab + 9b^2) = 2(2a - 3b)^2$$
$$2a \qquad 4 \qquad 3b$$
$$2 \cdot 2a \cdot 3b$$

$$x^5 - 8x^3 + 16x$$
$$= x(x^4 - 8x^2 + 16) = x(x^2 - 4)^2$$
$$x^2 \qquad 4$$
$$2 \cdot x^2 \cdot 4$$
$$= x\left[(x+2)(x-2)\right]^2$$
$$= x(x+2)^2(x-2)^2$$

$$x^4 + 2x^3 + x^2 = x^2(x^2 + 2x + 1)$$
$$= x^2(x+1)^2$$
$$x \qquad 2 \cdot x \cdot 1 \qquad 1$$

$$-49 - x^2 + 14x = -(49 + x^2 - 14x)$$
$$= -(7 - x)^2$$
$$7 \qquad x \qquad 2 \cdot 7 \cdot x$$

$$x^6 - 6x^3 + 9 = (x^3 - 3)^2$$
$$x^3 \qquad 2 \cdot x^3 \cdot 3 \qquad 3$$

Exercices Page 94

e) Complète chacune des expressions algébriques ci-dessous en un trinôme carré parfait, ensuite, transforme-le en un binôme au carré.

1) $a^2 + b^2$ ....

   $x^2 - 2xy$ ....

   $x^2 + 2x$ ....

   $4a^2 + b^2$ ....

   $1 - 2a$ ....

2) $a^2 - 12a$ ....

   $9x^2 - 12xy$ ....

   $4a^2 - 4a$ ....

   $4x^2 - 20xy$ ....

   $1 + 2x$ ....

3) $9a^2 - ab$ ....

   $x^2 - xy$ ....

   $\dfrac{x^2}{4} + x$ ....

   $x^2 + \dfrac{1}{4}$ ....

   $a^2 + 16b^2$ ....

Trinômes carrés parfaits ?   Différence de deux carrés ?

f)   Factorise les expressions suivantes.

Page 94 Colonne 1

$a^2 + 2ab + b^2 - c^2$

$x^2 - y^2 + 4y - 4$

$a^2 - b^4 - 4a + 4$

$4a^2 + 4a + 1 - 4b^2$

$1 - a^2 - b^2 - 2ab$

Page 94 Colonne 2

$a^2x^2 - 4x^2 - a^2 + 4$

$x^3 - x - 2x^2 + 2$

$a^2 + b - b^2 - a$

$a^6b^6 - a^4b^4 - 16a^2b^2 + 16$

$2x^5 - 6x^4 - 32x + 96$

groupements

② et ②

④ et ③ → *tin carré parfait*

③ et ④

f) Factorise les expressions suivantes.

P.13

Page 94 Colonne 1

$$a^2 + 2ab + b^2 - c^2$$

$$= (a + b)^2 - c^2$$

$$= (a + b + c)(a + b - c)$$

$$x^2 - y^2 + 4y - 4$$

$$\cancel{(x+y)(x-y) + 4(y-1)}$$

$$=$$

$$= x^2 - (y^2 - 4y + 4)$$

$$= x^2 - (y - 2)^2$$

$$= (x + y - 2)(x - (y - 2))$$

$$= (x + y - 2)(x - y + 2)$$

$$a^2 - b^4 - 4a + 4$$

$$= (a - 2)^2 - b^4$$

$$= (a - 2 + b^2)(a - 2 - b^2)$$

$$4a^2 + 4a + 1 - 4b^2$$

$$= (2a + 1)^2 - 4b^2 \qquad 2 \cdot 2a \cdot 1$$

$$= (2a + 1 + 2b)(2a + 1 - 2b)$$

$$1 - a^2 - b^2 - 2ab$$

$$= 1^2 - (a^2 + b^2 + 2ab)$$

$$= 1^2 - (a + b)^2$$

$$= (1 + a + b)(1 - a - b)$$

$$= (x + y - 2)(x - y + 2)$$

$a^2x^2 - 4x^2 - a^2 + 4$

$= a^2(x^2 - 1) - 4(x^2 - 1)$

$= (x^2 - 1)(a^2 - 4)$

$= (x + 1)(x - 1)(a + 2)(a - 2)$

$x^3 - x - 2x^2 + 2$

$= x(x^2 - 1) - 2(x^2 - 1)$

$= (x^2 - 1)(x - 2)$

$= (x + 1)(x - 1)(x - 2)$

$a^2 + b - b^2 - a$

$= a(a - 1) + b(1 - b)$

$= (a^2 - b^2) + (b - a)$

$= (a - b)(a + b) - (a - b) \cdot 1$

$= (a - b)(a + b - 1)$

$a^6b^6 - a^4b^4 - 16a^2b^2 + 16$

$= a^4b^4(a^2b^2 - 1) - 16(a^2b^2 - 1)$

$= (a^2b^2 - 1)(a^4b^4 - 16)$

$= (ab + 1)(ab - 1)(a^2b^2 + 4)$

$(ab + 2)(ab - 2)$

$2x^5 - 6x^4 - 32x + 96$

$= 2x^4(x - 3) - 32(x - 3)$

$= (x - 3)(2x^4 - 32)$

$= 2(x - 3)(x^4 - 16)$

$= 2(x - 3)(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$