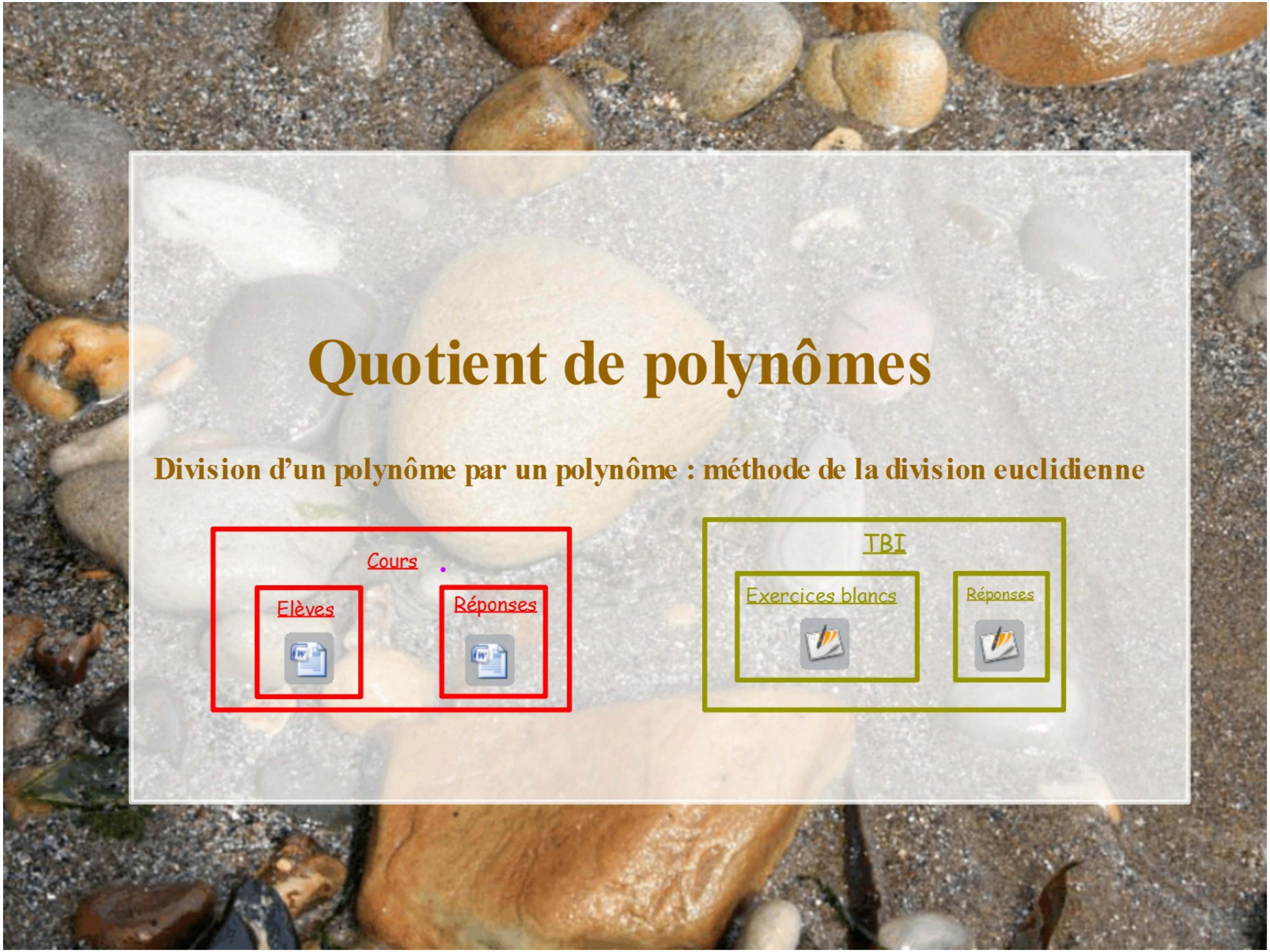


Quotient de polynômes

Division d’un polynôme par un polynôme : méthode de la division euclidienne

Cours

Elèves

Réponses

TBI

Exercices blancs

Réponses

Activité 8

Effectue les quotients et écris tes réponses sous la forme $A(x) = D(x) \cdot Q(x) + R(x)$

1

$(2x^5 + 7x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 5x + 1) : (x^3 + 2x^2 - x + 3)$

$(3x^3 - x^2 + 7x + 8) : (3x + 2)$

$(3x^5 - 8x^4 + 5x^3 + 10x^2 - 8x + 4) : (x^3 - 2x^2 + 4)$

$(x^3 - 4x^2 + 4x - 1) : (x - 1)$

$(x^5 - x^3 + 2x + 3) : (x^2 + 2x - 1)$

$(-12x^5 + 2x^3 + 2x^2 + 2x - 1) : (-2x^2 + 1)$

$(x^5 - 1) : (x^2 + x + 1)$

$(x^3 - 3x^2 + 3x - 4) : (x + 2)$

$(x^4 - 3x^3 + x - 3) : (x - 3)$

272
B 4

1

$$2x^5+7x^4-2x^3+4x^2-5x+1$$ Rac

$$x^3+2x^2-x+3$$ Rac.

$$2x^2+3x-6$$

$$-2x^5-4x^4+2x^3-6x^2+0+0$$

$$3x^4+0x^3-2x^2-5x+1$$

$$-3x^4-6x^3+3x^2-9x$$

$$-6x^3+x^2-14x+1$$

$$+6x^3+12x^2-6x+18$$

$$13x^2-20x+19$$

Preuve : $D(x) \overset{?}{=} d(x) \cdot Q(x) + R(x)$

2

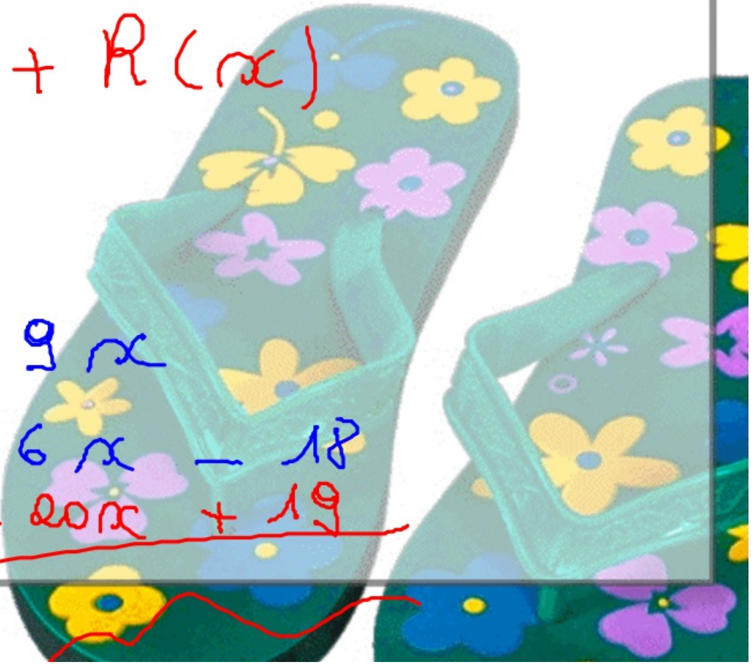
$$2x^5+4x^4-2x^3+6x^2$$

$$3x^4+6x^3-3x^2+9x$$

$$-6x^3-12x^2+6x-18$$

$$+\ 13x^2-20x+19$$

$$2x^5+7x^4-2x^3$$



2 $(3x^3 - x^2 + 7x + 8) : (3x + 2)$

$3x^3 - x^2 + 7x + 8$ (Rac) | $3x + 2$ (rac)

$-3x^3 - 2x^2 + 0x + 0$ | $x^2 - x + 3$

$/////\quad -3x^2 + 7x + 8$

$+3x^2 + 2x$

$////\quad 9x + 8$

$-9x - 6$

$////\quad 2 \leftarrow$ reste

D (x) = ? = d(x) . Q(x) + R(x)

$D(x) \overset{?}{=} 3x^3 + 2x^2$

$-3x^2 - 2x$

$+ 9x + 6$

$+ 2$ (reste)

$D(x) \overset{?}{=} 3x^3 - x^2 + 7x + 8$

Oui !

3

Rx

$3x^5 - 8x^4 + 5x^3 + 10x^2 - 8x + 4$

$-3x^5 + 6x^4 \quad\quad -12x^2$

$-2x^4 + 5x^3 - 2x^2 \quad -8x + 4$

$+2x^4 - 4x^3 \quad\quad +8x$

$/ \quad x^3 - 2x^2 \quad / \quad +4$

$-x^3 + 2x^2 \quad / \quad -4$

$/ \quad 0$

Rox.

$x^3 - 2x^2 + 4$

$3x^2 - 2x + 1$

D (x) = ? = d(x) . Q(x) + R(x)

$D(x) \overset{?}{=}$

$3x^5 - 6x^4 \quad + 12x^2$

$-2x^4 + 4x^3 \quad -8x$

$+x^3 - 2x^2 + 4$

$D(x) \overset{?}{=} 3x^5 - 8x^4 + 5x^3 + 10x^2 - 8x + 4$

OUI

le reste de la division étant zéro

⇨ Le polynôme est divisible exactement par $x^3 - 2x^2 + 4$

⇨ Le polynôme D(x) est factorisable par $(x^3 - 2x^2 + 4)$

$3x^5 - 8x^4 + 5x^3 + 10x^2 - 8x + 4 = (x^3 - 2x^2 + 4)\ (3x^2 - 2x + 1)$

4 $(x^3 - 4x^2 + 4x - 1) : (x - 1)$

Roc.

Roc.

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & -4x^2 & +4x & -1 & x-1 \\
\hline
-x^3 & +x^2 & & & x^2 - 3x + 1 \\
\hline
//// & -3x^2 & +4x & -1 & \\
 & +3x^2 & -3x & & \\
\hline
 & //// & x & -1 & \\
 & & -x & +1 & \\
\hline
\end{array}
$$

reste $\longrightarrow 0$

D (x) = ? = d(x) . Q(x) + R(x)

$$
\begin{array}{lrrrr}
\overset{?}{=} & x^3 & -x^2 & & \\
 & & -3x^2 & +3x & \\
 & & & +x & -1 \\
 & & & & +0 \\
\hline
D(x) \overset{?}{=} & x^3 & -4x^2 & +4x & -1
\end{array}
$$

oui

➪ Le reste de la division étant zéro, le polynôme est divisible exactement par $x - 1$

➪ Le polynôme D(x) est factorisable.

$x^3 - 4x^2 + 4x - 1$

$= (x-1).(x^2 - 3x + 1)$

5 $(x^5 - x^3 + 2x + 3) : (x^2 + 2x - 1)$

$$
\begin{array}{l|l}
x^5 - x^3 + 2x + 3 & \boxed{x^2} + 2x - 1 \\
\hline
\boxed{x^5} + 0x^4 - x^3 + 0x^2 + 2x + 3 & x^3 - 2x^2 + 4x - 10 \\
-x^5 - 2x^4 + x^3 & \\
\hline
/ \quad \boxed{-2x^4} \qquad\qquad + 2x + 3 & \\
2x^4 + 4x^3 - 2x^2 & \\
\hline
/ \quad \boxed{4x^3} - 2x^2 + 2x + 3 & \\
-4x^3 - 8x^2 + 4x & \\
\hline
/ \quad \boxed{-10x^2} + 6x + 3 & \\
10x^2 + 20x - 10 & \\
\hline
/ \quad \boxed{26x - 7} &
\end{array}
$$

Verif.

D (x) = ? = d(x) . Q(x) + R(x)

D (x) = ? = $x^5 + 2x^4 - x^3$

$-2x^4 - 4x^3 + 2x^2$

$4x^3 + 8x^2 - 4x$

$-10x^2 - 20$

$+26$

$+10$

-7

$D(x) \overset{?}{=} x^5 - x^3 + 2x + 3$

yes.

$(x^5 - x^{3\,+}\ 2x + 3) = (x^2 + 2x - 1)\ (x^3 - 2x^2 + 4x - 10)$

5 $(x^5 - x^3 + 2x + 3) : (x^2 + 2x - 1)$

$x^5 - x^3 + 2x + 3$ | $x^2 + 2x - 1$

$x^5 + 0x^4 - x^3 + 0x^2 + 2x + 3$

$-x^5 - 2x^4 + x^3$

$\cancel{} \quad \boxed{-2x^4} \; - \qquad + 2x + 3$

$+2x^4 + 4x^3 - 2x^2$

$/\!/\!/\!/ \quad \boxed{4x^3} - 2x^2 + 2x + 3$

$-4x^3 - 8x^2 + 4x$

$/\!/\!/\!/\!/ \quad -10x^2 + 6x + 3$

$+10x^2 + 20x - 10$

$/\!/\!/\!/\!/ \quad 26x - 7$

reste

$x^3 - 2x^2 + 4x - 10$

D (x) = ? = d(x) . Q(x) + R(x)

$x^5 + 2x^4 - x^3$

$-2x^4 - 4x^3 + 2x^2$

$+4x^3 + 8x^2 - 4x$

$-10x^2$

$-20x$

$+26x$

$x^5 - x^3 + 2x + 3$

yes

6 $(-12x^5 + 2x^3 + 2x^2 + 2x - 1) : (-2x^2 + 1)$

$Ro\cancel{x}$

$-2x^2 + 0x + 1$

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
\boxed{-12x^5} & +0x^4 & +2x^3 & +2x^2 & +2x & -1 & \boxed{-2x^2}+1 \\
\hline
+12x^5 & +0x^4 & -6x^3 & & & & 6x^3 + 2x - 1 \\
\hline
//// & ///// & \boxed{-4x^3} & +2x^2 & +2x & -1 & \\
 & & +4x^3 & & -2x & & \\
\hline
 & & //// & \boxed{2x^2} & + //// & -1 & \\
 & & & -2x^2 & & +1 & \\
\hline
 & & & & & 0 &
\end{array}
$$

Le reste de la division étant zéro, division exacte $\Leftarrow 0$

le polynôme est divisible exactement par (-2x² + 1) ⇩

Le polynôme D(x) est factorisable.

Preuve

D (x) = ? = d(x) . Q(x) + R(x)

$$
\begin{array}{rrrrr}
-12x^5 & +6x^3 & & & \\
 & -4x^3 & & +2x & \\
 & & 2x^2 & & -1 \\
\hline
 & & & & +2
\end{array}
$$

$D(x) \overset{?}{=} -12x^5 + 2x^3 + 2x^2 + 2x - 1$

oui

$D = d \cdot q$

$\Rightarrow$ méthode de factorisation

$-12x^5 + 2x^3 + 2x^2 + 2x - 1 =$ **(-2x² + 1) (6x³ + 2x - 1)**

7 $(x^5 - 1)$ Ro$\cancel{d}$: $(x^2 + x + 1)$ RoG

$x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x - 1$

$x^5 - x^4 - x^3$

// $-x^4 - x^3 + 0x^2 + 0x - 1$

$+x^4 + x^3 + x^2$

///// ////// $x^2 + 0x - 1$

$-x^2 - x - 1$

/// $\boxed{-x - 2}$

$(x^2 + x + 1$

$x^3 - x^2 + 1$

r =/= 0

le polynôme D(x) n'est pas factorisable par d(x)

D (x) = ? = d(x) . Q(x) + R(x)

$\overset{?}{=} x^5 + x^4 + x^3$

$- x^4 - x^3 - x^2$

$x^2 + x + 1$

$- x - 2$

$D(x) \overset{?}{=} x^5$ / / / / -1

$D(x) \overset{?}{=} x^5 - 1$

8 $(x^3 - 3x^2 + 3x - 4) : (x + 2)$

$x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ | $x + 2$

$-x^3 - 2x^2$ | $x^2 - 5x + 13$

$-5x^2 + 3x - 4$

$5x^2 + 10x$

$13x - 4$

$-13x - 26$

$-30 \rightarrow$

r =/= 0
le polynôme D(x)
n'est pas factorisable
par d(x)

D (x) = ? = d(x) . Q(x) + R(x)

8 $(x^3 - 3x^2 + 3x - 4) : (x + 2)$

ROC

$1x^3 - 3x^2 + 3x - 4$

$x + 2 = 0$

$x = -2$

	1	-3	+3	-4
-2		-2	+10	-26
	1	-5	+13	-30

reste

Méthode de Horner

$Q(x) = ax^2 + bx + c$

$Q(x) = x^2 + -5x + 13$

- multiplier

additionner

D (x) = ? = d(x) . Q(x) + R(x)

9 $(x^4 - 3x^3 + x - 3) : (x - 3)$

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 3x^3 + x - 3 & x - 3 \\ \hline & \end{array}$$

$D(x) = ? = d(x) . Q(x) + R(x)$

10