A retenir

dans un repère orthonormé

La distance entre A et B est donnée par la formule

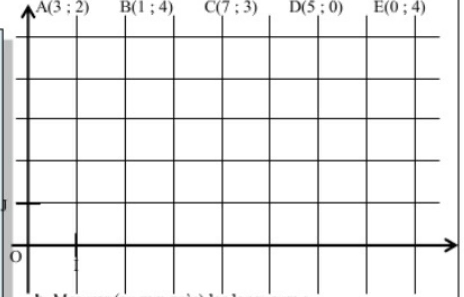
$$|\mathbf{AB}| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

EXERCICE 2A.1

Le repère (O, I, J) est orthonormé (unité 1 cm).

a. Placer dans ce repère les points :

A(3 ; 2) B(1 ; 4) C(7 ; 3) D(5 ; 0) E(0 ; 4)



b. Mesurer (au mm près) les longueurs :

$|AB|$ =..... $|AD|$ =...... $|BE|$ = $|AC|$ =...... $|BC|$ =........

c. Retrouver ces longueurs par le calcul à partir des coordonnées des points A, B et C.

$|AB|^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$ A (..., ...) B (..., ...)

$|AB|^2 = (1 - 3)^2 + (4 - 2)^2$

$|AB|^2 = (-2)^2 + 2^2$

$|AB|^2 = 4 + 4$

$|AB|^2 = 8$ donc $|AB| \approx 2,8$

$|AD|^2 = (x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2$ .... (..., ...) .... (..., ...)

$|AD|^2$ = (................)² + (................)²

$|AD|^2$ = (..........)² + (...........)²

$|AD|^2$ = ... + ...

$|AD|^2$ = ... donc $|AD|$ ....

$|BE|^2 = (x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2$ .... (..., ...) .... (..., ...)

$|BE|^2$ = (................)² + (................)²

$|BE|^2$ = (..........)² + (...........)²

$|BE|^2$ = ... + ...

$|BE|^2$ = ... donc $|BE|$ ....

$|AC|^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$ .... (..., ...) .... (..., ...)

$|AC|^2$ = (................)² + (................)²

$|AC|^2$ = (..........)² + (...........)²

$|AC|^2$ = ... + ...

$|AC|^2$ = ... donc $|AC|$ ....

$|BC|^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$ .... (..., ...) .... (..., ...)

$|BC|^2$ = (................)² + (................)²

$|BC|^2$ = (..........)² + (...........)²

$|BC|^2$ = ... + ...

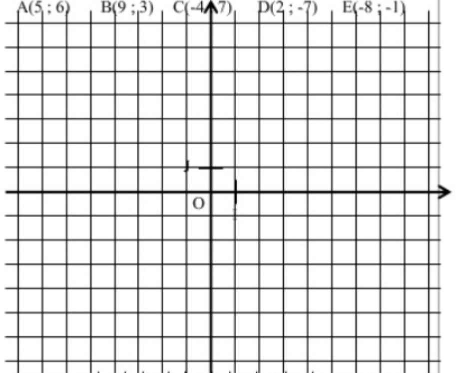
$|BC|^2$ = ... donc $|BC|$ ....

EXERCICE 2A.2

Le repère (O, I, J) est orthonormé (unité 0,5 cm).

a. Placer dans ce repère les points :

A(5 ; 6) B(9 ; 3) C(-4 ; 7) D(2 ; -7) E(-8 ; -1)



b. Calculer $|AB|$, $|BC|$, $|CD|$, $|DE|$ et $|AE|$ (en unités).

$|AB|$ = ... (..., ...) .... (..., ...)

= ....

= ....

= ....

Donc $|AB|$ ....

X

$|BC|$ = ... (..., ...) .... (..., ...)

= ....

= ....

= ....

Donc $|BC|$ ....

X

$|CD|$ = ... (..., ...) .... (..., ...)

= ....

= ....

= ....

Donc $|CD|$ ....

$|DE|$ = ... (..., ...) .... (..., ...)

= ....

= ....

= ....

Donc $|DE|$ ....

$|AE|$ = ... (..., ...) .... (..., ...)

= ....

= ....

= ....

Donc $|AE|$ ....

A(3 ; 2) B(1 ; 4) C(7 ; 3) D(5 ; 0) E(0 ; 4)

$|AD|^2 = (x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2$

$|AD|^2 = (3-5)^2 + (2-0)^2$

$|AD|^2 = (-2)^2 + (2)^2$

$|AD|^2 = 4 + 4$

$|AD|^2 = 8$ donc $|AD| = 2\sqrt{2}$

…. (…, ….)
…. (…, ….)

A (3 ; 2).
D (5 ; 0).

$|AD| = \sqrt{(3-5)^2 + (2-0)^2}$

$|AD| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2}$

$|AD| = \sqrt{4+4}$

$|AD| = 2\sqrt{2}$

$|BE|^2 = (x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2$

$|BE|^2 = (\ldots\ldots)^2 + (\ldots\ldots)^2$

$|BE|^2 = (\ldots\ldots)^2 + (\ldots\ldots)^2$

$|BE|^2 = \ldots\ldots + \ldots\ldots$

$|BE|^2 = \ldots\ldots$ donc $|BE|$ ……….

…. (…, ….)
…. (…, ….)

A(3 ; 2) B(1 ; 4) C(7 ; 3) D(5 ; 0) E(0 ; 4)

$\lvert BE \rvert^2 = (x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2$	…. (…, ….) …. (…, ….)
$\lvert BE \rvert^2 = (\ldots 1 - \ldots)^2 + (\ldots 4 - \ldots)^2$	
$\lvert BE \rvert^2 = (\ldots\ldots)^2 + (\ldots 4 \ldots)^2$	
$\lvert BE \rvert^2 = \ldots\ldots + \ldots\ldots$	
$\lvert BE \rvert^2 = \ldots\ldots$	donc $\lvert BE \rvert = 4\sqrt{2}$

B (1 ; 4).

E (;)

$|BE| = \sqrt{(1- \ )^2 + (4- \ )^2}$

$|BE| = \sqrt{(\ )^2 + \ ^2}$

$|BE| = \sqrt{\ }$

A(3 ; 2) B(1 ; 4) C(7 ; 3) D(5 ; 0) E(0 ; 4)

$|AC|^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$

$|AC|^2 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)^2 + (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)^2$

$|AC|^2 = (\ldots\ldots\ldots)^2 + (\ldots\ldots\ldots)^2$

$|AC|^2 = \ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots$

$|AC|^2 = \ldots\ldots$ donc $|AC|$ ………....

…. (…, ….)
…. (…, ….)

$|BC|^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$

$|BC|^2 = (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)^2 + (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)^2$

$|BC|^2 = (\ldots\ldots\ldots)^2 + (\ldots\ldots\ldots)^2$

$|BC|^2 = \ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots$

$|BC|^2 = \ldots\ldots$ donc $|BC|$ ………....

…. (…, ….)
…. (…, ….)

A(3 ; 2) B(1 ; 4) C(7 ; 3) D(5 ; 0) E(0 ; 4)

$|AC|^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$

$|AC|^2 = (\ldots 3 - 7 \ldots)^2 + (\ldots 2 - 3 \ldots)^2$

$|AC|^2 = (\ldots -4 \ldots)^2 + (\ldots -1 \ldots)^2$

$|AC|^2 = \ldots 16 \ldots + \ldots 1 \ldots$

$|AC|^2 = 17$ donc $|AC| = \sqrt{17}$

…. (…, ….)
…. (…, ….)

A (3;2).
C (7;3)

$|AC| = \sqrt{(3-7)^2 + (2-3)^2}.$

$|AC| = \sqrt{(-4)^2 + (-1)^2}.$

$|AC| = \sqrt{16+1}$

A(3 ; 2) B(1 ; 4) C(7 ; 3) D(5 ; 0) E(0 ; 4)

$\lvert BC\rvert^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$	…. (…, ….) …. (…, ….)
$\lvert BC\rvert^2 = (1-7)^2 + (4-3)^2$	
$\lvert BC\rvert^2 = (-6)^2 + (1)^2$	
$\lvert BC\rvert^2 = 36 + 1$	
$\lvert BC\rvert^2 = 37$	donc $\lvert BC\rvert = \sqrt{37}$

B (1 ; 4)

C : (7 ; 3)

$$|BC| = \sqrt{(1-7)^2 + (4-3)^2}$$

$$|BC| = \sqrt{(-6)^2 + 1^2}$$

$$|BC| = \sqrt{36+1}$$

$A(3\ ;\ 2)\ B(1\ ;\ 4)\ C(7\ ;\ 3)\ D(5\ ;\ 0)\ E(0\ ;\ 4)$

$|AD|^2 = (x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2$

$|AD|^2 = (3-5)^2 + (2-0)^2$

$|AD|^2 = (-2)^2 + (2)^2$

$|AD|^2 = 4 + 4$

$|AD|^2 = 8$ donc $|AD| = 2\sqrt{2}$

A (3, 2)
D (5, 0)

$|BE|^2 = (x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2$

$|BE|^2 = (1-0)^2 + (4-4)^2$

$|BE|^2 = (1)^2 + (0)^2$

$|BE|^2 = 1 + 0$

$|BE|^2 = 1$ donc $|BE|$ 1

B (1, 4)
E (0, 4)

$|AC|^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$

$|AC|^2 = (3-7)^2 + (2-3)^2$

$|AC|^2 = (-4)^2 + (-1)^2$

$|AC|^2 = 16 + 1$

$|AC|^2 = 17$ donc $|AC| = \sqrt{17}$

A (3, 2)
C (7, 3)

$|BC|^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$

$|BC|^2 = (1-7)^2 + (4-3)^2$

$|BC|^2 = (-6)^2 + (1)^2$

$|BC|^2 = 36 + 1$

$|BC|^2 = 37$ donc $|BC| = \sqrt{37}$

B (1, 4)
C (7, 3)

Deuxième colonne

A(5 ; 6) B(9 ; 3) C(-4 ; 7) D(2 ; -7) E(-8 ; -1)

$|CD|^2 = (-4-2)^2 + (7+7)^2$

$= (-6)^2 + 14^2$

$= 36 + 196$

$= 232$

$\sqrt{|CD|^2} = \sqrt{232}$ Donc $|CD| \simeq 15{,}2$

$|CD| = \quad = 2\sqrt{58}$

.... (...; ....)
.... (...; ....)

C (-4 ; 7)
D (2 ; -7)

$|CD| = \sqrt{(-4-2)^2 + (7+7)^2}$

$= \sqrt{(-6)^2 + 14^2}$

$= \sqrt{36 + 196}$

$= \sqrt{232} = 2\sqrt{58}$

$\simeq 15{,}2$

Deuxième colonne

A(5 ; 6) B(9 ; 3) C(-4 ; 7) D(2 ; -7) E(-8 ; -1)

$|DE|^2 =$ ....

= ....

= ....

= ....

.... (...., ...)

.... (...., ...)

Donc $|DE|$ ....

$|AE|^2 =$ ....

= ....

= ....

= ....

.... (...., ...)

.... (...., ...)

Donc $|AE|$ ....

Deuxième colonne

A(5 ; 6) B(9 ; 3) C(-4 ; 7) D(2 ; -7) E(-8 ; -1)

$(2 ; -7)$

$(-8 ; -1)$

$(2 \boxed{-} 8)^2 + (-7 \boxed{-} 1)^2$

$|DE|^2 = \dots\dots$

$|DE|^2 = (2+8)^2 + (-7+1)^2$

$= 10^2 + (-6)^2$

$= 100 + 36$

Donc $|DE| = \sqrt{136}$

$\simeq 11,7$

D. (2, -7)
E. (-8, -1)

$|AE|^2 = \dots\dots$

$= (5+8)^2 + (6+1)^2$

$= (13)^2 + (7)^2$

$= 169 + 49$

Donc $|AE| = \sqrt{218}$

A. (5, 6)
E. (-8, -1)

$|AE| \simeq 14,8$

$2\sqrt{34} = \sqrt{34 \times 4} = \sqrt{136}$

es :

$A(5;6)$

$B(9;3)$

$|AB| = ?$

$$\sqrt{(9-5)^2+(6-3)^2}$$

$$= \sqrt{4^2+3^2}$$

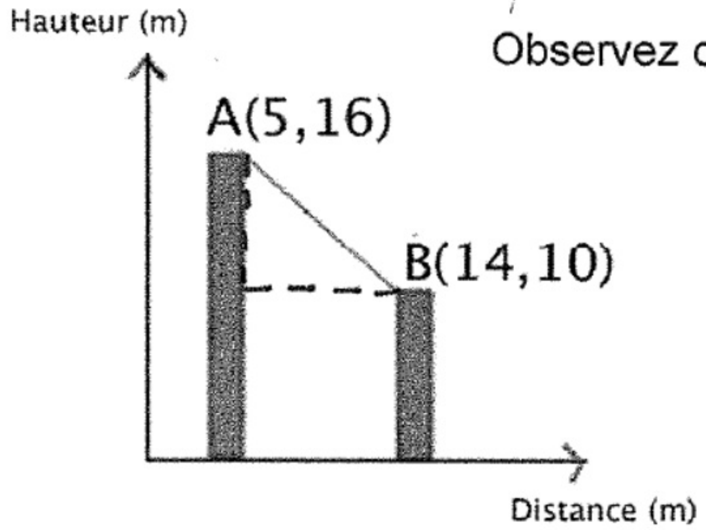
$$= \sqrt{16+9}$$

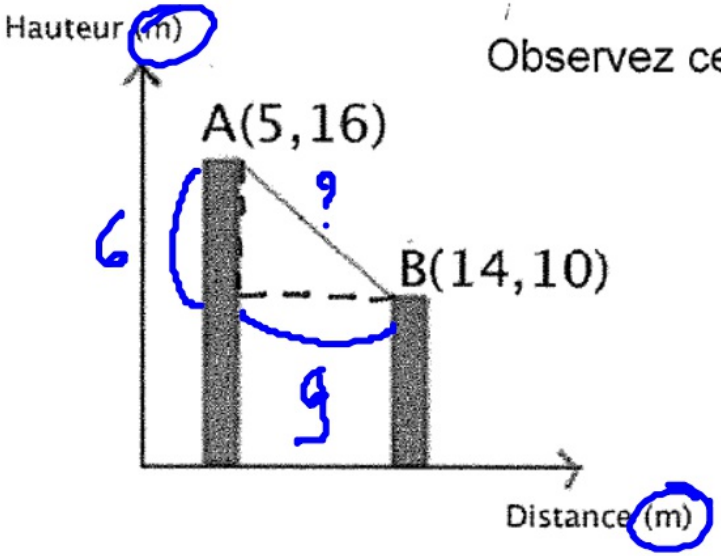
$$= \sqrt{25}$$

$$= 5$$

Observez cette représentation de deux poteaux reliés par un câble.

Quelle est la longueur du câble?





Observez cette représentation de deux poteaux reliés par un câble.

Quelle est la longueur du câble?

1) différence des x

$14 - 5 = 9$ m

2) différence des y

$16 - 10 = 6$ m

3) longueur câble

$c^2 = a^2 + b^2$ (Pythagore)

$\overline{AB}^2 = 9^2 + 6^2$

$\overline{AB} = \sqrt{117}$

$|AB|^2 = (5-14)^2 + (16-10)^2$

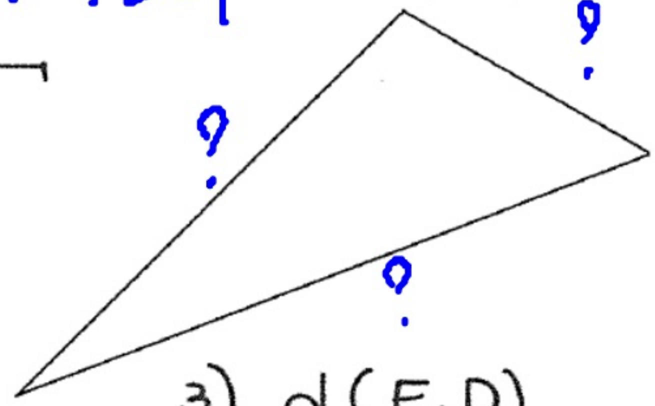
$|AB|^2 = 81 + 36$

$|AB|^2 = 117$

$|AB| \simeq 10{,}8$ m

Quel est le périmètre du triangle CDE?

$P = |CE| + |CD| + |DE|$



1) $\underline{d(C,D)}$

$d(C,D) = \sqrt{(5-0)^2 + (6-1)^2}$

$|CD| = 7{,}07\ u$

2) $\underline{d(C,E)}$

$d(C,E) = \sqrt{(10-5)^2 + (4-6)^2}$

$|CE| = 5{,}39\ u$

3) $\underline{d(E,D)}$

$d(E,D) = \sqrt{(10-0)^2 + (4-1)^2}$

$|ED| = \sqrt{10^2 + 3^2}$

$= \sqrt{109}$

$= 10{,}44\ u$

4) Périmètre Δ CDE

$P = 7{,}07 + 5{,}39 + 10{,}44 = 22{,}$

7

$E(10;4)$

$C(5;6)$

$D(0;1)$

Le triangle ECD est-il rectangle ?

$|EC| = \sqrt{29}$

$|CD| = 5\sqrt{2}$

$|ED| = \sqrt{109}$ → côté le plus grand.

$|ED|^2 \overset{?}{=} |EC|^2 + |CD|^2$

$109 \overset{?}{=} 29 + 50$

$109 \overset{?}{=} 79$

NON

→ Par la contraposée de Pythagore : le ΔECD n'est pas rectangle