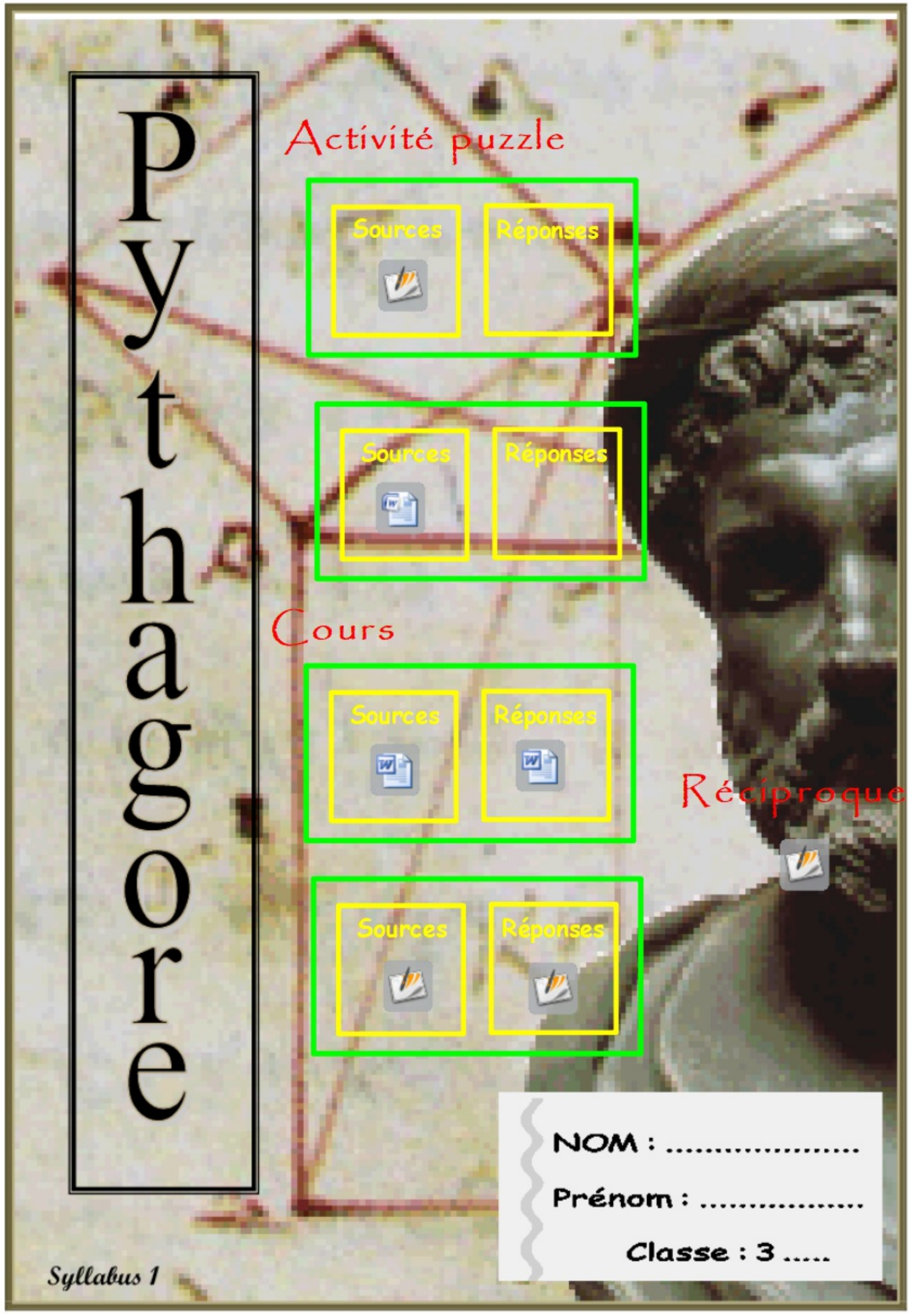


Pythagore

Activité puzzle

Sources

Réponses

Sources

Réponses

Cours

Sources

Réponses

Sources

Réponses

Réciproque

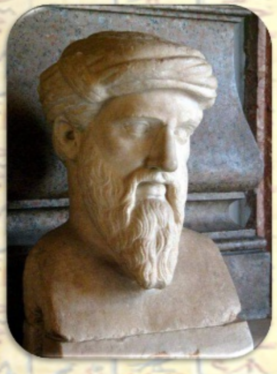
NOM : ....

Prénom : ....

Classe : 3 .....

Syllabus 1

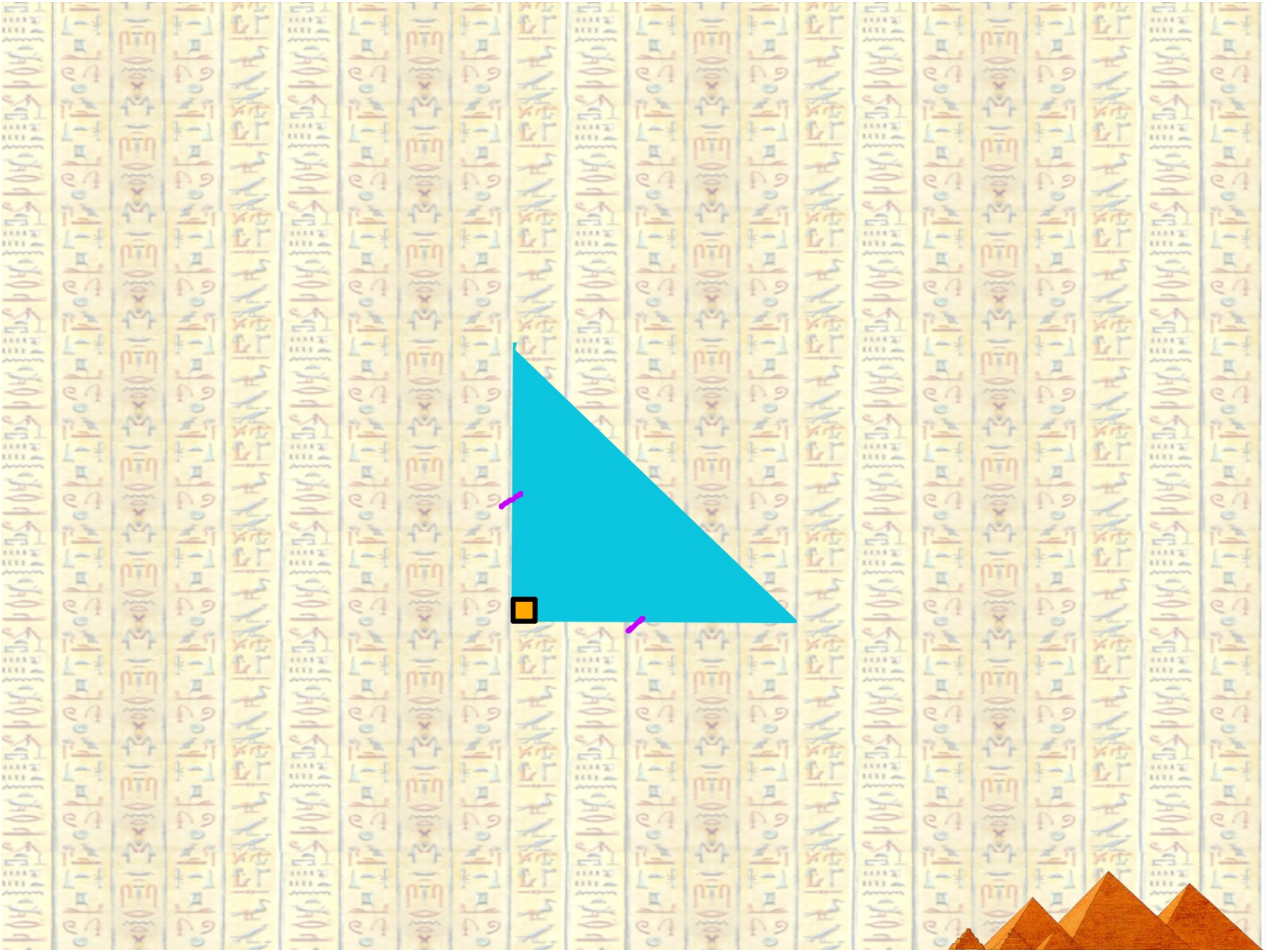
Sur les traces de Pythagore

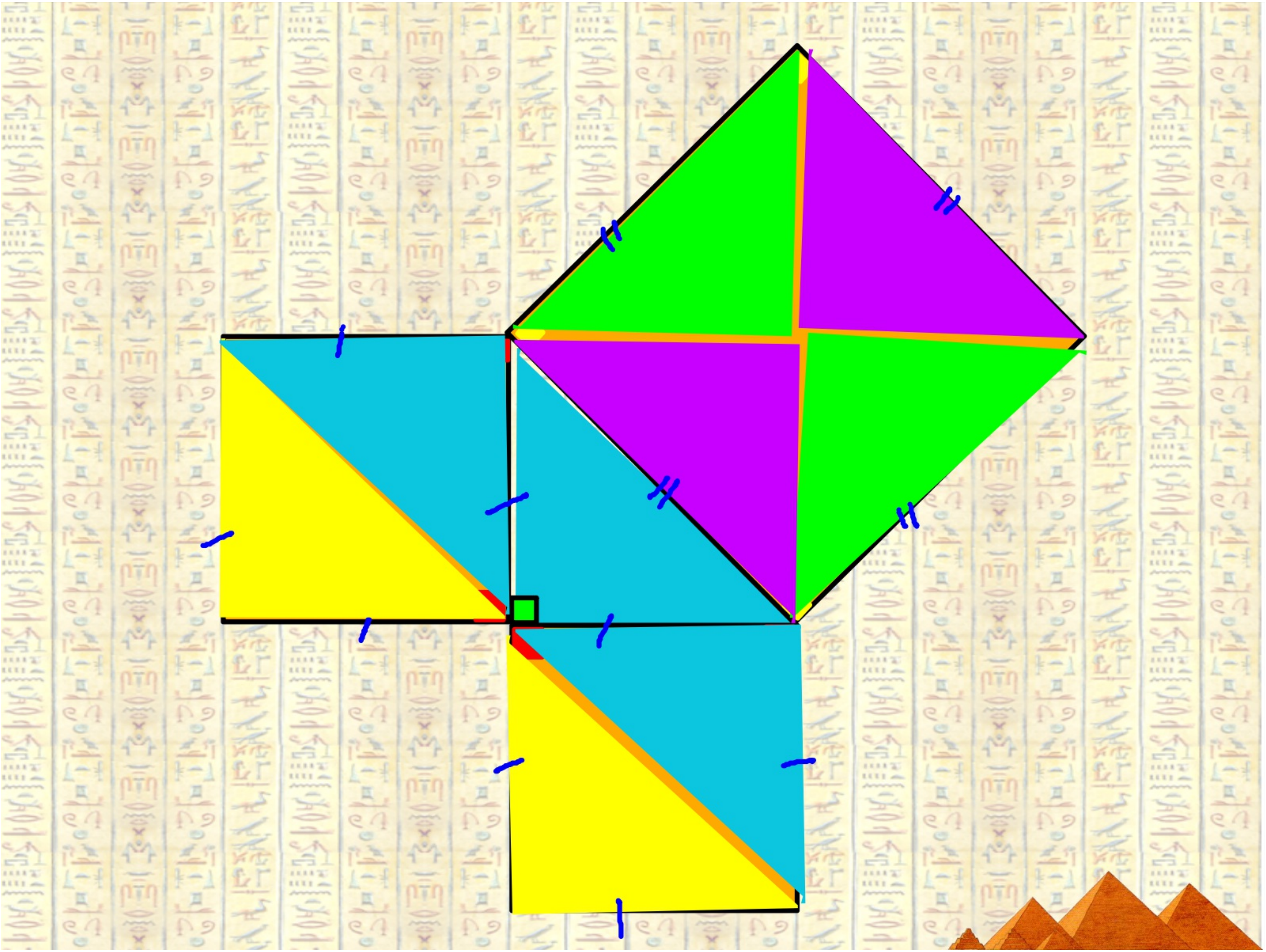


Activités

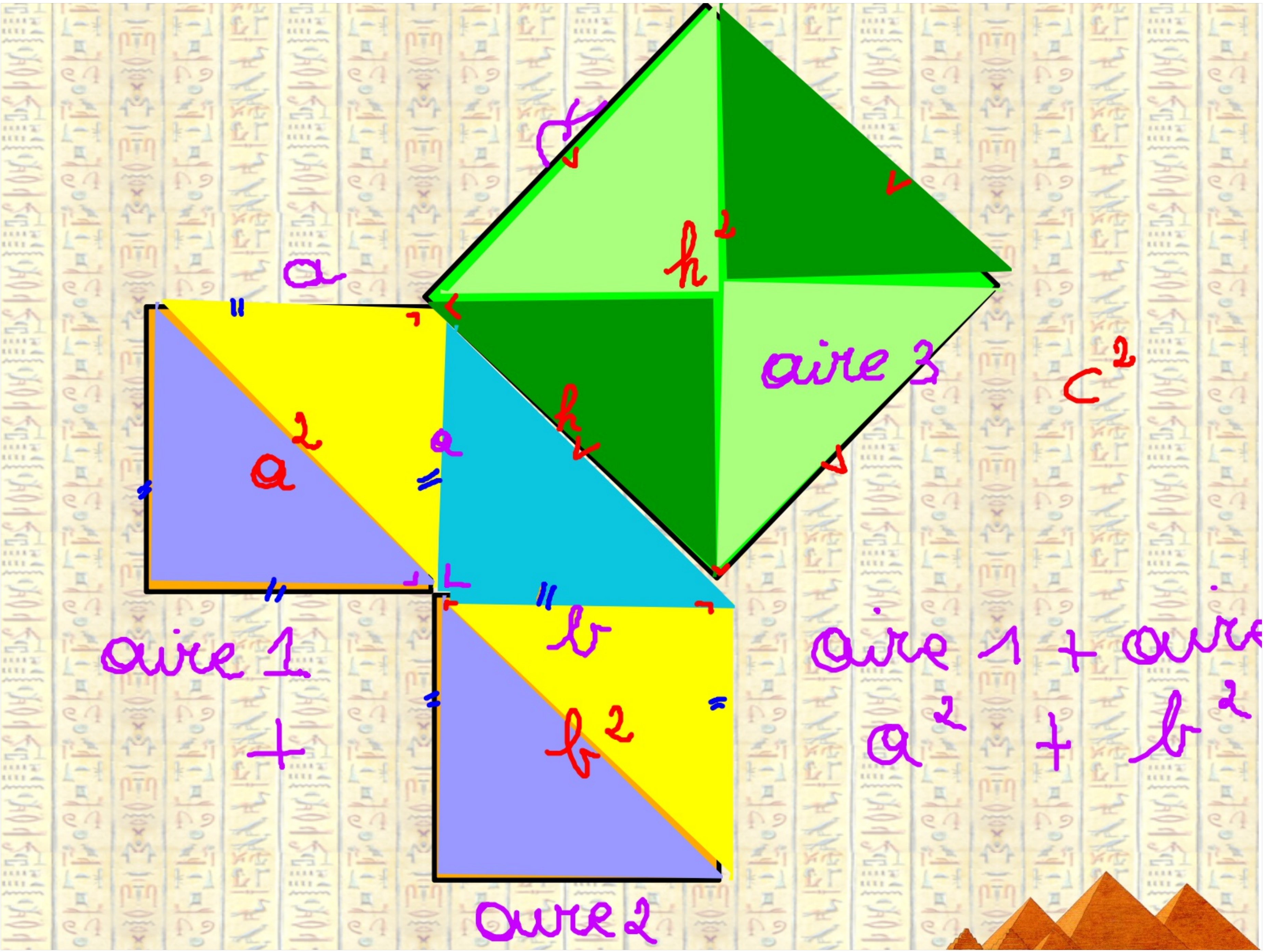
- Construis un triangle ABC,
  à la fois rectangle en B et isocèle .
  sachant que la base [BC] mesure 3 cm

- Sur chacun des côtés de ce triangle, construis un carré.





Compare l'**aire** du carré construit sur le plus grand côté (l'**hypoténuse**) avec les **aires** des deux autres carrés construits sur les deux autres côtés.



a
a²
a
b
b²
h
h²
c²
aire 1
+
aire 2
aire 3
aire 1 + aire
a² + b²

Enonce la propriété que tu penses avoir mise en évidence en langage usuel et en langage symbolique

L'énoncé dégagé dans cette activité suppose que deux conditions soient réalisées :
le triangle doit être à la fois isocèle et rectangle.

Vérifions si la propriété trouvée semble encore exacte si l'on supprime l'une de ces deux conditions.

2) Construis un triangle ABC, isocèle et non rectangle (3-3-5)

et vérifie la propriété dégagée en 1)

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

3) Construis un triangle ABC, non isocèle et rectangle en C (3-4-5)

et vérifie la propriété dégagée en 1)

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

4) Construis un triangle ABC, non isocèle et non rectangle (3-5-6)

et vérifie la propriété dégagée en 1)

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

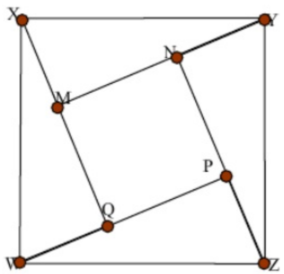
…………………………………………………

5) En examinant les activités précédentes, quelle conclusion en tires-tu ?

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

6) Construis et découpe quatre triangles rectangles aux dimensions rigoureusement identiques.



Dispose-les comme le suggère le dessin ci-contre.

a) La figure XYZW est-elle un carré ? Pourquoi ?

…………………………………………………

…………………………………………………

b) La figure MNPQ est-elle un carré ? Pourquoi ?

c) En te servant des longueurs a, b, c, détermine

d) l'aire des figures XYZW et MNPQ ainsi que celle des quatre triangles.

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

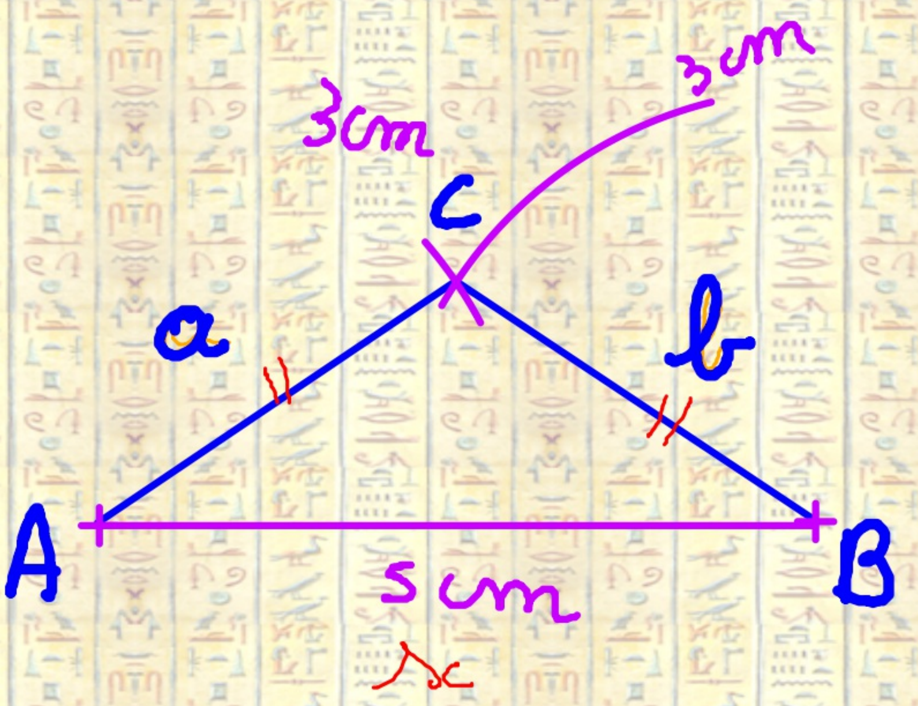
Quelle égalité liant a^2, b^2 et c^2 peux-tu tirer ?

…………………………………………………

…………………………………………………

…………………………………………………

Construis un triangle ABC, isocèle et non rectangle (3-3-5)
et vérifie la propriété dégagée en 1)



$$|AB|^2 \overset{?}{=} |AC|^2 + |BC|^2$$

$$x^2 \overset{?}{=} a^2 + b^2$$

$$5^2 \overset{?}{=} 3^2 + 3^2$$

$$25 \overset{?}{=} 9 + 9$$

NON

$\Rightarrow$!

Construis un triangle ABC, non isocèle et rectangle en C (3-4-5)
et vérifie la propriété dégagée en 1)

$$|AB|^2 = ? = |AC|^2 + |BC|^2$$

Construis un triangle ABC, non isocèle et non rectangle (3-5-6)
et vérifie la propriété dégagée en 1)

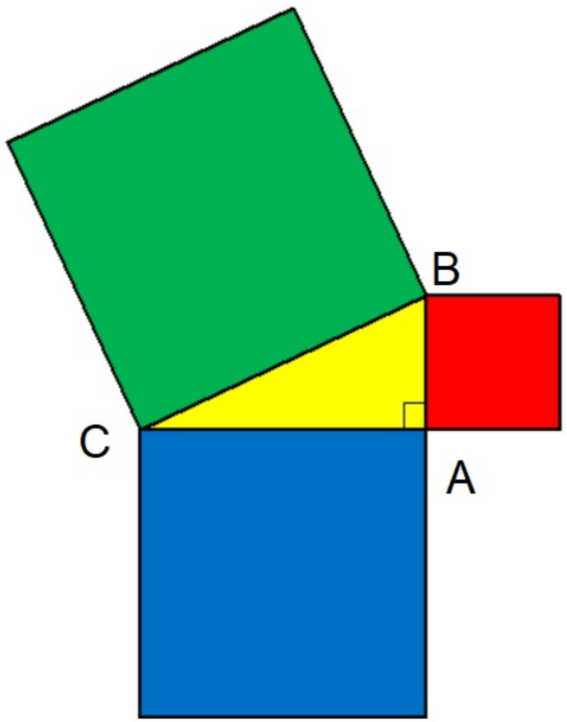
$$|AB|^2 = ? = |AC|^2 + |BC|^2$$

En examinant les activités précédentes, quelle conclusion en tires-tu ?

La propriété découverte au point 1 se vérifie

Séance de découpage

Sur une feuille quadrillée, construire, en s'aidant du quadrillage, un triangle ABC rectangle en A.
A partir de chacun des côtés, construire un carré afin d'obtenir une figure comme celle ci-contre (en respectant les couleurs).



Cliquer ici pour voir la méthode de construction.

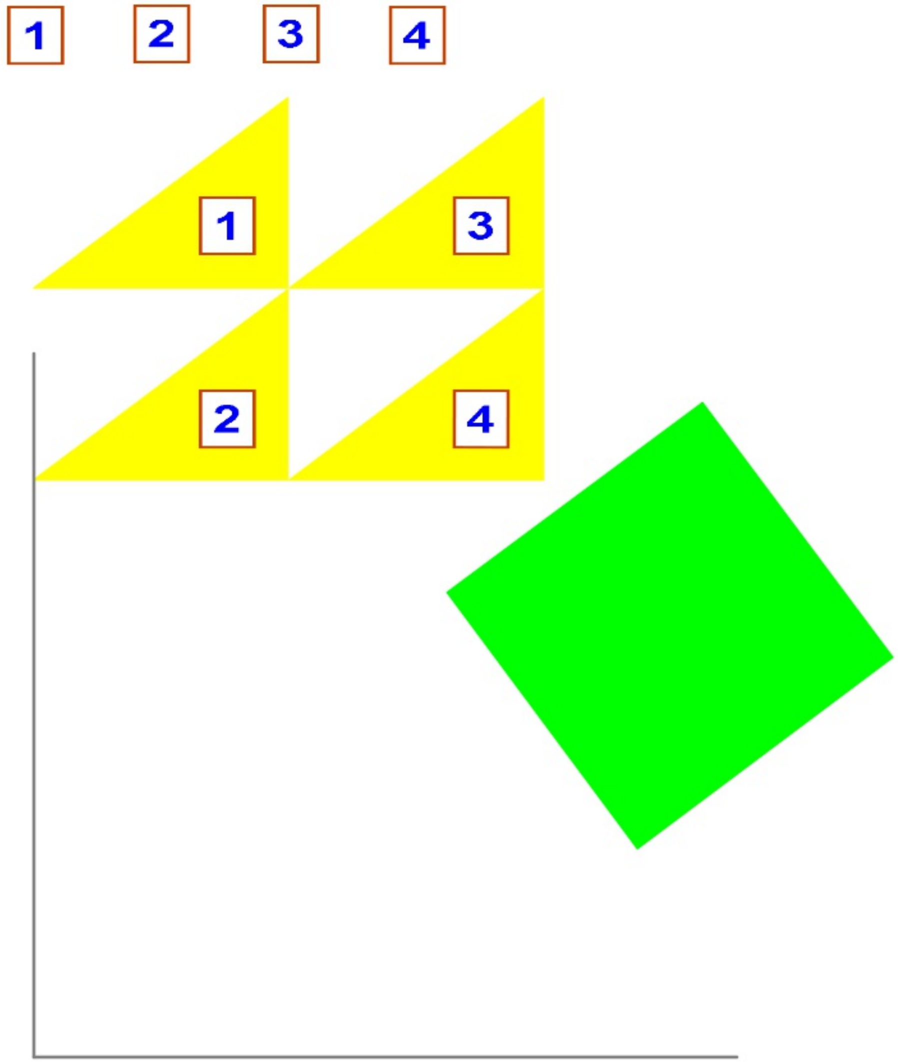
Reproduire sept fois le triangle jaune (toujours coloriés de la même couleur).

Découper proprement les figures ainsi construites, afin d'obtenir 11 pièces de couleurs :

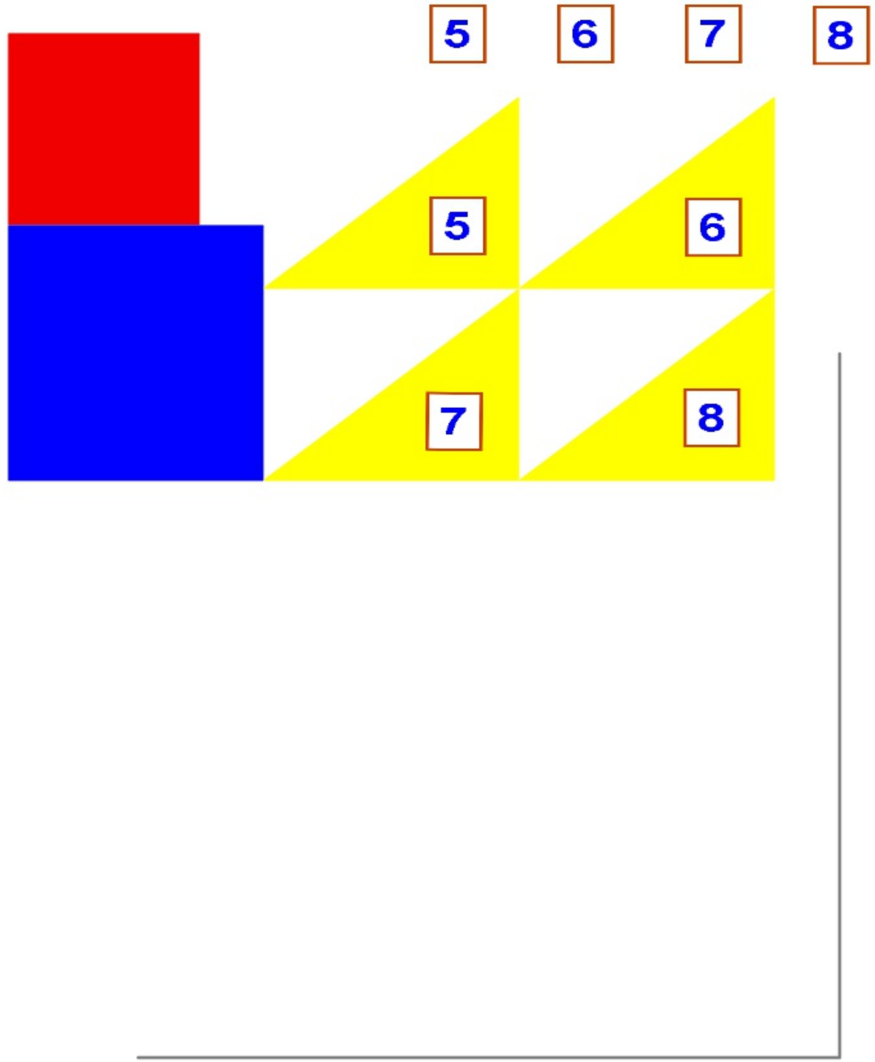
- 8 triangles jaunes ;
- 1 carré vert ;
- 1 carré bleu ;
- 1 carré rouge.

A l'aide du carré vert et de quatre triangle jaune, construire un carré (sans chevauchement et sans espace vide).
A l'aide des carrés rouge et vert et de quatre triangles jaunes, construire un carré (sans chevauchement et sans espace vide).

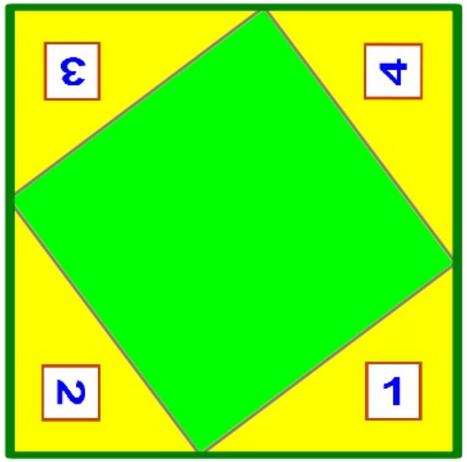
Utiliser les numéro pour faire tourner les triangles.

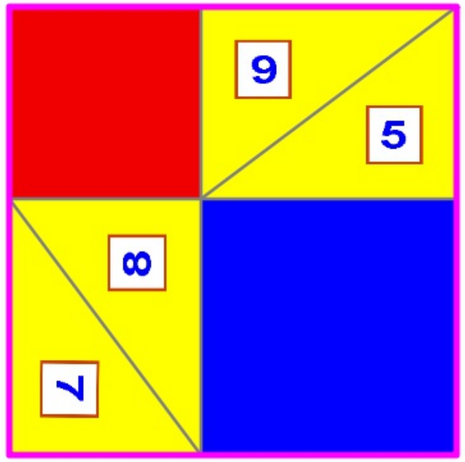


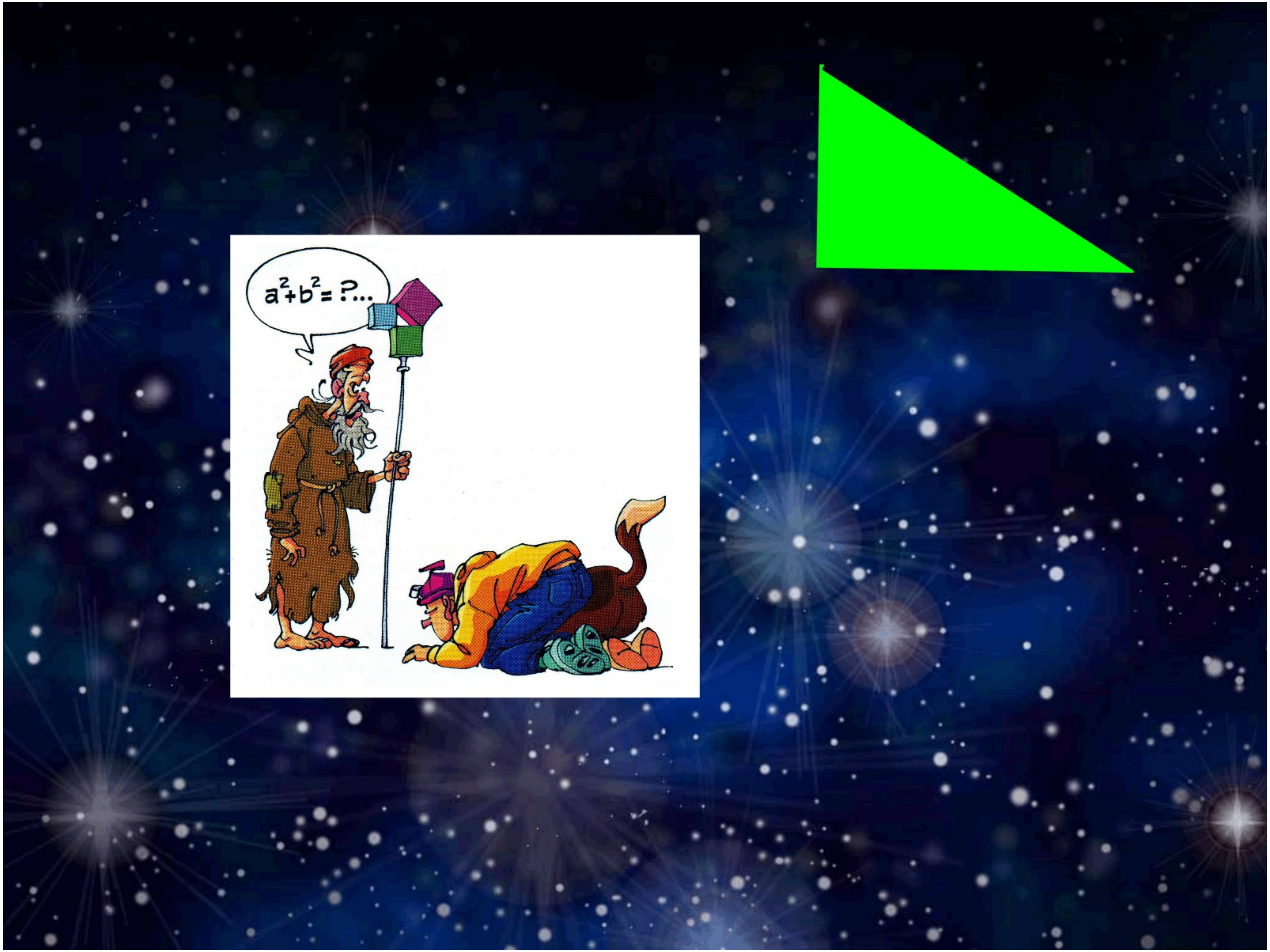
Utiliser les numéro pour faire tourner les triangles.



On obtient deux grands carrés (vert et rose) superposables : il suffit de mesurer les deux carrés et de comparer les dimensions obtenues (ou de déplacer le grand carré vert pour s'en assurer).
Que peut-on en déduire sur les trois petits carrés ?

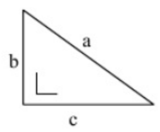





$a^2+b^2=$?...

B. Théorème de Pythagore

Si



alors

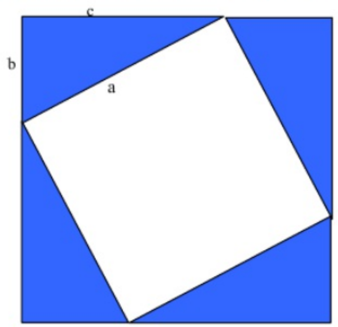
....

$$\left(\text{longueur de l'hypoténuse}\right)^2 = \left(\text{un côté de l'angle droit}\right)^2 + \left(\text{l'autre côté de l'angle droit}\right)^2$$

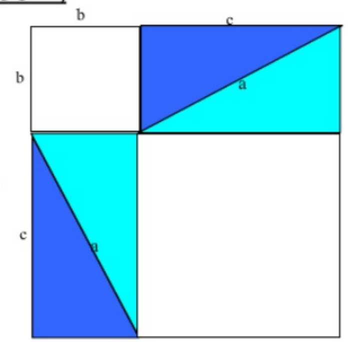
Dans tout triangle rectangle,
le carré de la longueur de. . . . . est égal à la somme
des carrés des longueurs ....

Rem : cathètes : côtés de l'angle droit

C. Démonstration chinoise attribué à Chu Peï (AM P)



.....



Les grands carrés (1 et 2) ont la même aire :

⇒ Les triangles colorés ont la même aire

⇒ Les aires des carrés non colorées sont donc égales

.... = ...

.... = ...

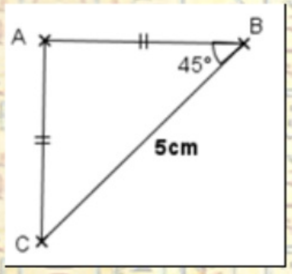
.... = ...

1. Reconnaître une situation

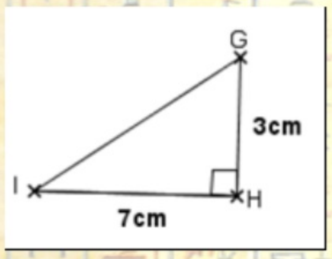
Dans chacun des cas suivants, dire s'il est possible d'appliquer le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté. Si oui, préciser lequel(ou lesquels).

Dans TOUS les cas, **justifier**

Situation ❶



Situation ❷

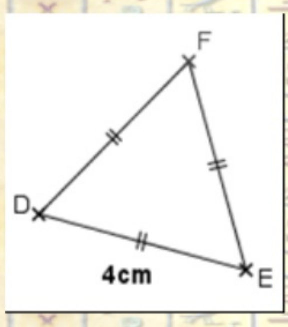


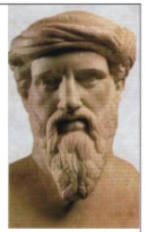
1. Reconnaître une situation

Dans chacun des cas suivants, dire s'il est possible d'appliquer le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté. Si oui, préciser lequel(ou lesquels).

Dans TOUS les cas, **justifier**

Situation ❸

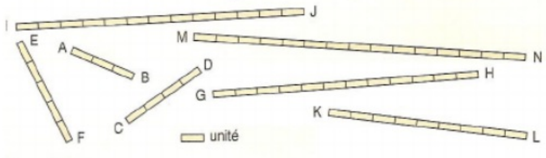




D. Réciproque du théorème de Pythagore

1) Activité

Voici des tiges graduées de longueurs connues



a) Compléter le tableau

Tige	[AB]	[CD]	[EF]	[GH]	[IJ]	[KL]	[MN]
Longueur de la tige	3	4	5	12	13	9	15
Carré de la longueur	9	16	25	144	169	81	225

b) On peut trouver trois nombres de la dernière ligne du tableau tels que l'un soit la somme des deux autres. (Exemple : 25 = 9 + 16)

Trouve deux égalités de ce type.

.........225 = 144 + 81..

......169 = 144 + 25..

c) Pour chacune des trois égalités ci-dessus, construis un triangle dont les côtés sont les tiges correspondantes.

d) A l'aide de ton équerre, vérifie si les triangles sont rectangles ou non.

2) Conclusion

Soit ABC un triangle, *si* $|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$ *alors* le triangle ABC est .... en

Si, dans un triangle,

le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés

alors le triangle est ....

Réciproque du théorème de Pythagore : exemple

Résolution de premier exercice de la page suivante

2) Savoir reconnaître si un triangle est rectangle ou non en connaissant la mesure de ses côtés.

Si $|AB| = 82$; $|BC| = 80$ et $|AC| = 18$

Alors le triangle ABC est-il rectangle ?

Recherche :

si ABC est rectangle, son hypoténuse ne peut être que $|AB|$ car c'est le côté ayant la plus grande longueur.

$$
\begin{aligned}
|AB|^2 &= ?= |BC|^2 + |AC|^2 \\
82^2 &= ?= 80^2 + 18^2 \\
6724 &= ?= 6400 + 324 \\
6724 &= ?= 6724
\end{aligned}
$$

Oui

Le triangle ABC est rectangle en C

Remarques

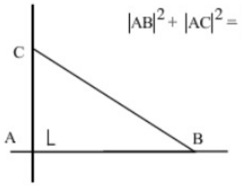
SI ET SEULEMENT SI

1) A, B , C étant trois points du plan ;

$$\boxed{AB \perp AC \quad \Longleftrightarrow \quad |AB|^2 + |AC|^2 = |BC|^2}$$

Dire que « (AB) $\perp$ (AC) » c'est aussi dire que « le triangle ABC est rectangle en A »

$$|AB|^2 + |AC|^2 = |BC|^2$$



E. Applications de la réciproque

1) Architectes égyptiens

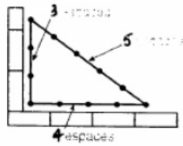
Sur les rives du Nil, deux mille ans avant J.-C., la légende raconte que les Egyptiens se servaient d'une corde à treize nœuds de longueur 12 pour tracer des angles droits.

Ainsi muni de cette bonne équerre, ils pouvaient reconstituer chaque année les limites des champs rectangulaires que les crues du Nil avaient fait disparaître en apportant le limon fertile...

Une équerre ? Mais il s'agit d'une corde !

Il suffit pourtant d'attacher les deux extrémités puis de tendre avec deux mains et un piquet ou... avec trois piquets. On forme alors un triangle.

Cordelette à ….. nœuds dont la distance entre chaque nœud est toujours la même.



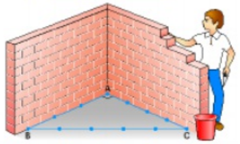
Les architectes égyptiens utilisaient cette cordelette pour vérifier si les angles des murs construits étaient droits. Ils plaçaient un nœud dans l'angle des murs. Si la cordelette bien tendue se présentait comme sur le schéma de droite, l'angle était réputé droit.

Cette manière de procéder a un lien avec la propriété découverte précédemment.

Est-ce la même propriété qui se dégage ici ? Explique ton raisonnement.

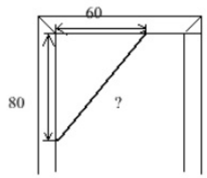
$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

2) Aujourd'hui. . .



De nos jours encore, certains artisans utilisent un procédé similaire.

Pour vérifier que les montants du chambranle d'une porte sont perpendiculaires entre eux, un menuisier ayant oublié son équerre procède comme suit : *"six huit dix"*.



- A partir de chaque coin, il trace un trait sur chaque montant, à 60 cm du coin de l'un ; à 80 cm du coin de l'autre.
- Il mesure ensuite la distance entre les deux traits.
- Si la distance est de 1 m, les montants sont perpendiculaires.

F. Exercices :

Série 1 : **Réciproque du théorème de Pythagore**

Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifie. Si oui, précise l'angle droit

Si……………………………………………………**alors** ………………………………

	$\lvert AB\rvert$	$\lvert AC\rvert$	$\lvert BC\rvert$	Oui – non car
A	82	18	80	
B	4	5	6	
C	3	5	8	
D	$\sqrt{7}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	
E	$\sqrt{13}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{5}$	
F	60	100	80	
G	6	8	10	
H	8	15	17	
I	9	40	41	

Série 2 : Vrai ou faux ? Justifie

a) 2,3 et 5 peuvent être les longueurs des côtés d'un triangle rectangle

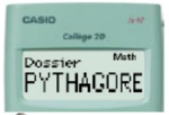
b) Si les côtés d'un carré mesurent 2 alors sa diagonale mesure 8

c) Si la diagonale d'un carré mesure $\sqrt{2}$ alors ses côtés mesurent 4

d) $\sqrt{5}$ est la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés mesurent 9 et 16.

e) Le théorème de Pythagore ne se vérifie jamais dans un triangle isocèle.

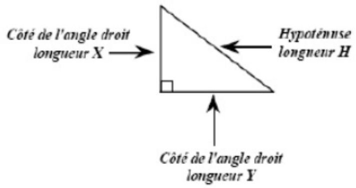
G. Pythagore et la calculatrice

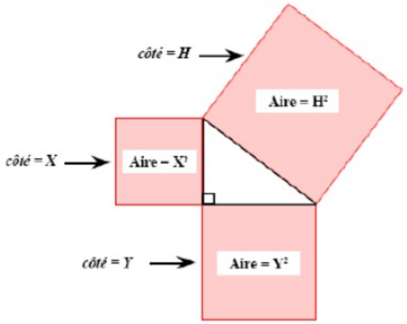


Fiche 1 : La réciproque de Pythagore

ou le triangle proposé est-il rectangle ?

Où on construit des carrés autour d'un triangle rectangle



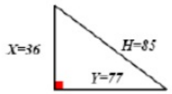


La relation de Pythagore précise que:
Aire H^2 = Aire X^2 + Aire Y^2
Autrement dit,
dans un triangle rectangle : $\boxed{H^2 = X^2 + Y^2}$

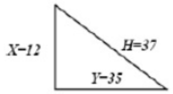
Un triangle est-il rectangle ?

Les mesures des trois côtés d'un triangle étant connues,
On pourra affirmer que ce triangle est rectangle si la relation de Pythagore est vérifiée

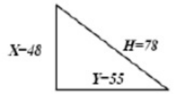
Compléter en utilisant les touches √ (X² + X²)



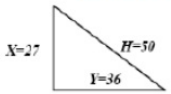
Calcul direct de $\sqrt{(X^2 + Y^2)}$:
√ (
36 X² + 77 X²
) EXE → 85
Est-ce la valeur de H ? OUI
Donc le triangle EST RECTANGLE



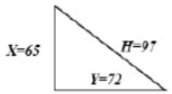
Calcul direct de $\sqrt{(X^2 + Y^2)}$:
√ (
X² + X²
) EXE →
Est-ce la valeur de H ?
Donc le triangle



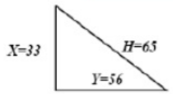
Calcul direct de $\sqrt{(X^2 + Y^2)}$:
√ (
X² + X²
) EXE →
Est-ce la valeur de H ?
Donc le triangle



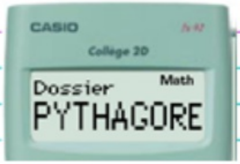
Calcul direct de $\sqrt{(X^2 + Y^2)}$:
√ (
X² + X²
) EXE →
Est-ce la valeur de H ?
Donc le triangle



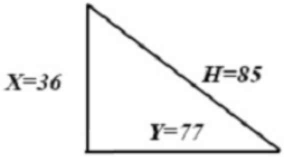
Calcul direct de $\sqrt{(X^2 + Y^2)}$:
√ (
X² + X²
) EXE →
Est-ce la valeur de H ?
Donc le triangle

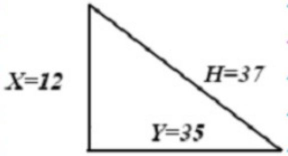


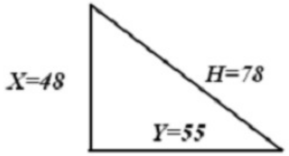
Calcul direct de $\sqrt{(X^2 + Y^2)}$:
√ (
X² + X²
) EXE →
Est-ce la valeur de H ?
Donc le triangle

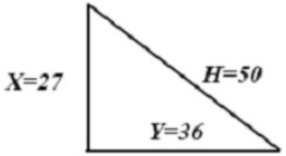


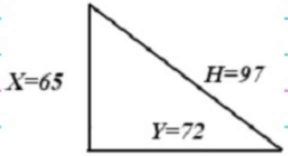
Fiche 1 : Le triangle proposé est-il rectangle ?

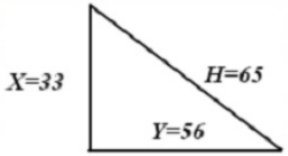


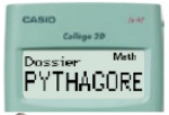












Fiche 2 : Triangle rectangle

Calcul de l'hypoténuse

Autre forme de la relation de Pythagore

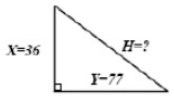
Les travaux de la séquence précédente se résument ainsi:
Parce que $H^2 = X^2 + Y^2$ on a $H = \sqrt{X^2 + Y^2}$

Une autre écriture de la relation de Pythagore:

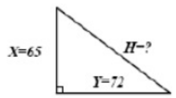
Dans un triangle rectangle:
$H = \sqrt{X^2 + Y^2}$

Technique de calcul :

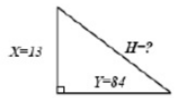
Compléter en utilisant les touches √ (x² + x²)



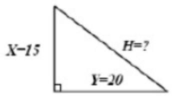
On écrit la relation de Pythagore:
$H = \sqrt{(X^2 + Y^2)}$
On remplace X et Y par:
$H = \sqrt{(36^2 + 77^2)}$
On fait le calcul avec la machine :
√ (
36 x² + 77 x²
) EXE → 85
Le résultat est H = 85



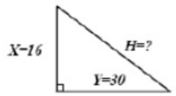
On écrit la relation de Pythagore:
On remplace X et Y par:
On fait le calcul avec la machine :
√ (
x² + x²
) EXE →
Le résultat est



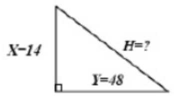
On écrit la relation de Pythagore:
On remplace X et Y par:
On fait le calcul avec la machine :
√ (
x² + x²
) EXE →
Le résultat est



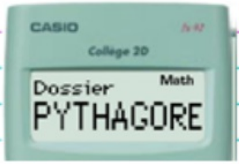
On écrit la relation de Pythagore:
On remplace X et Y par:
On fait le calcul avec la machine :
√ (
x² + x²
) EXE →
Le résultat est



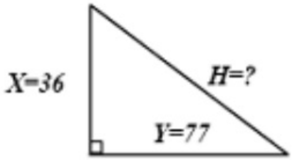
On écrit la relation de Pythagore:
On remplace X et Y par:
On fait le calcul avec la machine :
√ (
x² + x²
) EXE →
Le résultat est

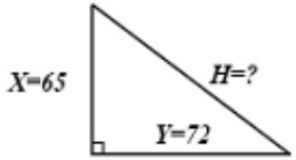


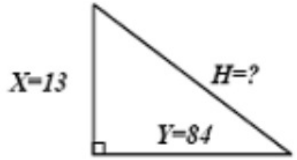
On écrit la relation de Pythagore:
On remplace X et Y par:
On fait le calcul avec la machine :
√ (
x² + x²
) EXE →
Le résultat est

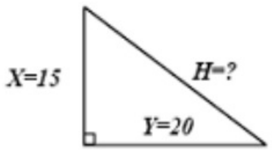


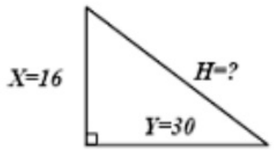
Fiche 2 : Triangle rectangle   Calcul de l'hypoténuse

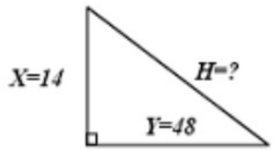


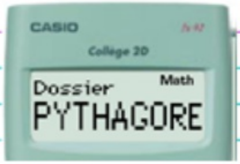




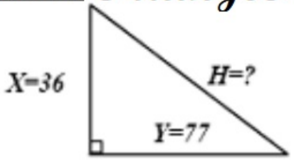


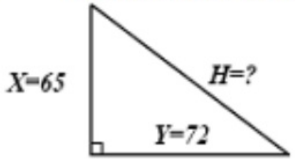


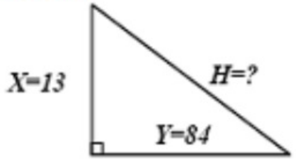




Fiche 2 : Triangle rectangle — Calcul de l'hypoténuse



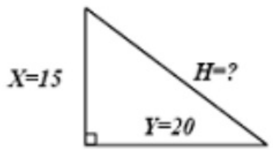


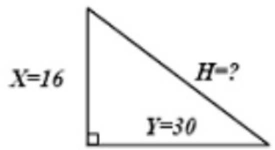


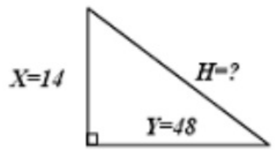
$h^2 = x^2 + y^2$
$h^2 = 36^2 + 77^2$
$h^2 = 7225$
$h = 85$

$h^2 = x^2 + y^2$
$h^2 = 65^2 + 72^2$
$h^2 = 4225 + 5184$
$\sqrt{h^2} = \sqrt{9409}$
$\boxed{h = 97}$

$h^2 = x^2 + y^2$
$h^2 = 13^2 + 84^2$
$h^2 = 169 + 7056$
$\sqrt{h^2} = \sqrt{7225}$
$\boxed{h = 85}$



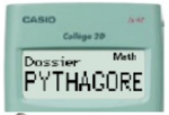




$h^2 = x^2 + y^2$
$h^2 = 15^2 + 20^2$
$h^2 = 225 + 400$
$\sqrt{h^2} = \sqrt{625}$
$h = 25$

$h^2 = x^2 + y^2$
$h^2 = 16^2 + 30^2$
$h^2 = 256 + 900$
$\sqrt{h^2} = \sqrt{1156}$
$h = 34$

$h^2 = x^2 + y^2$
$h^2 = 14^2 + 48^2$
$h^2 = 196 + 2304$
$\sqrt{h^2} = \sqrt{2500}$
$\boxed{h = 50}$



Fiche 3 : Triangle rectangle

Calcul de l'hypoténuse

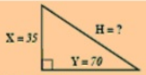
Où le résultat n'est pas toujours un nombre entier

Malgré tous les exemples que nous avons rencontrés, il est rare que le calcul de H donne un nombre entier, même si X et Y sont des nombres entiers.
Nous allons maintenant rencontrer des exemples où la calculatrice donnera

- Soit un affichage de 10 chiffres.
- Soit un affichage de la valeur exacte sous forme symbolique (à l'aide d'une racine carrée. Nous demanderons alors une valeur approché qui sera un affichage de 10 chiffres

Il ne sera pas raisonnable d'écrire tous ces chiffres. On donnera une valeur approchée en se contentant des trois premiers chiffres. On placera la virgule à sa place et on arrondira le troisième chiffre mathématiquement.

Compléter



On écrit la relation: $H = \sqrt{X^2 + Y^2}$

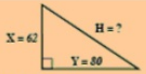
On remplace X et Y par: $H = \sqrt{35^2 + 70^2}$

On fait le calcul avec la machine: √ 35 x^2 + 70 x^2 EXE

$H = 35\sqrt{5}$

S⇔D → 78.26237921

On retiendra: $H \approx 78,3$



On écrit la relation: ______

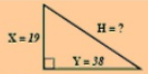
On remplace X et Y par: ______

On fait le calcul avec la machine: √ ___ x^2 + ___ x^2 EXE

______

S⇔D → ______

On retiendra: ______



On écrit la relation: ______

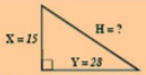
On remplace X et Y par: ______

On fait le calcul avec la machine: √ ___ x^2 + ___ x^2 EXE

______

S⇔D → ______

On retiendra: ______



On écrit la relation: ______

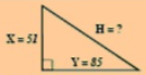
On remplace X et Y par: ______

On fait le calcul avec la machine: √ ___ x^2 + ___ x^2 EXE

______

S⇔D → ______

On retiendra: ______



On écrit la relation: ______

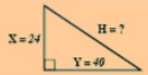
On remplace X et Y par: ______

On fait le calcul avec la machine: √ ___ x^2 + ___ x^2 EXE

______

S⇔D → ______

On retiendra: ______



On écrit la relation: ______

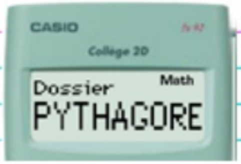
On remplace X et Y par: ______

On fait le calcul avec la machine: √ ___ x^2 + ___ x^2 EXE

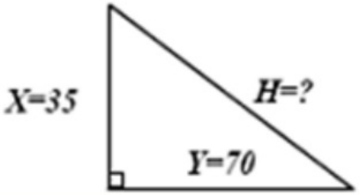
______

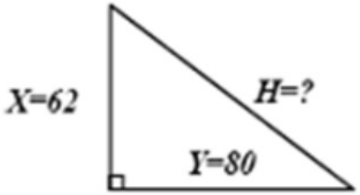
S⇔D → ______

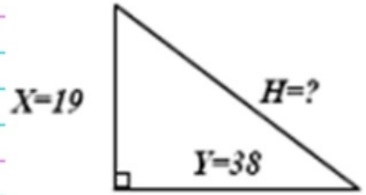
On retiendra: ______

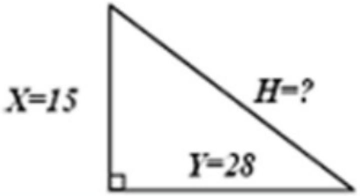


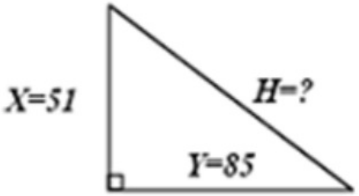
Fiche 3 : Triangle rectangle   Calcul de l'hypoténuse

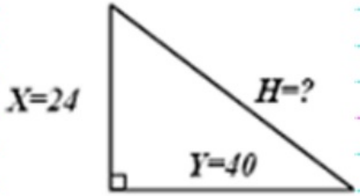


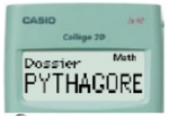








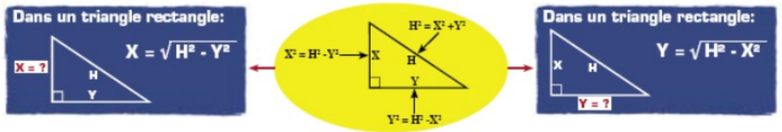




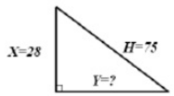
Fiche 4: Triangle rectangle

Calcul d'un côté de l'angle droit

Où On transforme la relation de Pythagore



Complèter



On écrit la relation de Pythagore:

$Y = \sqrt{(H^2 - X^2)}$

On remplace H et X par:

$Y = \sqrt{(75^2 - 28^2)}$

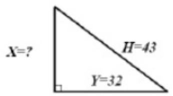
On fait le calcul avec la machine :

√ (

75 X² — 28 X²)

EXE → 69.57729515

Le résultat est $Y \approx 69{,}6$



On écrit la relation de Pythagore:

On remplace H et Y par:

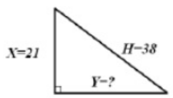
On fait le calcul avec la machine :

√ (

X² — X²)

EXE →

Le résultat est



On écrit la relation de Pythagore:

On remplace H et X par:

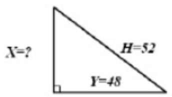
On fait le calcul avec la machine :

√ (

X² — X²)

EXE →

Le résultat est



On écrit la relation de Pythagore:

On remplace H et Y par:

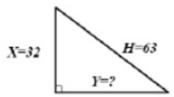
On fait le calcul avec la machine :

√ (

X² — X²)

EXE →

Le résultat est



On écrit la relation de Pythagore:

On remplace H et X par:

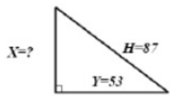
On fait le calcul avec la machine :

√ (

X² — X²)

EXE →

Le résultat est



On écrit la relation de Pythagore:

On remplace H et Y par:

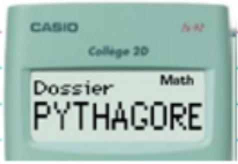
On fait le calcul avec la machine :

√ (

X² — X²)

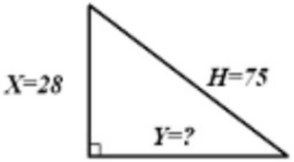
EXE →

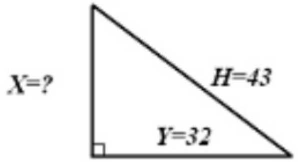
Le résultat est

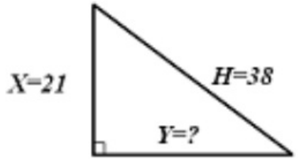


Fiche 4 : Triangle rectangle *Calcul d'un côté de l'angle droit*

$X^2 = H^2 - Y^2$







$x^2 = h^2 - y^2$

$x^2 = 43^2 - 32^2$

$x^2 = 1849 - 1024$

$x^2 = 825$

$x = 5\sqrt{33}$

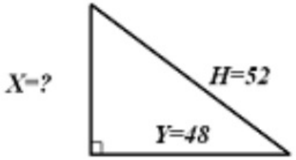
$y^2 = h^2 - x^2$

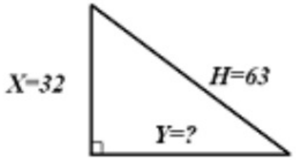
$y^2 = 38^2 - 21^2$

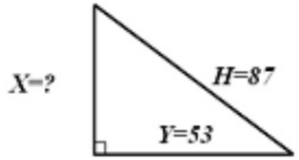
$y^2 = 1444 - 441$

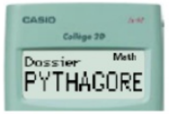
$y^2 = 1003$

$y \simeq 31{,}7$







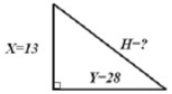


Fiche 5 :

Evaluation des acquis

Compléter

7.1



On écrit la relation de calcul:

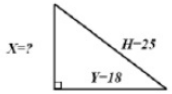
On écrit la relation numérique:

On fait le calcul avec la machine:

→

On écrit le résultat:

7.2



On écrit la relation de calcul:

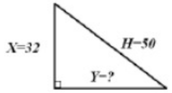
On écrit la relation numérique:

On fait le calcul avec la machine:

→

On écrit le résultat:

7.3



On écrit la relation de calcul:

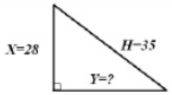
On écrit la relation numérique:

On fait le calcul avec la machine:

→

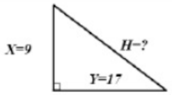
On écrit le résultat:

7.4



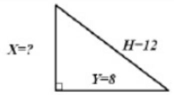
→

7.5



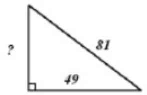
→

7.6

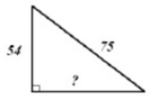


→

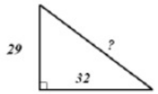
7.7

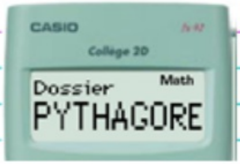


7.8



7.9

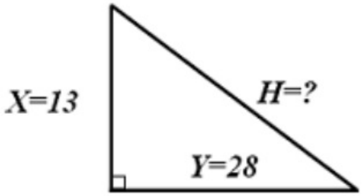




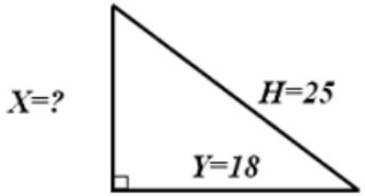
Fiche 5 : Triangle rectangle

Evaluation des acquis

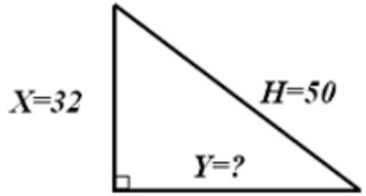
7.1



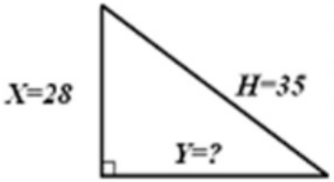
7.2



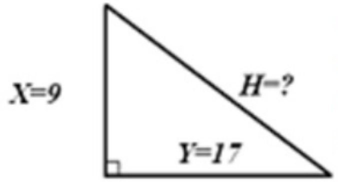
7.3



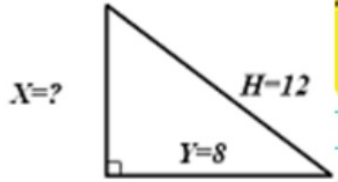
7.4



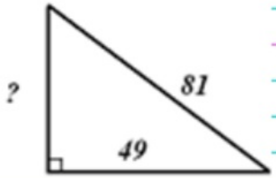
7.5



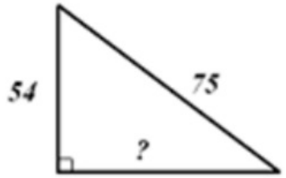
7.6



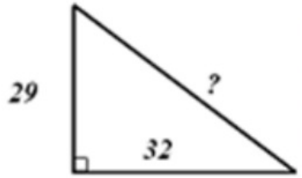
7.7

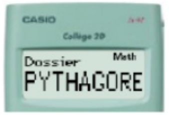


7.8



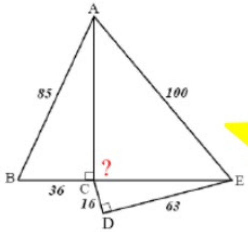
7.9





Fiche 6 : Evaluation des acquis

Résoudre un problème



On donne la figure ci-contre.

Les mesures sont en cm.

1- Dans le triangle (ABC), rectangle en C, ...ler |AC|.

2- ...ns le triangle (CDE), rectangle en D, calculer |CE|.

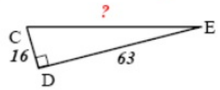
3- Le triangle (ACE) est-il rectangle en C ? Justifier la réponse.

Conseil méthode : Pour chaque cas ... élémentaire permettant de réaliser le calcul.
On est alors ram... un calcu...

1°) Calcul de |AC|

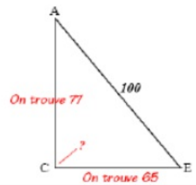
- On connait:
  |AB| = H =
  |BC| = X =
- On calcule: |AC| = Y
- Relation de calcul:
- Relation numérique:
- Calcul avec la machine:
- Résultat:
  |AC| =

...alcul de |CE|

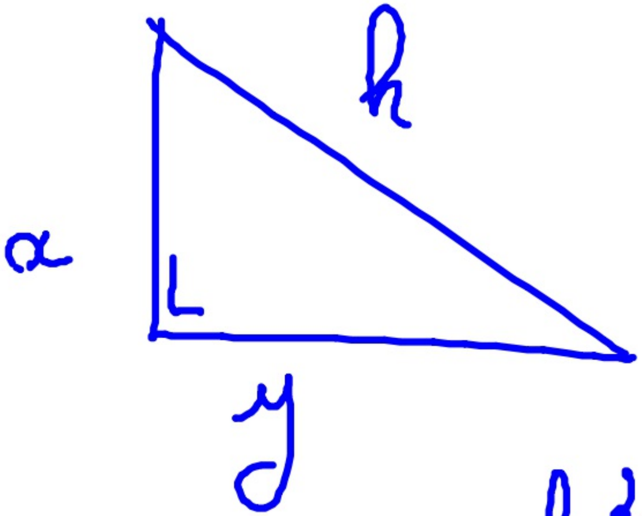


- On connait:
- On calcule:
- Relation de calcul:
- Relation numérique:
- Calcul avec la machine:
- Résultat:

3°) le triangle AEC est-il rectangle ?



- On connait:
- On calcule:
- Relation de calcul:
- Relation numérique:
- Calcul avec la machine:
- Résultat:
  H ≈
  alors que |AE| =
  Le triangle (ACE)



$$h^2 \overset{?}{=} x^2 + y^2$$

$$12 \overset{?}{=} 8 + 4.$$

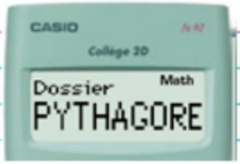
oui

$$x^2 + y^2 = h^2$$

$$8 + 4 = 12$$

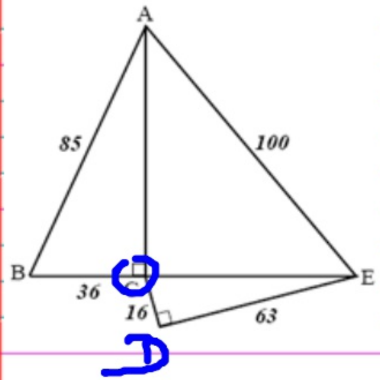
x?

$$x^2 = h^2 - y^2$$



Fiche 6 : Triangle rectangle

Résoudre un problème

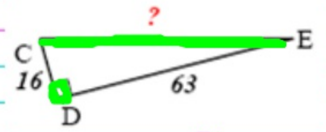


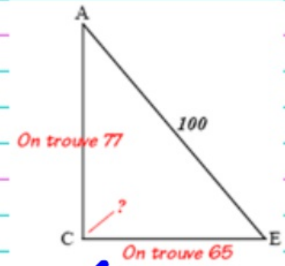
$X^2 = H^2 -$

Le triangle AEC est-il rectangle ?

Calcul de $|AC|$

Calcul de $|CE|$





ΔABC

$|AC|$?

$|AC|^2 = |AB|^2 - |BC|^2.$

$|AC|^2 = 85^2 - 36^2.$

$|AC|^2 = 77^2$

$|AC| = 77$

$|CE| = ?$

$|CE|^2 = |DE|^2 + |CD|^2$

$|CE|^2 = 63^2 + 16^2$

$|CE|^2 = 65^2.$

$\boxed{|CE| = 65}$

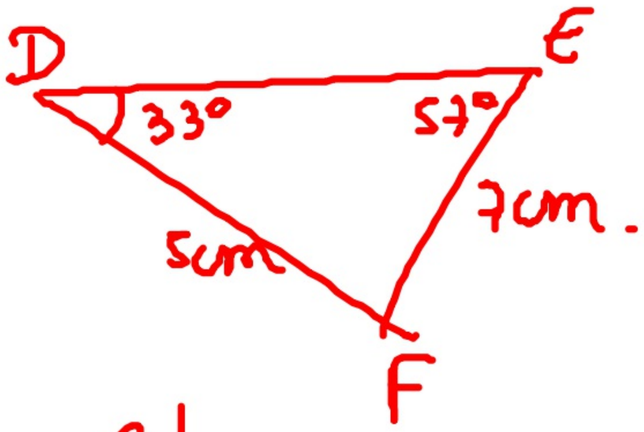
$|AE|^2 \overset{?}{=} |AC|^2 + |CE|^2$

$100^2 \overset{?}{=} 77^2 + 65^2$

$10000 \overset{?}{=} 10154$

NON

$\Rightarrow$ .....



$$|\hat{F}| = 180° - 33° - 57°$$
$$= 180° - 90°$$
$$|\hat{F}| = 90°$$

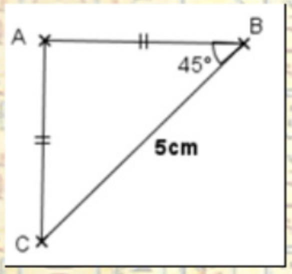
→ Le triangle est rectangle en F
→ Le théorème de Pythagore s'applique

1. Reconnaître une situation

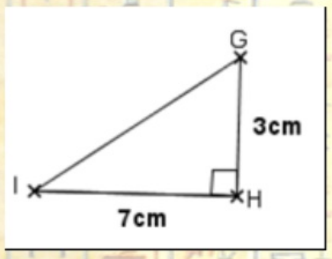
Dans chacun des cas suivants, dire s'il est possible d'appliquer le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté. Si oui, préciser lequel(ou lesquels).

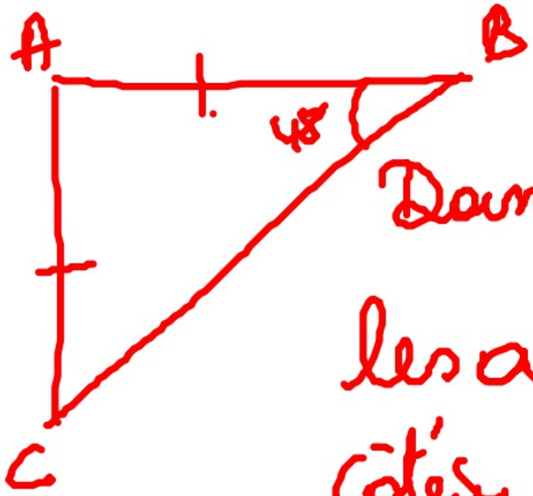
Dans TOUS les cas, **justifier**

Situation ❶



Situation ❷





Dans un Δ isocèle,
les angles adjacents aux côtés de m̂ longueur ont la m̂ amplitude

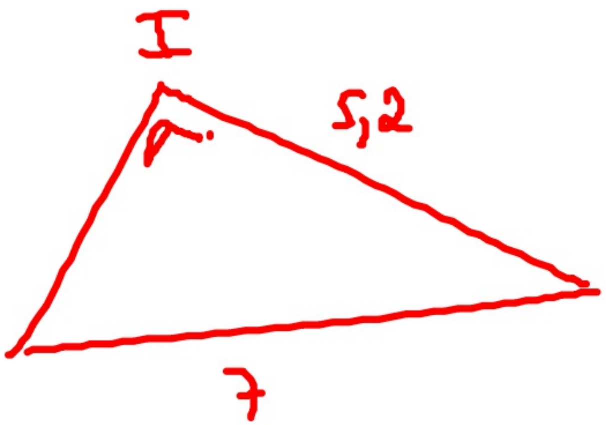
$|\hat{C}| = |\hat{B}| = 48°$

$|\hat{A}| = 180° - 2 . 48°$

$= 180° - 96°$

$= 84° \neq 90°$

→ Le triangle n'est pas rectangle ⇒ le théo de Pyth. ne s'applique p

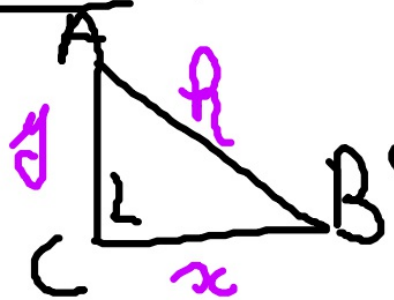


$|\hat{I}| = 90°$ par le codage

→ Le triangle est rectangle en I

→ Le théorème de Pythagore s'applique

<u>Rem</u> : notations et longueurs.



$h^2 = x^2 + y^2$

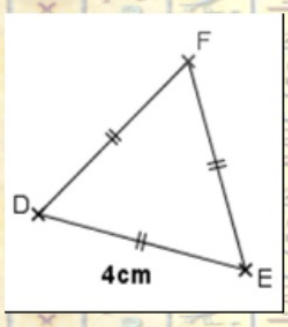
ou $|AB|^2 = |BC|^2 + |AC|^2$

1. Reconnaître une situation

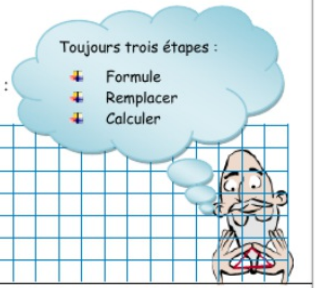
Dans chacun des cas suivants, dire s'il est possible d'appliquer le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté. Si oui, préciser lequel(ou lesquels).

Dans TOUS les cas, **justifier**

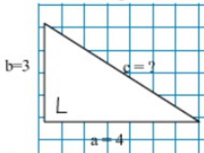
Situation ❸

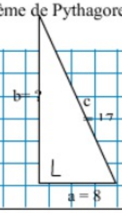


H. Exercices et problèmes numériques



Exercice 1 : Dans chaque situation, applique le théorème de Pythagore : isole la longueur cherchée et calcule-la





Exercice 2 :

Dans un triangle isocèle, la base mesure 6 m et le périmètre 16 m.
Calcule la hauteur relative à la base (par quel point passe cette hauteur ?)

Exercice 3 : Sans calculatrice, calcule

$\sqrt{1024^2}$ = ... 3 - $\sqrt{73^2}$ = ... $\sqrt{7}\ (\sqrt{7})^2$ = ...

Exercice 4 : Complète le tableau suivant (a et b sont les cathètes et c l'hypoténuse)

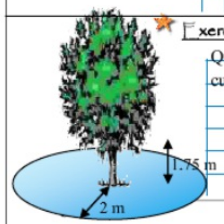
	a	b	c
1)		3	4
2)	5		10
3)	20	4	

	a	b	c
4)		$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
5)	$\frac{3}{4}$		$\frac{5}{2}$
6)	$\frac{9}{4}$	$\frac{2}{3}$	

	a	b	c
7)		0,2	0,3
8)		$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$
9)	$\sqrt{7}$		4

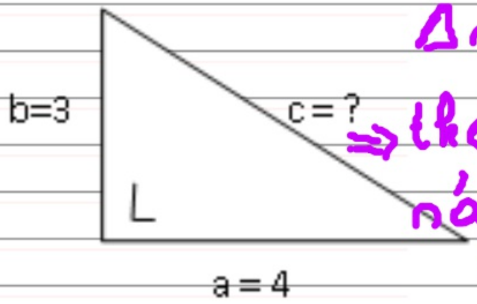
Exercice 5 : Sans sortir des limites du terrain, quelle est la plus grands distance en ligne droite que l'on peut parcourir sur un terrain de football (de dimension 100m sur 50 m) ?

Exercice 6 : Deux barres métalliques sont soudées perpendiculairement. Calcule la longueur d'une barre de renforcement à souder sur chaque barre à 60 cm de leur point de fixation



Exercice 7 : Un poirier se trouve au milieu d'une marre
Quelle est la longueur minimale de l'échelle qui te permettra de cueillir les poires sans te mouiller les pieds ?

Exercice 1 *Triangle rectangle*



Δ rect par codage
⇒ théo de Pyth s'applique

c?

$$c^2 = b^2 + a^2$$

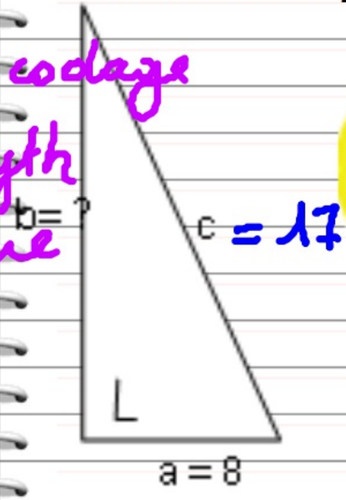
$$c^2 = 9 + 16.$$

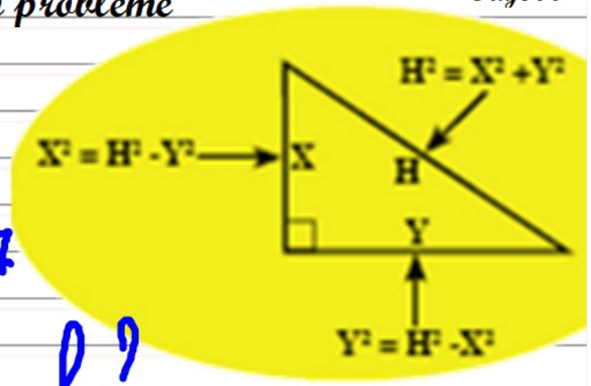
$$c^2 = 25$$

$$c = \sqrt{25}$$

$$\boxed{c = 5}$$

Résoudre un problème





b?

$$b^2 = c^2 - a^2.$$

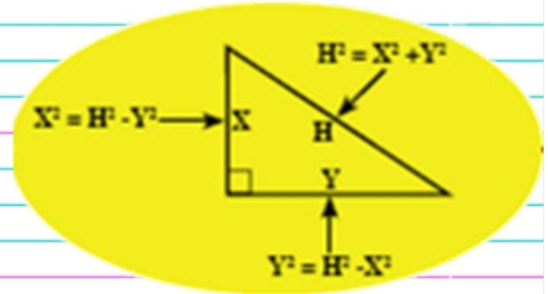
$$b^2 = 17^2 - 8^2.$$

$$b^2 = 289 - 64.$$

$$b = \sqrt{225}.$$

$$\boxed{b = 15}$$

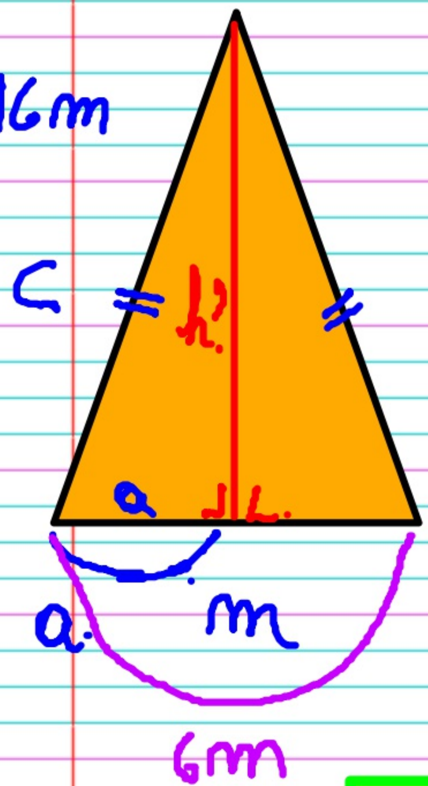
Exercice 2 : ***Triangle rectangle*** ***Résoudre un problème***



Dans un triangle isocèle,
la base mesure 6 m et le périmètre 16 m.
Calcule la hauteur relative à la base
(Piste : par quel point passe cette hauteur ?)

c ? $p = b + 2.c.$

$p = 16m$



$16 = 6 + 2.c.$

$\boxed{c = 5}$ ~~Ds~~ Dans

$a = \frac{6}{2}$ car Ds un Δ isocèle la hauteur relative aux côtés de m long. est un axe de symétrie de la figure

Exercice 2 : Dans un triangle isocèle,

la base mesure 6 m et le périmètre 16 m.

Calcule la hauteur relative à la base

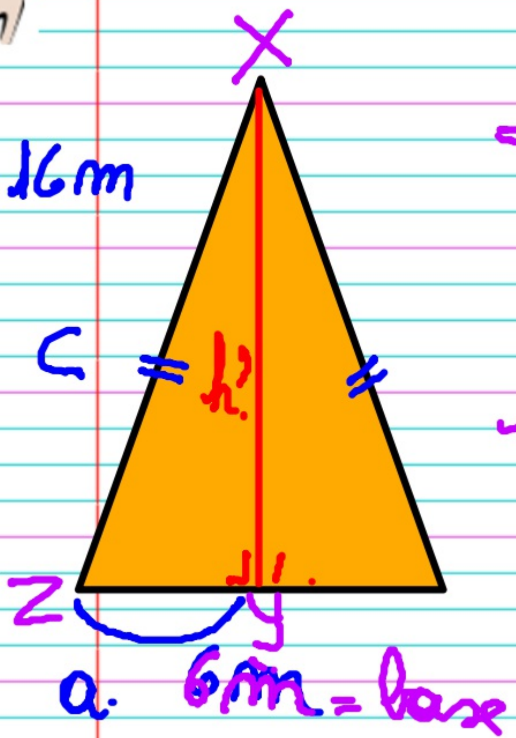
(Piste : par quel point passe cette hauteur ?)

$X^2 = H^2 - Y^2$...

Δ XYZ Rectangle car formé par la hauteur du Δ isocèle

$\Rightarrow$ Théorème de Pythagore

$p = 16\,m$



h ? :

$h^2 = c^2 - a^2$

$h^2 = 5^2 - 3^2$

$h^2 = 25 - 9$

$h^2 = 16$

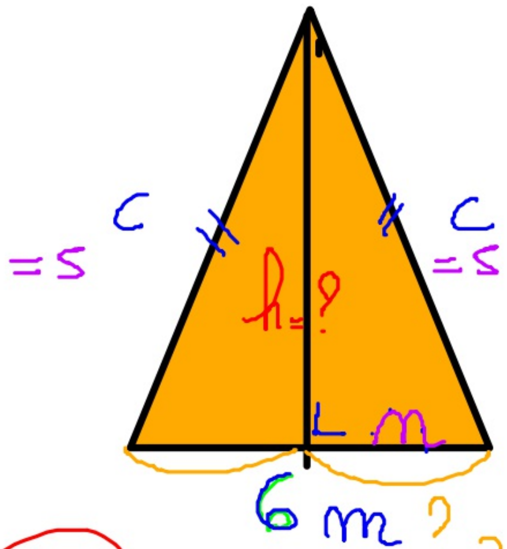
$\boxed{h = 4}$

La hauteur relative à la base du triangle isocèle est de 4m

Exercice 3

Dans un triangle isocèle, la base mesure 6 m et le périmètre 16 m.

Calcule la hauteur relative à la base (par quel point passe cette hauteur ?)



$p = 16\,m$

$p = 2.c + 6 = 16$

$2c = 16 - 6$

$2c = 10$

$\boxed{c = 5}$

3 m la hauteur est l'axe de symétrie du triangle isocèle.

h ?

$c^2 = m^2 + h^2$ par Pythagore et Δ rect.

$5^2 = 3^2 + h^2$

$h^2 = 25 - 9$

$h^2 = 16$

$h = 4$

es :

Exercice 3 : Sans calculatrice, calcule

$\sqrt{1024^2} =$ $= 1024$

$3 \boxed{-} \sqrt{73^2} =$ $= 3 - 73$ $= -70$

$\sqrt{7} . (\sqrt{7})^2 =$ $\sqrt{7} . 7$ $= 7\sqrt{7}$

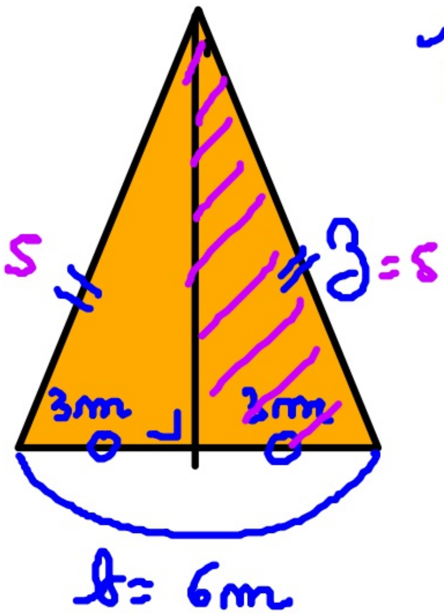
$X^2 = H^2 - Y^2$

$$\sqrt{5^2} = (\sqrt{5})^2 = 5$$

Exercice 4

Dans un triangle isocèle, la base mesure 6 m et le périmètre 16 m.

Calcule la hauteur relative à la base (par quel point passe cette hauteur ?)



$p = c_1 + c_2 + c_3 = 16\,m$

$2z + b = 16$

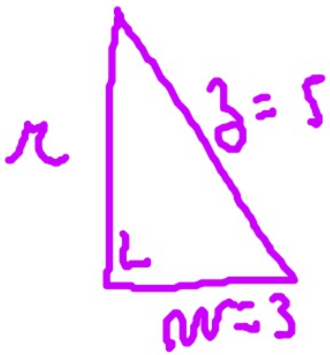
$2z + 6 = 16$

$2z = 16 - 6$

$2z = 10$

$z = 5$

Avec ca....



x?

$z^2 = x^2 + w^2.$

$5^2 = x^2 + 3^2$

$x^2 = 25 - 9$

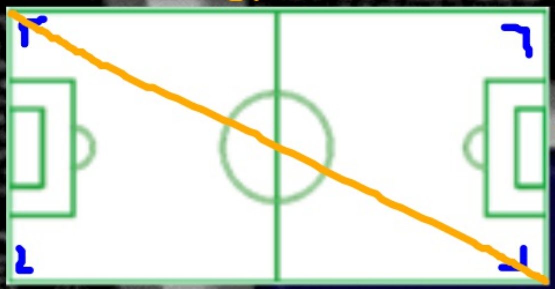
$x^2 = 16$

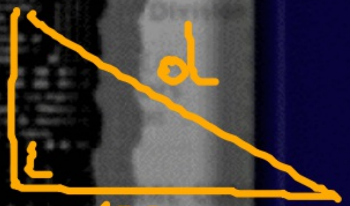
$x = 4$

Exercice 5

Sans sortir des limites du terrain,
quelle est la plus grande distance en ligne droite que l'on peut parcourir sur un terrain de football (de dimension 100m sur 50 m) ?

la diagonale





Δ rectangle car la ½ d'un rectangle.

→ le théorème de Pythagore s'applique

$d^2 = x^2 + y^2$

$d^2 = 50^2 + 100^2$

$d^2 = 2500 + 10\,000$

$\sqrt{d^2} = \sqrt{12500}$

$d = 50\sqrt{5}$ valeur exacte

$d \simeq 111,80$ m valeur approchée

PS:

$12500 = 125 \cdot 100$

$= 5 \cdot 25 \cdot 100$

$= 5 \cdot 5^2 \cdot 10^2$

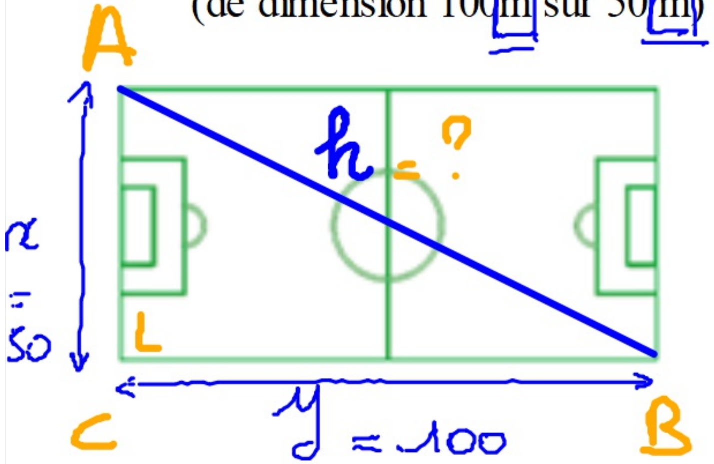
$\sqrt{125} = \sqrt{5 \cdot 5^2 \cdot 10^2}$

Exercice 5

Δ ABC rectangle

→ Théo de Pythagore.

Sans sortir des limites du terrain,
quelle est la plus grande distance en ligne droite que l'on peut parcourir sur un terrain de football (de dimension 100 $\boxed{\text{m}}$ sur 50 $\boxed{\text{m}}$) ?



$$h = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$h = \sqrt{50^2 + 100^2}$$

$$h = \sqrt{2500 + 10000}$$

$$h = \sqrt{12500} = \sqrt{}$$

$$h = \sqrt{50^2 . 5}$$

$$h = 50\sqrt{5}$$

$$\boxed{h \simeq 112 \text{ m}}$$

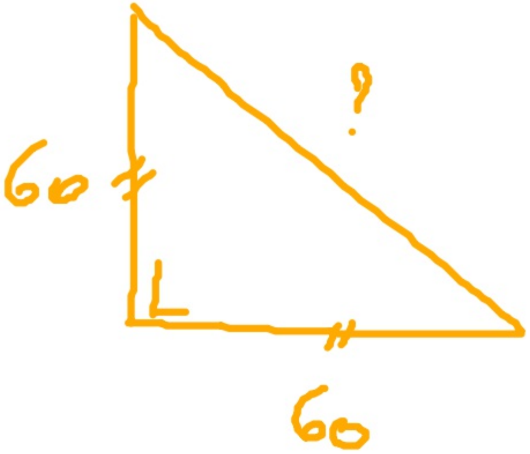
Exercice 6

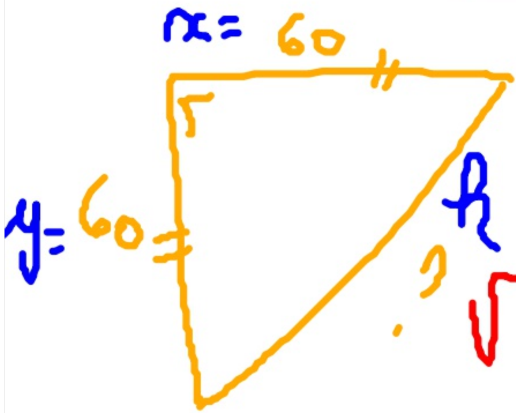
Deux barres métalliques sont soudées perpendiculairement.

Calcule la longueur d'une barre de renforcement à souder sur chaque barre à 60 cm de leur point de fixation

Δ rect par l'énoncé

→ le théo de Pythagore s'applique





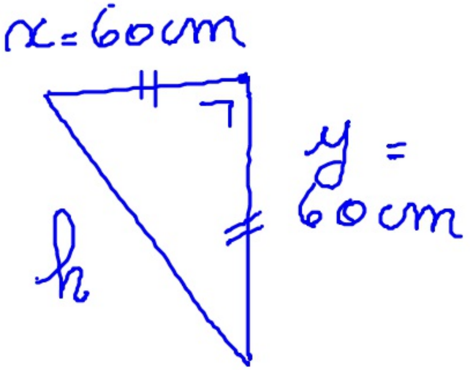
$$h^2 = x^2 + y^2$$
$$h^2 = 60^2 + 60^2$$
$$\sqrt{h^2} = \sqrt{2 . 60^2}$$
$$h^2 = 2 . 3600$$
$$h^2 = 7200$$
$$\sqrt{h^2} = \sqrt{7200}$$
$$\boxed{h = 60\sqrt{2}}$$

$$h^2 = x^2 + y^2$$
$$h^2 = x^2 + x^2$$
$$h^2 = 2 . x^2$$
$$\sqrt{h^2} = \sqrt{2 . x^2}$$
$$\boxed{h = x\sqrt{2}}$$

Exercice 6

Deux barres métalliques sont soudées perpendiculairement.

Calcule la longueur d'une barre de renforcement à souder sur chaque barre à 60 cm de leur point de fixation



$$h^2 = x^2 + y^2$$

$$h^2 = x^2 + x^2$$

$$\sqrt{h^2} = \sqrt{2x^2}$$

$$h = \sqrt{2}\, x$$

$$h = \sqrt{2} \cdot 60$$

$$\boxed{h = 60\sqrt{2}}$$

$h \cong 84{,}9$ cm

$$h^2 = 60^2 + 60^2$$

$$h^2 = 2 \cdot 60^2$$

$$\boxed{h = 60\sqrt{2}}$$

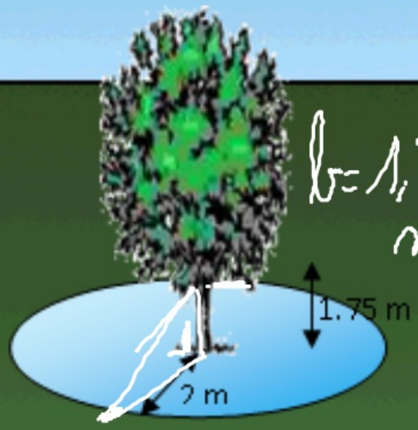
$h \cong 85$ (cm)

Exercice 7

Un poirier se trouve au milieu d'une mare (circulaire)

Quelle est la longueur minimale de l'échelle qui te permettra de cueillir les poires sans te mouiller les pieds ?

ΔABC rect $\Rightarrow$ théo de Pythag



A
e
?
$b = 1{,}75$ m
B
C
$a = 2$ m

$$e^2 = a^2 + b^2$$

$$e^2 = 2^2 + 1{,}75^2$$

$$e^2 = 4 + 3{,}0625$$

$$\sqrt{e^2} = \sqrt{7{,}0625}$$

$$\boxed{e \simeq 2{,}7} \text{ m}$$

$$e = \frac{\sqrt{113}}{4}$$

Exercice 3 : Sans calculatrice, calcule

$X^2 = H^2 - Y^2$ -

Suite dans fichier pythagore problèmes

Exercice 8 Histoire de diagonales : dans le losange MNPQ, calcule $|MN|$ si $|MP| = 4$ et $|QN| = 2$

Exercice 9 : Triangle équilatéral

Formule

a) Par quel point de la base passe la hauteur d'un triangle équilatéral ?

b) Calcule la hauteur $|MQ|$ du triangle équilatéral MNP dans le 5 cas suivants : si $|MN| = 8$; 3 ; 10 ; $3\sqrt{2}$ et $\frac{1}{2}$

Exercice 10 : Triangle équilatéral

Formule

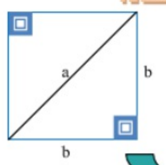
Calcule la longueur d'un côté d'un triangle équilatéral PHC dont la hauteur mesure 5 cm

Exercice 11 : Histoire de carré : complète le tableau en tenant compte du dessin

Formule

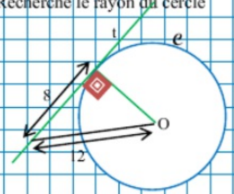
	a	b
1)		3
2)		$\sqrt{2}$
3)	10	
4)	$2\sqrt{3}$	

	a	b
5)		$\frac{1}{2}$
6)	$\frac{3}{4}$	
7)	0 ,3	
8)		2,1

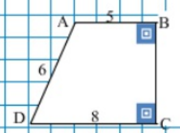


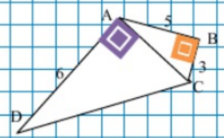
Exercice 12 :

Recherche le rayon du cercle



Exercice 13 : Calcule l'aire de chaque figure





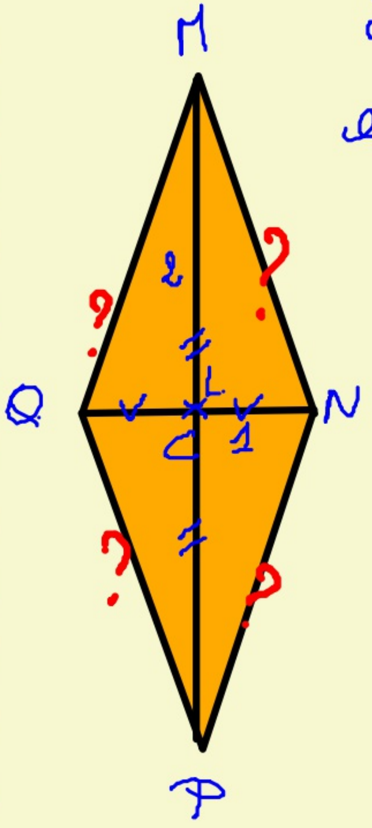
Exercice 14 : Triangle rectangle et aire

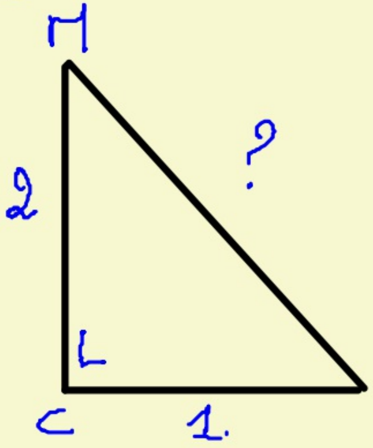
Calcule l'aire d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 13 m et un côté de l'angle droit 10 mètres.

Exercice 8 Histoire de diagonales

dans le losange MNPQ, calcule $|MN|$ si $|MP| = 4$ et $|QN| = 2$

Les diagonales d'un losange se coupent perpendicul^{t} en leur milieu. ⇒ 4 Δ rectangles





Δ rect ⇒ théo de Pyth s'applique

$|MN|$?

$$|MN|^2 = |MC|^2 + |CN|^2$$

$$|MN|^2 = 2^2 + 1^2$$

$$|MN|^2 = 4 + 1$$

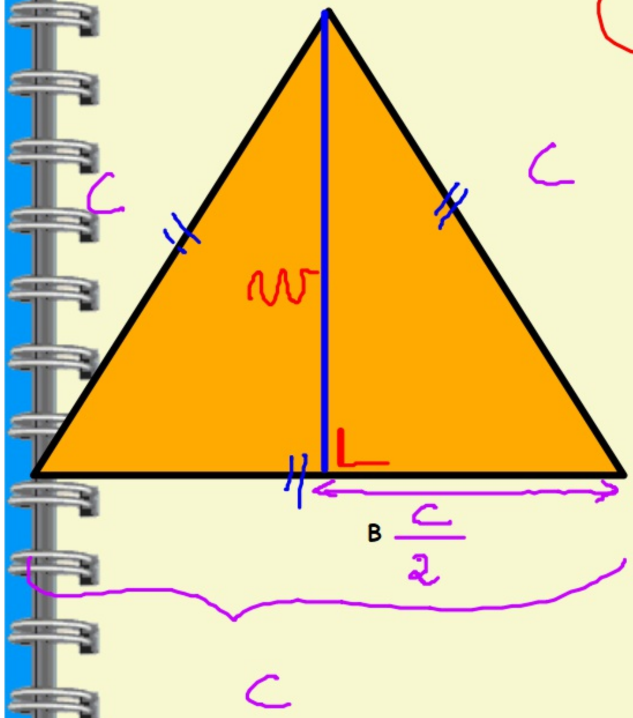
$$\sqrt{|MN|^2} = \sqrt{5}$$

$$\boxed{|MN| = \sqrt{5}}$$ Valeur exacte

Exercice 9

h ?

Δ rect par construction.



$$h^2 = c^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$h^2 = \frac{4}{4}c^2 - \frac{c^2}{4}$$

$$\sqrt{h^2} = \sqrt{\frac{3}{4}c^2}$$

$$\boxed{h = \frac{\sqrt{3}}{2}\,c}$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 8$$

$$\boxed{h = 4\sqrt{3}}$$

$$h^2 = 8^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$h^2 = 64 - 16.$$

$$h^2 = 48$$

$$h^2 = 16 \cdot 3$$

$$\sqrt{h^2} = \sqrt{4^2 \cdot 3}.$$

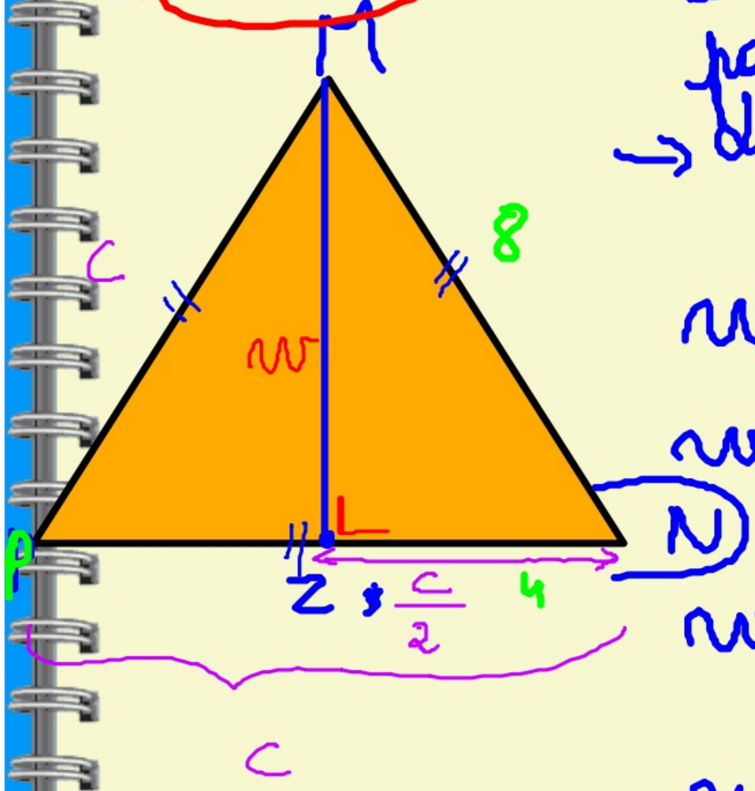
$$\boxed{h = 4\sqrt{3}}$$

a) Par quel point de la base passe la hauteur d'un triangle équilatéral ?

Calcule la hauteur |MQ| du triangle équilatéral MNP dans le 5 cas suivants : si = 8

P15

Exercice 9



∆ MNZ rect en Z. car formé par une hauteur

→ le théo de Pyth. s'applique

$$w^2 = 8^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2$$

$$w^2 = 8^2 - 4^2.$$

$$w^2 = 8^2 - \frac{8^2}{4}$$

$$w^2 = \frac{4.8^2 - 8^2}{4.}$$

$$w^2 = \frac{3\cdot 8^2}{4}$$

$$w = \sqrt{3}\cdot 4$$

$$w^2 = c^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$w^2 = c^2 - \frac{c^2}{4.}$$

$$w^2 = \frac{4c^2}{4} - \frac{c^2}{4}$$

$$w^2 = \frac{4c^2 - c^2}{4}$$

$$\sqrt{w^2} = \sqrt{\frac{3c^2}{4}}$$

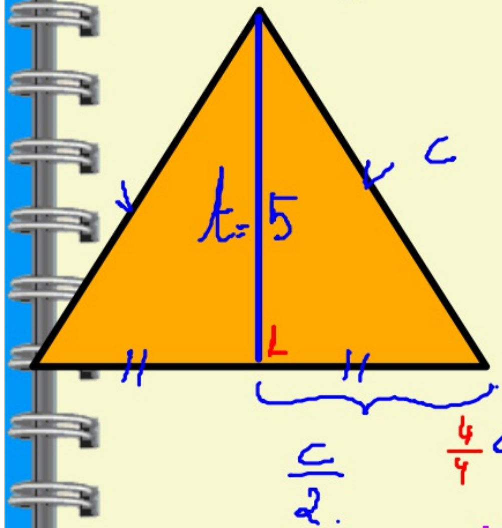
$$w = \frac{\sqrt{3}\,c}{2}$$

a) Par quel point de la base passe la hauteur d'un triangle équilatéral ?

Calcule la hauteur |MQ| du triangle équilatéral MNP dans le 5 cas suivants : si = 8

Exercice 10 : Triangle équilatéral

Calcule la longueur d'un côté d'un triangle équilatéral PHC dont la hauteur mesure 5 cm



c ?

$$c^2 = h^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$c^2 = h^2 + \frac{c^2}{4}$$

$$\frac{4}{4}c^2 - \frac{c^2}{4} = h^2$$

$$\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} c^2 = h^2 \times \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{\frac{4}{3} h^2}$$

$$\boxed{c = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} h}$$

$$\boxed{c = \frac{2\sqrt{3}}{3} h}$$

$$\frac{4}{4}x^2 - \frac{x^2}{4}$$

$$\left(\frac{4}{4} - \frac{1}{4}\right) x^2$$

$$\frac{3}{4} x^2$$

$$c^2 = 5^2 + \frac{c^2}{4}$$

$$5^2 \to 25$$

$$\frac{4}{4}c^2 - \frac{1c^2}{4} = 25$$

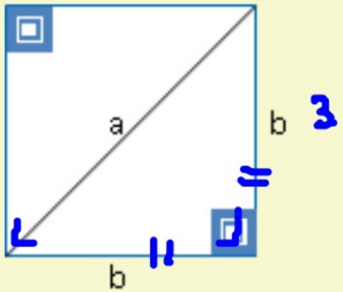
$$\frac{4}{3} \times \frac{3}{4} c^2 = 25 \times \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{\frac{100}{3}}$$

$$\boxed{c = \frac{10}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}$$

$$c = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$ /!\ TB !

Exercice 11 Histoire de carré



	diag a	côté b
1)		3
2)		$\sqrt{2}$
3)	10	
4)	$2\sqrt{3}$	

$$a^2 = b^2 + b^2$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{2b^2}$$

$$a = \sqrt{2}\, b$$

$$\boxed{d = \sqrt{2} \cdot c}$$

$$\frac{c\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

$$c = \frac{d}{\sqrt{2}} \longleftrightarrow \boxed{c = \frac{\sqrt{2}\, d}{2}}$$

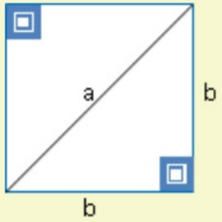
$$a^2 = 3^2 + 3^2$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{2 \cdot 3^2}$$

$$a = \sqrt{2} \cdot 3$$

$$a = 3\sqrt{2}$$

Exercice 11 Histoire de carré



2°) a ?

$$a^2 = b^2 + b^2.$$

$$a^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2$$

$$a^2 = 2 + 2.$$

$$\sqrt{a^2} = \sqrt{4}$$

$$\boxed{a = 2.}$$

$$\boxed{d = \sqrt{2}\,.\,c}$$

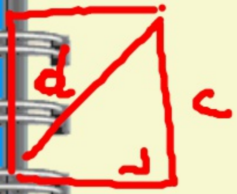
Vérifions

$$a = \sqrt{2}\,.\,\sqrt{2}$$

$$a = (\sqrt{2})^2$$

$$a = 2$$

Yes !



$$d^2 = c^2 + c^2$$

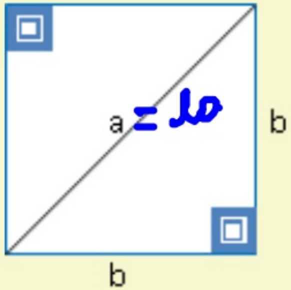
$$\sqrt{d^2} = \sqrt{2.c^2}$$

$$d = \sqrt{2}\,c$$

	a	b
1)		3
2)	2	$\sqrt{2}$
3)	10	
4)	$2\sqrt{3}$	
	diag	côté

	a	b
5)		$\frac{1}{2}$
6)	$\frac{3}{4}$	
7)	0 ,3	
8)		2,1

Exercice 11 Histoire de carré



	a	b
1)		3
2)		$\sqrt{2}$
3)	10	
4)	$2\sqrt{3}$	

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$a^2 = b^2 + b^2.$

$10^2 = 2b^2$

$\frac{100}{2} = \frac{2b^2}{2}.$

$50 = b^2.$

$\sqrt{b^2} = \sqrt{50}.$

$b =$

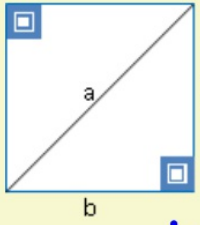
$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$\sqrt{50} = \sqrt{25.2.}$

$\sqrt{50} = \sqrt{5^2.2.}$

$\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Exercice 11 Histoire de carré



$b = \frac{a}{\sqrt{2}}$; $a = \sqrt{2} . b$

3) b ? $b = \frac{10}{\sqrt{2}}$

4) b ? $b = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

5) a ? $a = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}$

$a = \frac{\sqrt{2}}{2}$

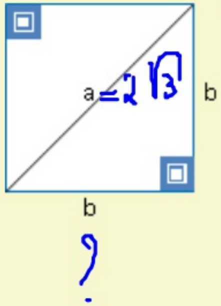
6) b ? $b = \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{2}}$

$b = \frac{12}{\sqrt{2}}$

	a	b
1)		3
2)		$\sqrt{2}$
3)	10	
4)	$2\sqrt{3}$	

	a	b
5)		$\frac{1}{2}$
6)	$\frac{3}{4}$	
7)	0 ,3	
8)		2,1

Exercice 11



4° côté ? b ?

$$b^2 = a^2 - b^2$$

$$b^2 = (2\sqrt{3})^2 - b^2$$

$$b^2 + b^2 = (2\sqrt{3})^2$$

$$2b^2 = 4 \cdot 3$$

$$\frac{2b^2}{2} = \frac{12}{2}$$

$$\sqrt{b^2} = \sqrt{6}$$

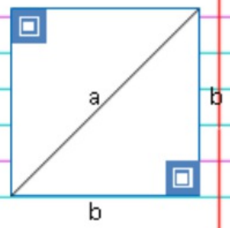
$$\boxed{b = \sqrt{6}}$$

	a	b
1)		3
X 2)	2	$\sqrt{2}$
3)	10	
X 4)	$2\sqrt{3}$	
	diag	côté

	a	b
5)		$\frac{1}{2}$
6)	$\frac{3}{4}$	
7)	0,3	
8)		2,1

$\sqrt{2}$

Exercice 11 Histoire de carré



a ?

5) $a = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}$

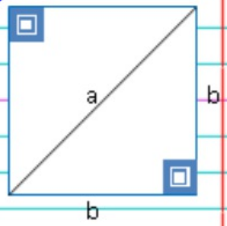
$a = \frac{\sqrt{2}}{2}$

	a	b
1)		3
2)		$\sqrt{2}$
3)	10	
4)	$2\sqrt{3}$	

	a	b
5)		$\frac{1}{2}$
6)	$\frac{3}{4}$	
7)	0 ,3	
8)		2,1

Exercice 11 Histoire de carré

6



b ?

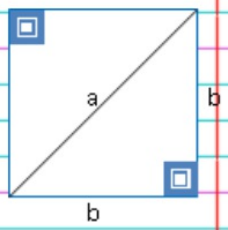
$$b = \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{2}}$$

$$b = \frac{12}{\sqrt{2}}$$

	a	b
1)		3
2)		$\sqrt{2}$
3)	10	
4)	$2\sqrt{3}$	

	a	b
5)		$1/2$
6)	$3/4$	
7)	0 ,3	
8)		2,1

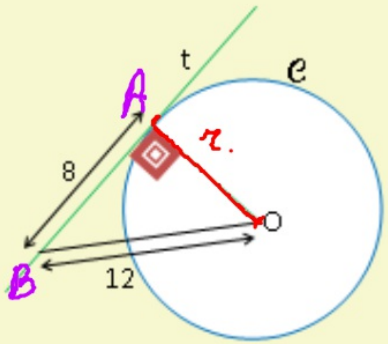
Exercice 11 Histoire de carré

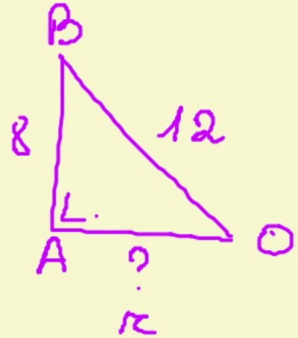


	a	b
5)		$\frac{1}{2}$
6)	$\frac{3}{4}$	
7)	0 ,3	
8)		2,1

7) b? $b = \frac{0{,}3}{\sqrt{2}}$

8) a? $a = \sqrt{2} \cdot 2{,}1$





rayon ? r ?

Δ AOB rect en A

$\Rightarrow$ pythagore.

$$|AO|^2 = |BO|^2 - |AB|^2$$

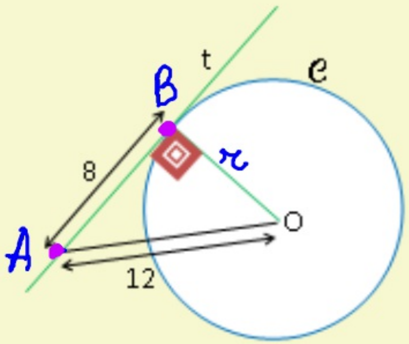
$$|AO|^2 = 12^2 - 8^2.$$

$$r^2 = 144 - 64$$

$$\sqrt{r^2} = \sqrt{80}$$

$$r = \sqrt{16.5}$$

$$\boxed{r = 4\sqrt{5}}$$



$t \perp r$

$\Rightarrow \Delta ABO$ rect en B

$\Rightarrow$ théorème de Pythagore s'applique

$r^2 = |OA|^2 - |AB|^2$

$r^2 = 12^2 - 8^2$

$r^2 = 144 - 64$

$r^2 = 80$

$\sqrt{r^2} = \sqrt{16.5}$

$\boxed{r = 4\sqrt{5}}$

80	2
40	2
20	2
10	2
5	5

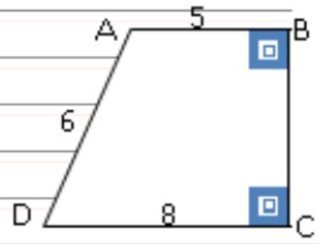
$\sqrt{2^4 . 5}$

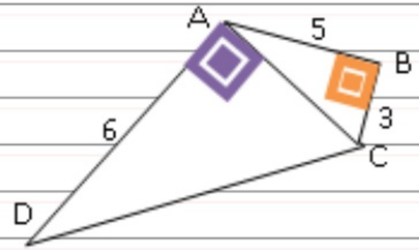
$8 . 10$

$4 . \underline{2 . 2} . 5$

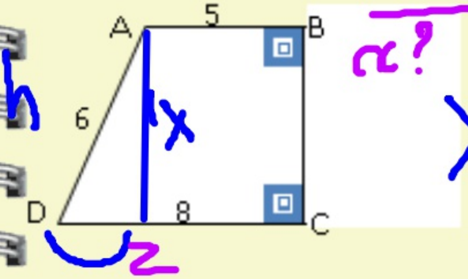
$4^2 . 5$

Exercice 13 : Calcule l'aire de chaque figure





Exercice 13 : Calcule l'aire de chaque figure



aire (ΔAZD)

x?

$8-5=3$

y

$x = \sqrt{(h^2 - y^2)}$

$x = \sqrt{(6^2 - 3^2)}$

$x = \sqrt{27}$

$x = \sqrt{(3.9)}$

$36-9=$

$\boxed{x = 3\sqrt{3}}$

aire du rectangle :

$3\sqrt{3}.5$

$= 15\sqrt{3}$ ✓

$\boxed{\text{aire}(\Delta)}$:

$\dfrac{3\sqrt{3}.3}{2} = \dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ ✓

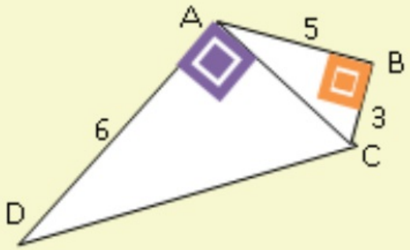
aire totale

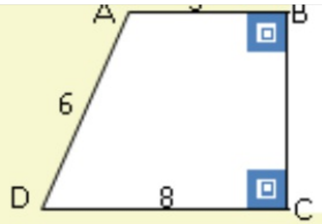
$15\sqrt{3} + 4{,}5\sqrt{3}$

$15b + 4{,}5b = 19{,}5b$

$= 19{,}5\sqrt{3}$

Exercice 13 : Calcule l'aire de chaque figure





$$\text{aire totale} = \text{aire}(\Delta ADC) + \text{aire}(ACB)$$

$$\text{aire totale} = \frac{|AD| \cdot \overset{?}{|AC|}}{2} + \frac{|AB| \cdot \overset{?}{|BC|}}{2}$$

$$\text{aire totale} = \frac{6 \cdot |AC|}{2} + \frac{5 \cdot 3}{2}$$

$|AC| = ?$ ds Δ rect ABC

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2.$$

$$|AC|^2 = 5^2 + 3^2.$$

$$|AC|^2 = 25 + 9$$

$$\sqrt{|AC|^2} = \sqrt{34}.$$

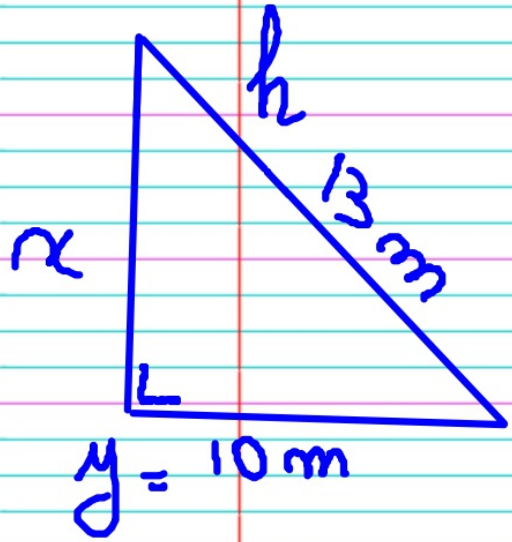
$$\alpha = \frac{\overset{3}{\cancel{6}} \cdot \sqrt{34}}{\cancel{2}} + 7{,}5$$

$$\alpha = 3\sqrt{34} + 7{,}5$$

$$\alpha \cong 24{,}99$$

Exercice 14: Triangle rectangle et aire

Calcule l'aire d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 13 m et un côté de l'angle droit 10 mètres.



$$\text{aire}(\Delta) = \frac{\text{Base} \times \text{hauteur}}{2}$$

$$\text{aire} = \frac{x \cdot y}{2}.$$

x ? $x^2 = h^2 - y^2.$

$$x^2 = 13^2 - 10^2.$$

$$x^2 = 169 - 100$$

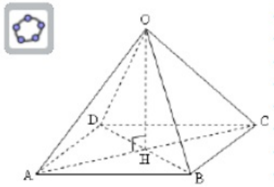
$$x = \sqrt{69}$$

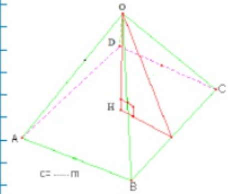
$$\boxed{\text{aire}(\Delta) = 5\sqrt{69}}$$

Exercice 15 : Voyage en Egypte :

Les quatre faces d'une pyramide à base carré sont des triangles équilatéraux.

Quelle est la hauteur de cette pyramide sachant que le côté de cette pyramide mesure 23 mètres ?



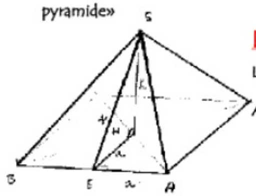


Les pyramides égyptiennes de Gizeh ont été les dernières demeures des pharaons Khéops, Khephren et Mykérinos.
Elles ont été construites vers 2600 avant J-C.
La plus grande de ces pyramides fut construite pour recevoir le corps du souverain Khéops était célèbre pour la pureté de ses proportions géométriques et mesurait .... mètres de haut et 231 mètres de côté
Les pyramides font partie des sept merveilles du monde

A toi de jouer : calcule la hauteur de la pyramide de Chéops

Elle mesure donc .... m de haut et .... de côté.

Pour la pyramide de Khéops le rapport entre l'apothème et le demi-côté est égal à φ.
Selon Hérodote la pyramide de Khéops de base carrée, dont les surfaces latérales sont des triangles isocèles, possède la propriété suivante: «Les surfaces latérales triangulaires ont une aire égale à celle du carré construit sur la hauteur de la pyramide»



Démonstration

Les dimensions mesurées de la grande pyramide sont $|SH| = h = ...m$; $|EA| = a = 230m/2 = 115m$

Avec le théorème de Pythagore, nous obtenons : $|SE|^2 = x^2 = h^2 + a^2$

D'où apothème $|SE| = x = ...m$

Donc $|SE|/2 = x/a = 1.6 = \text{phi (environ)}.$

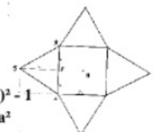
La surface d'une face triangulaire SAB est : ax

La surface du carré construit sur SH est : $h^2 = x^2 - a^2$

Or la propriété fondamentale de phi est d'être solution de l'équation : $x^2 - x - 1 = 0$

Donc $(x/a)^2 - x/a - 1 = 0$

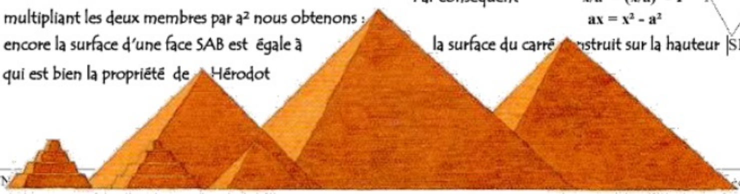
Par conséquent $x/a = (x/a)^2 - 1$



En multipliant les deux membres par a^2 nous obtenons : $ax = x^2 - a^2$

ou encore la surface d'une face SAB est égale à la surface du carré construit sur la hauteur $|SH|$.

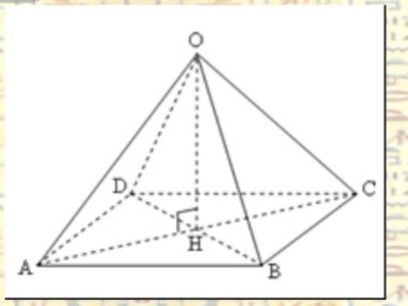
Ce qui est bien la propriété de Hérodot



Exercice 15 : Voyage en Egypte

Les quatre faces d'une pyramide à base carré sont des triangles équilatéraux

Quelle est la hauteur de cette pyramide sachant que le côté de cette pyramide mesure 23 mètres ?



$|OH| = ?$

Soit $|DB|$ la diagonale du carré

Dans un carré, les diagonales sont égales et se coupent en leur milieu :

ΔOAH rectangle

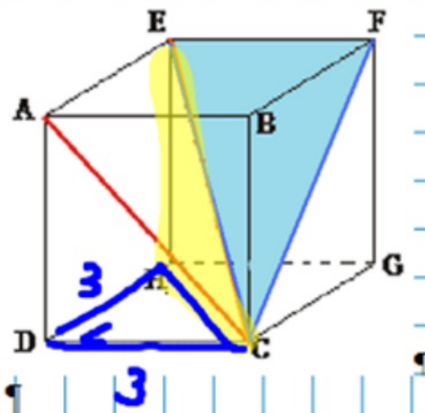
$$|OA|^2 = |OH|^2 + |AH|^2$$

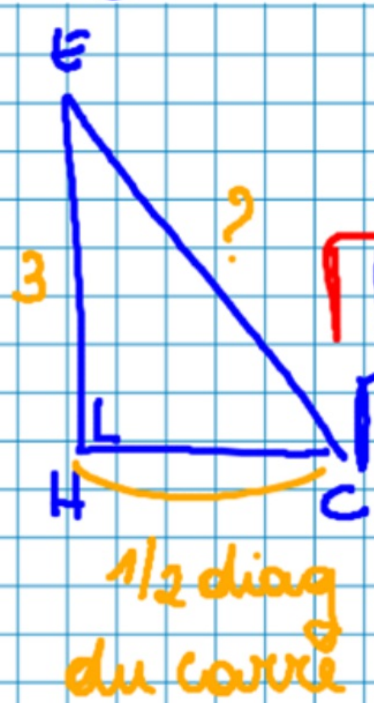
section plane d'une pyramide

parallélipipède et section triangulaire

Exercice 16 : Histoire de cube

Calcule la diagonale du cube de côté 3 (piste calcule d'abord la diagonale d'une face)





$$|EC|^2 = |EH|^2 + |HC|^2.$$

$$|EC|^2 = 3^2 + 3^2 + 3^2.$$

$$\sqrt{|EC|^2} = \sqrt{3 . 3^2}$$

$$\boxed{|EC| = 3\sqrt{3}}$$

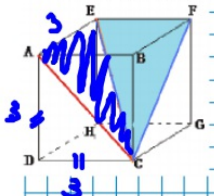
$$\text{diag cube} = c.\sqrt{3}$$

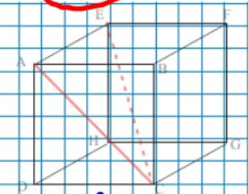
Exercice 16 : Histoire de cube

Mauvais exemple

Calcule la diagonale du cube de côté 3 (piste calcule d'abord la diagonale d'une face)

Formule





$|EC| = ?$

ΔEAC rectangle en A

$|EC|^2 = |AE|^2 + |AC|^2$

$|EC|^2 = 1.3^2 + 2.3^2$

$\sqrt{|EC|^2} = \sqrt{3.3^2}$

$|EC|^2 = 9 + 18$

$\sqrt{|EC|^2} = \sqrt{27}$

$|EC| = \sqrt{3}.3$

$\sqrt{3}.c$

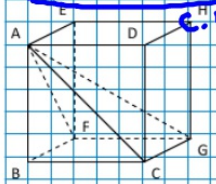
ΔACD rectangle en D

$|AC|^2 = 3^2 + 3^2.$

$|AC|^2 = 2.3^2.$

$\boxed{|AC| = 3\sqrt{2}}$

$c.\sqrt{2}$



$\sqrt{x^2+y^2} \neq \sqrt{(x^2+y^2)}\ \sqrt{x^2+y^2}$

Synthèse des formules trouvées dans les exercices (AM P34)

1. **Diagonale d'un carré**

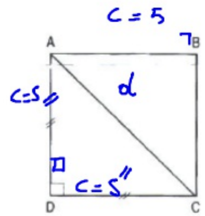
d?

- Calcule la longueur exacte de la diagonale d'un carré de côté 5 cm

$d = \sqrt{c^2+c^2}$ | $d = 5\cdot\sqrt{2}$

$d = \sqrt{5^2+5^2}$

$d = \sqrt{2 \cdot 5^2}$ | $d = \sqrt{2}\cdot c$



- Recommence avec un carré de côté c

$d = \sqrt{c^2+c^2}$

$d = \sqrt{2c^2}$

$d = \sqrt{2}\, c$

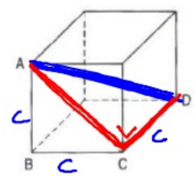
La diagonale d'un carré de côté c mesure $\sqrt{2}\, c$ ou $c\sqrt{2}$

2. **Diagonale d'un cube**

- Calcule la longueur exacte de la diagonale [AD]d'un cube $\boxed{\text{de côté 5 cm}}$

$d = \sqrt{3}\, c$ | $d = 5\sqrt{3}$

$d = \sqrt{3}\cdot 5$



- Recommence avec un cube de côté c

$d^2 = (c^2+c^2) + c^2$

$\sqrt{d^2} = \sqrt{3c^2}$

$d = \sqrt{3}\cdot c$

La diagonale d'un cube de côté c mesure $\sqrt{3}\, c$ ou $c\sqrt{3}$

3. **Hauteur d'un triangle équilatéral**

h?

- Calcule la hauteur $\boxed{AH}$ exacte d'un triangle équilatéral de côté 5 cm

$h = \sqrt{c^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$

$h = \sqrt{5^2 - 2{,}5^2}$

$h = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

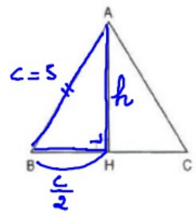
- Recommence avec un triangle équilatéral de côté c

$h = \sqrt{c^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$

$h = \sqrt{\frac{4}{4}c^2 - \frac{c^2}{4}}$

$h = \sqrt{\frac{3}{4}c^2}$

$h = \frac{\sqrt{3}}{2}\, c$

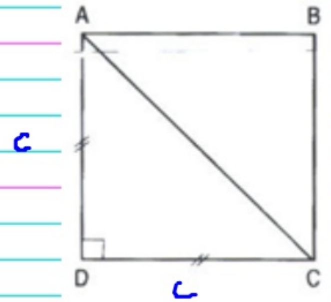


La hauteur d'un triangle équilatéral de côté c mesure $\frac{\sqrt{3}}{2}\, c$

Synthèse des formules trouvées dans les exercices

1. Diagonale d'un carré

- Calcule la longueur exacte de la diagonale d'un carré de côté 5 cm



$\triangle ADC$ rect en D

$$d^2 = |AD|^2 + |DC|^2$$

$$d^2 = 5^2 + 5^2$$

$$\sqrt{d^2} = \sqrt{25^2}$$

$$d = 5\sqrt{2}$$

Recommence avec un carré de côté c

$$d^2 = c^2 + c^2$$

$$\sqrt{d^2} = \sqrt{2c^2}$$

$$d = c\sqrt{2}$$

La diagonale d'un carré de côté c mesure

$$d = c\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad d = \sqrt{2}\,c$$

es :

2. Diagonale d’un cube

Calcule la longueur exacte de la diagonale [AD] d’un cube de côté 5 cm

△ABC rect B

$x^2 = c^2 + c^2$

$x^2 = 5^2 + 5^2$

$x^2 = 50$

$x = 5\sqrt{2}$

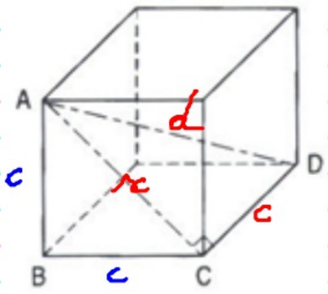
△ACD rect C :

$d^2 = c^2 + x^2$.

$d^2 = 5^2 + 2.5^2$

$\sqrt{d^2} = \sqrt{3.5^2}$

$d = 5\sqrt{3}$



Recommence avec un cube de côté c

$x = c\sqrt{2}$

$d^2 = c^2 + x^2$

$d^2 = 1c^2 + 2c^2$

$\sqrt{d^2} = \sqrt{3c^2}$

$d = c\sqrt{3}$

La diagonale d’un cube de côté c mesure

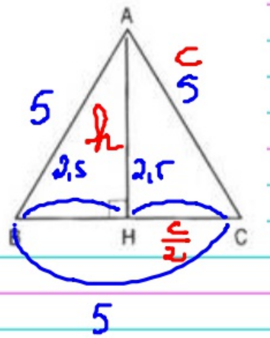
$d = c\sqrt{3}$

es :

3. Hauteur d'un triangle équilatéral

h ?

Calcule la hauteur |AH| exacte d'un triangle équilatéral de côté 5 cm



Δ AHC rect en H

$$c^2 = h^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$5^2 = h^2 + 2{,}5^2$$

$$h^2 = 5^2 - 2{,}5^2$$

$$h^2 = 18{,}75.$$

$$h = \frac{5}{2}\sqrt{3}$$

Recommence avec un triangle équilatéral de côté c

$$c^2 = h^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

$$c^2 = h^2 + \frac{c^2}{4}$$

$$h^2 = \frac{4}{4}c^2 - \frac{c^2}{4}$$

$$\sqrt{h^2} = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot c^2}$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} \cdot c$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

$$1 . x$$

$$\frac{4}{4}x^2 - \frac{1}{4}x^2$$

$$\frac{3}{4}x^2$$

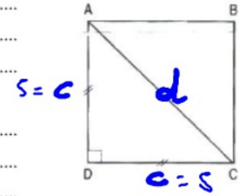
La hauteur d'un triangle équilatéral de côté c mesure

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

Synthèse des formules trouvées dans les exercices (AM P34)

1. **Diagonale d'un carré**

- Calcule la longueur exacte de la diagonale d'un carré de côté 5 cm



- Recommence avec un carré de côté c

ΔADC rect

$d^2 = c^2 + c^2$ | $d^2 = 5^2 + 5^2$

$\sqrt{d^2} = \sqrt{2c^2}$ | $\sqrt{d^2} = \sqrt{2 \cdot 5^2}$

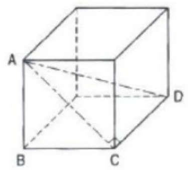
$d = \sqrt{2}\, c$ | $d = \sqrt{2} \cdot 5$

$d = 5\sqrt{2}$

La diagonale d'un carré de côté c mesure $c\sqrt{2}$ ou $\sqrt{2}\, c$

2. **Diagonale d'un cube**

- Calcule la longueur exacte de la diagonale [AD]d'un cube de côté 5 cm



- Recommence avec un cube de côté c

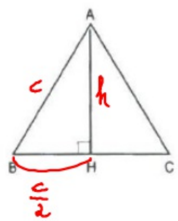
$\frac{4}{4}x - \frac{x}{4} = \frac{3}{4}x$

La diagonale d'un cube de côté c mesure

3. **Hauteur d'un triangle équilatéral**

ΔABH rect $\Rightarrow$

- Calcule la hauteur |AH| exacte d'un triangle équilatéral de côté 5 cm



- Recommence avec un triangle équilatéral de côté c

$h^2 = c^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2$ | $h^2 = 5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$h^2 = \frac{4}{4}c^2 - \frac{c^2}{4}$ | $h^2 = \frac{4}{4}25 - \frac{25}{4}$

$\sqrt{h^2} = \sqrt{\frac{3}{4}c^2}$ | $\sqrt{h^2} = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot 25}$

$h = \frac{\sqrt{3}}{2}c$ | $h = \frac{\sqrt{3}}{2} 5$

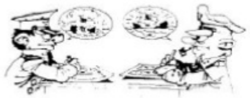
La hauteur d'un triangle équilatéral de côté c mesure $\frac{\sqrt{3}}{2}c$

Pythagore

et

Réciproque

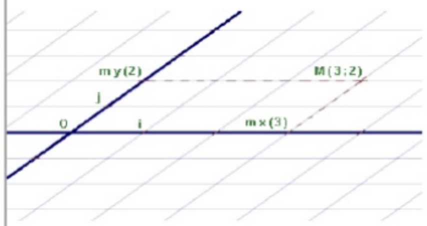
I. Pythagore dans un repère orthonormé



1) Types de repères

i. Repères avec des axes

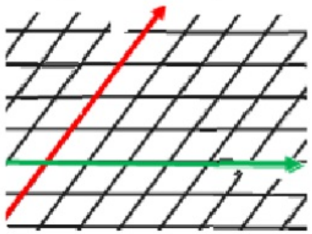
a) REPÈRE QUELCONQUE



Le quadrillage est formé de ....
....

|OI| .... |OJ|

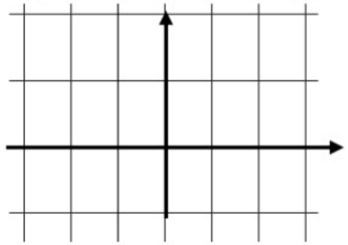
b) REPÈRE NORMÉ



Le quadrillage est formé de ....
....

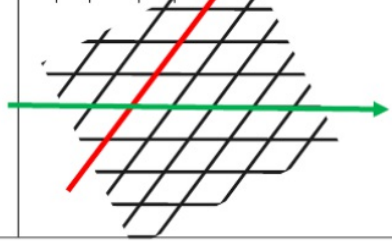
|OI| .... |OJ|

c) REPÈRE ORTHOGONAL

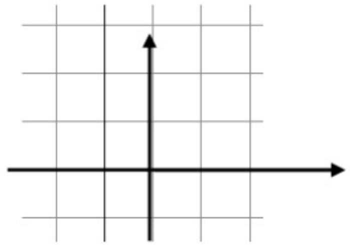


Le quadrillage est formé de ....
....

|OI| ..... |OJ| et OI ...... OJ



d) REPÈRE ORTHONORMÉ



Le quadrillage est formé de ....

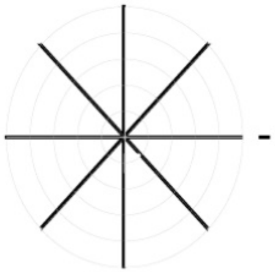
|OI| ..... |OJ| et OI .... OJ

On dit qu'un repère du plan (O, I, J) est **orthonormé** lorsque :

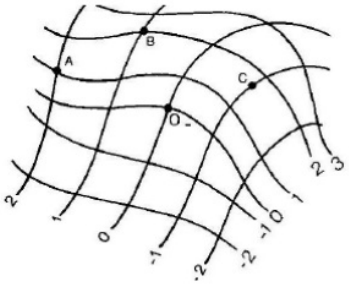
- Les axes des abscisses et des ordonnées sont perpendiculaires, c'est à dire (OI) ⊥ (OJ).
- Les unités de longueur sont les mêmes sur les deux axes c'est à dire |OI| = |OJ|.

I et J sont **toujours** les points de coordonnées respectives (1 ; 0) et (0 ; 1).

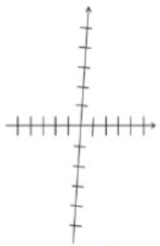
ii. Repère polaire



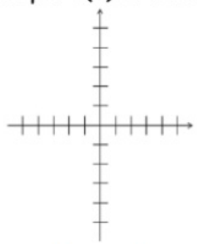
iii. Repère quelconque



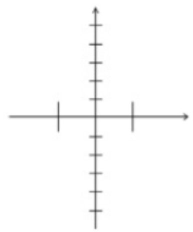
iv. Exercices : Retrouve le(s) repère(s) orthonormé(s)



Repère non orthonormé
car les axes non perpendiculaires

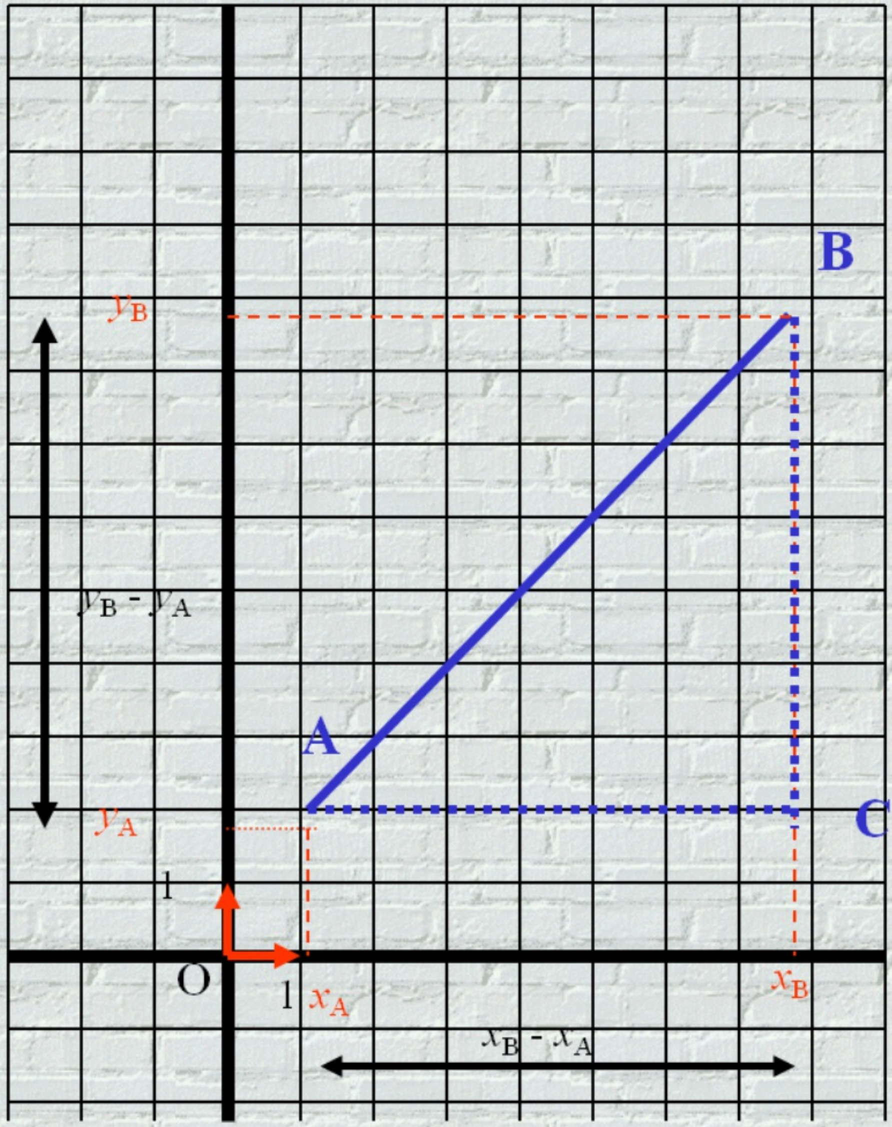


Repère orthonormé.................
....



Repère non orthonormé
CAR les unités sont différentes ...

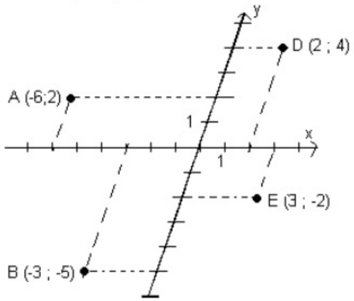
Si le repère est orthonormé*

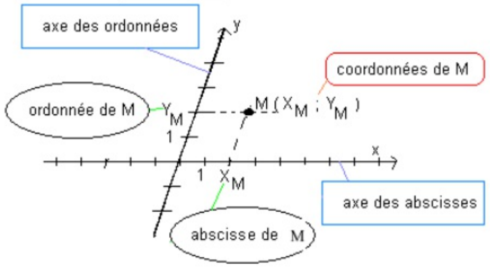



es :

2) Coordonnées d'un point dans le plan

Exemple et vocabulaire

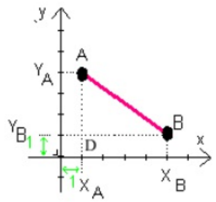




Le repère (O, I, J) présenté n'est **pas** orthonormé.

Pour qu'un repère (O,I,J) soit orthonormé il faut que $|OI| = |OJ| = 1$ et $OI \perp OJ$

3) Distance de deux points dans un repère orthonormé



$|AB| = ?$ où $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ dans un repère orthonormé

Par Pythagore :

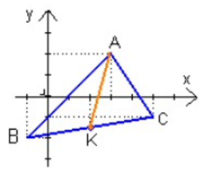
$$|AB|^2 = |DB|^2 + |DA|^2$$
$$= (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$\boxed{|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}}$$

4) Calculs de coordonnées et d'une distance

Enoncé : Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on place trois points A(3 ;2) ; B (-1 ;-2) et C(5 ;-1).
Calcule la longueur de la médiane issue de A.

Stratégie : la médiane rejoint le sommet A au milieu du côté [BC].
D'où on calcule d'abord les coordonnées du milieu K de [BC].
Ensuite on calcule la longueur [AK]



- Le milieu K de [BC] a pour coordonnées :

$$x_K = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-1+5}{2} = 2$$

$$y_K = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{-2+(-1)}{2} = -\frac{3}{2}$$

- il en résulte :

$$|AK| = \sqrt{(x_K - x_A)^2 + (y_K - y_A)^2}$$
$$= \sqrt{(2-3)^2 + (-\frac{3}{2} - 2)^2} = \sqrt{1 + \frac{49}{4}} = \sqrt{\frac{53}{4}} = \frac{\sqrt{53}}{2}$$

Conclusion :

la longueur de la médiane [AK] est $\frac{\sqrt{53}}{2}$ soit environ 3,64

A retenir

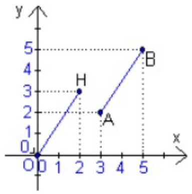
dans un repère orthonormé

La distance entre A et B est donnée par la formule

$$|\mathbf{AB}| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

5) Exercices

Série16



a) Quelle est la longueur du segment [OH] ?

....

....

Quelle est la longueur du segment [AB] ?

....

....

b) Soit K(5001 ;7000) et C(2001 ; 1000).

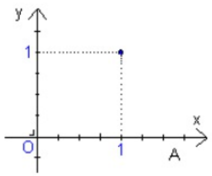
Quelle est la longueur du segment [KC] ?

....

....

Série17 : Dans un repère du plan, des points sont donnés par leur coordonnée :
K(1 ;4) ; L(2 ;4,5) ; M(0,3) ; N (4,5) ; P (3 ;4,9)
Quels sont ceux qui sont sur le cercle de centre C(4 ; 0) et de rayon 5 ?

Série18 :



Observe le dessin ci-contre : quelle est l'abscisse de A ?

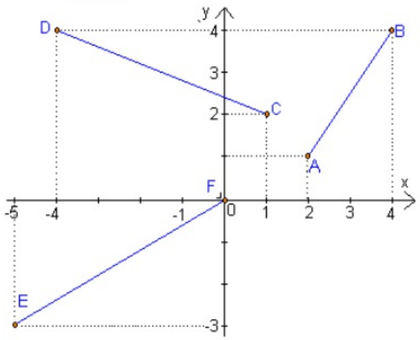
....

....

....

....

Série19 :



En utilisant le théorème de Pythagore,
Calcule la longueur des segments [AB] ; [CD] et [EF].

$|AB|$ ....

....

....

....

$|CD|$ ....

....

....

$|EF|$ ....

....

....

Série 20 :

A (2 ; 3)	E (-1 ; 3)	Calcule $|AB|$, $|CD|$, $|EF|$, $|GF|$, $|DH|$, $|BE|$ et $|CF|$
B (9 ; 11)	F (2 ; -5)	
C (4 ; 5)	G (5 ; 7)	
D (23 ; 14)	H (-6 ; -1)	


es :

$\Delta x \quad \Delta y$

différence

$\to d \to \Delta$

$D(-2;0)$

$E(-3;-4)$

$$|DE|^2 = (-2+3)^2 + (0+4)^2$$

$$|DE|^2 = 1 + 16.$$

$$|DE = \sqrt{17}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} x_i$$

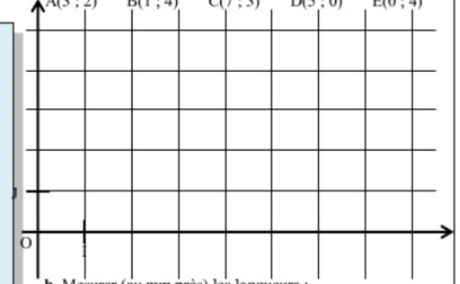
Classe : 3 G... **Date : ……2008** **Nom :** **Prénom :**

EXERCICE 2A.1

Le repère (O, I, J) est orthonormé (unité 1 cm).

a. Placer dans ce repère les points :

A(3 ; 2) B(1 ; 4) C(7 ; 3) D(5 ; 0) E(0 ; 4)



b. Mesurer (au mm près) les longueurs :

$|AB|$ =….. $|AD|$ =…… $|BE|$ = $|AC|$ =…… $|BC|$ =……..

c. Retrouver ces longueurs par le calcul à partir des coordonnées des points A, B et C.

$|AB|^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$ A (…, ….) B (…, ….)
$|AB|^2 = (1 - 3)^2 + (4 - 2)^2$
$|AB|^2 = (-2)^2 + 2^2$
$|AB|^2 = 4 + 4$
$|AB|^2 = 8$ donc $|AB| \approx 2{,}8$

$|AD|^2 = (x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2$ …. (…, ….) …. (…, ….)
$|AD|^2$ = (…………….)² + (…………….)²
$|AD|^2$ = (……….)² + (……….)²
$|AD|^2$ = ………. + ……….
$|AD|^2$ = …… donc $|AD|$ ………..

$|BE|^2 = (x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2$ …. (…, ….) …. (…, ….)
$|BE|^2$ = (…………….)² + (…………….)²
$|BE|^2$ = (……….)² + (……….)²
$|BE|^2$ = ………. + ……….
$|BE|^2$ = …… donc $|BE|$ ………..

$|AC|^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$ …. (…, ….) …. (…, ….)
$|AC|^2$ = (…………….)² + (…………….)²
$|AC|^2$ = (……….)² + (……….)²
$|AC|^2$ = ………. + ……….
$|AC|^2$ = …… donc $|AC|$ ………..

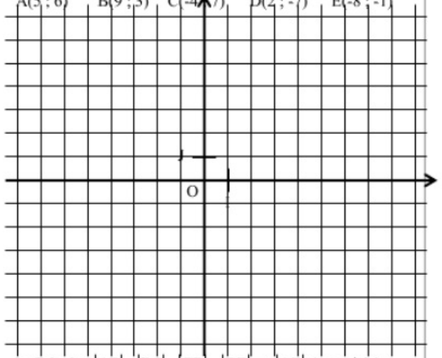
$|BC|^2 = (x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2$ …. (…, ….) …. (…, ….)
$|BC|^2$ = (…………….)² + (…………….)²
$|BC|^2$ = (……….)² + (……….)²
$|BC|^2$ = ………. + ……….
$|BC|^2$ = …… donc $|BC|$ ………..

EXERCICE 2A.2

Le repère (O, I, J) est orthonormé (unité 0,5 cm).

a. Placer dans ce repère les points :

A(5 ; 6) B(9 ; 3) C(-4 ; 7) D(2 ; -7) E(-8 ; -1)



b. Calculer $|AB|$, $|BC|$, $|CD|$, $|DE|$ et $|AE|$ (en unités).

$|AB|^2$ = ………………………………………… …. (…, ….) …. (…, ….)
= …………………………………………
= …………………………………………
= …………………………………………
Donc $|AB|$ ………..

$|BC|^2$ = ………………………………………… …. (…, ….) …. (…, ….)
= …………………………………………
= …………………………………………
= …………………………………………
Donc $|BC|$ ………..

$|CD|^2$ = ………………………………………… …. (…, ….) …. (…, ….)
= …………………………………………
= …………………………………………
= …………………………………………
Donc $|CD|$ ………..

$|DE|^2$ = ………………………………………… …. (…, ….) …. (…, ….)
= …………………………………………
= …………………………………………
= …………………………………………
Donc $|DE|$ ………..

$|AE|^2$ = ………………………………………… …. (…, ….) …. (…, ….)
= …………………………………………
= …………………………………………
= …………………………………………
Donc $|AE|$ ………..

A(3 ; 2) B(1 ; 4) C(7 ; 3) D(5 ; 0) E(0 ; 4)

$- x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$

$3)^2 + (4 - 2)^2$

$+ 2^2$

4

A (3, 2)
B (1, 4)

donc $|AB| \approx 2{,}8$ $2\sqrt{2}$

$|AD|^2 = (x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2$

$|AD|^2 = (5 - 3)^2 + (0 - 2)^2$

$|AD|^2 = (2)^2 + (-2)^2$

$|AD|^2 = 4 + 4$

$|AD|^2 = 8$

donc $|AD| = \sqrt{8}$

$= 2\sqrt{2}$

A (3, 2)
D (5, 0)

$)^2 + (y_E - y_B)^2$

$1)^2 + (4 - 4)^2$

$+ (0)^2$

0

donc $|BE| \sqrt{1} = 1$

E (0, 4)
B (1, 4)

$|AC|^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2$

$|AC|^2 = (3 - 7)^2 + (2 - 3)^2$

$|AC|^2 = (-4)^2 + (-1)^2$

$|AC|^2 = 16 + 1$

$|AC|^2 = 17$

donc $|AC| = \sqrt{17}$

A (3, 2)
C (7, 3)

V $(3 - 7)^2 = (-4)^2 = 16$

$(7 - 3)^2 \quad 4^2 = 16$

J. Pythagore et constructions ou les escargots de Pythagore

Dans tout ce qui suit, l'unité est le centimètre.

Le problème est de dessiner un segment de longueur $\sqrt{15}$

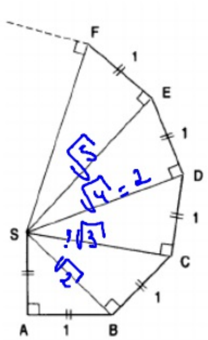
1) Première méthode : construction d'un gastéropode

Sur la page suivante de ton cahier :

a) Trace au milieu de la feuille un triangle SAB rectangle en A dont les côtés de l'angle droit mesurent 1 (une unité).
Quelle est la longueur de l'hypoténuse ? $|SB| = ?$

$|SB|^2 = 1^2 + 1^2 = 1 + 1 = 2$

$|SB| = \sqrt{2}$

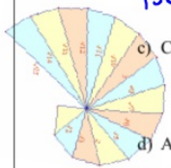


b) Poursuis la construction comme te montre la figure ci-contre.
Quelle est la longueur de [SC] , [SD] et [SE] ?

$|SC|^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$ | $|SD|^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$ | $|SE|^2 = 2^2 + 1^2$.

$|SC|^2 = 2 + 1$ | $|SD|^2 = 3 + 1$ | $|SE|^2 = 4 + 1$

$|SC| = \sqrt{3}$ | $|SD| = 2$ | $|SE| = \sqrt{5}$



c) Combien faut-il de triangles pour obtenir un segment de longueur $\sqrt{15}$?

14 triangles

d) Afin de vérifier la construction, détermine une valeur approchée de $\sqrt{15}$ à l'aide d'une calculatrice et mesurer le segment construit.

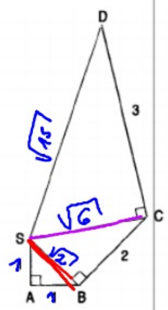
2) Deuxième méthode : « la turbo construction »

Calcule la longueur $|SD|$:

$|SB| = \sqrt{2}$

$|SC|^2 = 2 + 2^2 = 6 \Rightarrow |SC| = \sqrt{6}$

$|SD|^2 = 6 + 3^2 = 15 \Rightarrow |SD| = \sqrt{15}$



Complète avec des entiers :

$15 = (3)^2 + (2)^2 + 1^2 + 1^2$

$= 9 + 4 + 1 + 1$

$|SD|^2 = |CD|^2 + |SC|^2$ Δ SDC rect.

$= |CD|^2 + |BC|^2 + |BS|^2$ Δ BSC rect

$= |CD|^2 + |BC|^2 + |AB|^2 + |AC|^2$ Δ ABS rect

$15 = 3^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2$

3) Généralisation

Le segment de longueur $\sqrt{15}$ a pu être construit avec seulement trois triangles rectangles.
Plus généralement, le mathématicien français Lois Lagrange a démontré en 1772 qu'avec trois triangles rectangles au plus, on pouvait obtenir un segment de longueur $\sqrt{n}$ (avec n nombre naturel).

Trouve une construction pour un segment de longueur : $\sqrt{29}$; $\sqrt{31}$; $\sqrt{71}$

(Il y a souvent plusieurs constructions possibles.)

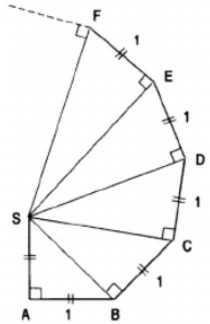
J. Pythagore et constructions ou les escargots de Pythagore

Dans tout ce qui suit, l'unité est le centimètre.

Le problème est de dessiner un segment de longueur $\sqrt{15}$

1) Première méthode : construction d'un gastéropode

Sur la page suivante de ton cahier :



a) Trace au milieu de la feuille un triangle SAB rectangle en A dont les côtés de l'angle droit mesurent 1 (une unité).
Quelle est la longueur de l'hypoténuse.

....

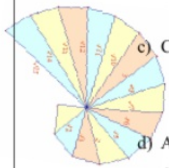
....

b) Poursuis la construction comme te montre la figure ci-contre.
Quelle est la longueur de [SC] , [SD] et [SE] ?

....

....

....



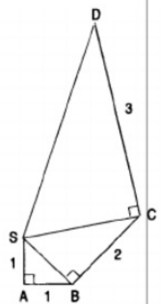
c) Combien faut-il de triangles pour obtenir un segment de longueur $\sqrt{15}$?

....

....

d) Afin de vérifier la construction, détermine une valeur approchée de $\sqrt{15}$ à l'aide d'une calculatrice et mesurer le segment construit.

2) Deuxième méthode : « la turbo construction »



Calcule la longueur $|SD|$:

....

....

....

Complète avec des entiers :

$15 = (.....)^2 + (......)^2 + 1^2 + 1^2.$

= ....

$|SD|^2$ = ...

....

....

....

3) Généralisation

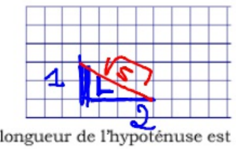
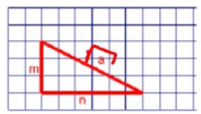
Le segment de longueur $\sqrt{15}$ a pu être construit avec seulement trois triangles rectangles.
Plus généralement, le mathématicien français Lois Lagrange a démontré en 1772 qu'avec trois triangles rectangles au plus, on pouvait obtenir un segment de longueur $\sqrt{n}$ (avec n nombre naturel).

Trouve une construction pour un segment de longueur : $\sqrt{29}$; $\sqrt{31}$; $\sqrt{71}$

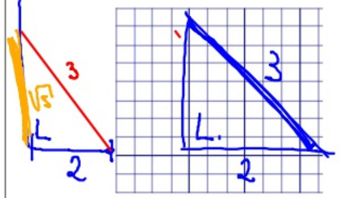
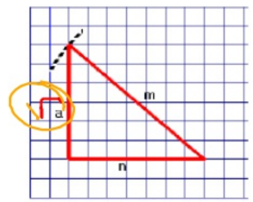
(Il y a souvent plusieurs constructions possibles.)


es :

4) Comment construire un segment de longueur $\sqrt{a}$ lorsque a est la somme de deux carrés ?

EN PARTICULIER	EN GENERAL
Construire un segment de longueur $\sqrt{5}$	**Construire un segment de longueur $\sqrt{a}$**
On constate que 5 = ..4.. + ..1.. $\sqrt{5} = \sqrt{2^2 + 1^2}$	On constate que **a = m² + n²**
On en déduit que $\sqrt{5}$ est la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit ont des longueurs de ...2..... et ...1..	On en déduit que $\sqrt{a}$ est la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit ont des longueurs de **m et n**
On construit un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent ..2....et 1.....	On construit un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent m et n :
	
La longueur de l'hypoténuse est ...$\sqrt{5}$....	La longueur de l'hypoténuse est $\sqrt{a}$.

1) Comment construire un segment de longueur $\sqrt{a}$ lorsque a est la différence de deux carrés ?

EN PARTICULIER	EN GENERAL
Construire un segment de longueur $\sqrt{5}$	**Construire un segment de longueur $\sqrt{a}$**
On constate que 5 = ..9.. - ..4.. 5 = 3^2 - 2^2 $R^2 - x^2$	On constate que **a = m² - n²**
On en déduit que $\sqrt{5}$ est la mesure d'un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle où l'hypoténuse mesure … ..et l'autre côté de l'angle droit mesure	On en déduit que $\sqrt{a}$ est la mesure d'un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle où l'hypoténuse mesure **m** et l'autre côté de l'angle droit mesure **n**
On construit	On construit
	
La mesure du deuxième côté de l'angle droit est	La mesure du deuxième côté de l'angle droit est $\sqrt{a}$.

2) Exercices

Série 1 : Construis de trois manières différentes un segment de longueur $\sqrt{8}$.

Série 2 :Construis un segment de longueur a si a égale : $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{20}$ et $\sqrt{105}$

Série 3 :Voici deux segments de longueurs respectives b et c.

- Construis un segment de longueur $\sqrt{b^2 + c^2}$ en utilisant uniquement un compas et une latte non graduée.

- Construis un segment de longueur $\sqrt{r^2 + s^2}$ où r = 1cm et s = 2 cm.
  Quelle est la longueur du segment construit ?
- Construis en utilisant le même procédé, un segment de longueur $\sqrt{13}$ cm.

Série 4 : Voici deux segments de longueurs respectives a et c.

- Construis un segment de longueur $\sqrt{a^2 - c^2}$ en utilisant uniquement un compas et une latte non graduée.

- Construis un segment de longueur $\sqrt{t^2 - s^2}$ où t = 5 cm et s = 2 cm.
  Quelle est la longueur du segment construit ?
- Construis en utilisant le même procédé, un segment de longueur $\sqrt{12}$ cm.

Pythagore

et

les relations métriques

dans le triangle rectangle

Réponses

K. Relations métriques dans le triangle rectangle

1) Triangle rectangle et cercle

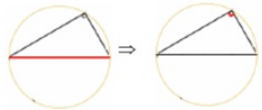
Remarquons que les deux premières propriétés ont déjà été étudiées.

Propriété 1

> Si un triangle inscrit à un cercle et rectangle
> Alors l'hypoténuse de ce triangle est diamètre du cercle

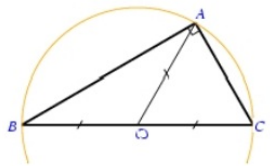
Propriété 2

> Si un côté d'un triangle inscrit à un cercle est diamètre de ce cercle,
> Alors ce triangle est rectangle et l'angle opposé au diamètre est droit



Propriété 3

> Dans tout triangle rectangle,
> la médiane relative à l'hypoténuse mesure la moitié de cette hypoténuse. (voir théo ….)



Hypothèse : Δ ABC rectangle en A
O milieu de [BC] : $|BO| = |OC|$
[OA] médiane relative à [BC]

Thèse : $|OA| = \frac{1}{2}|BC|$

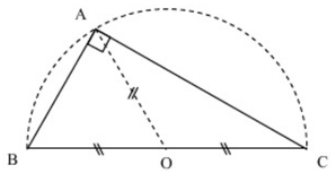
Démonstration : outil : propriété 1

Δ ABC rectangle en A
$\Rightarrow$ [BC] diamètre du cercle circonscrit au triangle.
$\Rightarrow$ le milieu O de [BC] est le centre du cercle circonscrit au triangle.
$\Rightarrow$ $|OA| = r = (\text{rayon}) = \frac{diamètre}{2} = \frac{1}{2}|BC|$ cqfd

Propriété 4

> Si dans un triangle, la médiane relative à un côté mesure la moitié de ce côté,
> Alors le triangle est rectangle et le côté dont il est question est l'hypoténuse

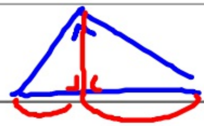
Hypothèse : Δ ABC
[OA] médiane relative à [BC]
$|OA| = \frac{1}{2}|BC|$



Thèse : Δ ABC rectangle en A
Démonstration : outil : propriété 2

$|OA| = \frac{1}{2}|BC|$ par hypothèse
$\Rightarrow$ $|OA| = |BO| = |OC|$
$\Rightarrow$ O est le centre du cercle circonscrit passant par A, B et C
$\Rightarrow$ [BC] est le diamètre du cercle circonscrit au Δ ABC
$\Rightarrow$ Par la propriété 2 : Δ ABC est rectangle en A cqfd

2) Triangle rectangle et hauteur

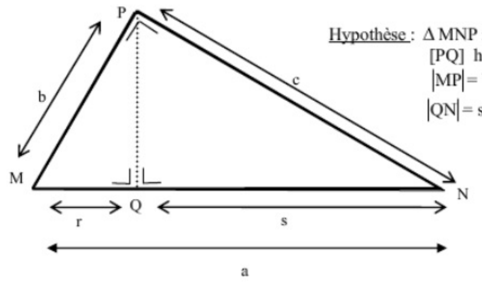


Propriété 5

Dans tout triangle rectangle,
le carré de la hauteur relative à l'hypoténuse est égal
au produit des longueurs des segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse

ou

Dans tout triangle rectangle,
la longueur de la hauteur relative à l'hypoténuse est $\left\{\begin{array}{l}\text{moyenne proportionnelle}\\ \text{moyenne géométrique}\end{array}\right\}$
entre les longueurs des segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse



Hypothèse : Δ MNP rectangle en P
[PQ] hauteur relative à l'hypoténuse [MN]

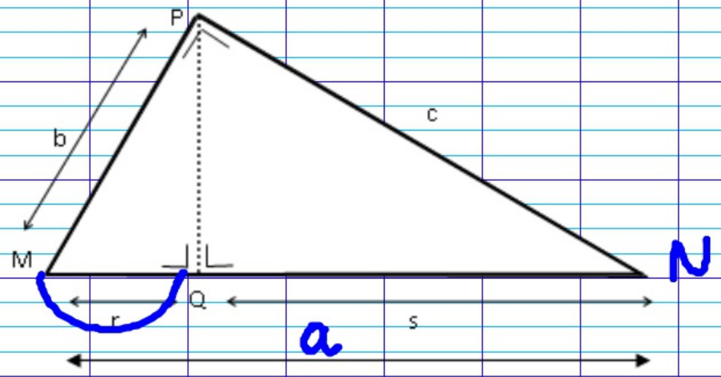
$|MP| = b$ $|MN| = a$ $|PN| = c$

$|QN| = s$ $|MQ| = r$ $|PQ| = h$

Thèse : $h^2 = r \cdot s$

Démonstration :

- Il y a trois triangles rectangles dans lesquels on peut appliquer le théorème de Pythagore :
  - Dans Δ MNP : $a^2 = b^2 + c^2$
  - Dans Δ MPQ : $b^2 = h^2 + r^2$
  - Dans Δ NPQ : $c^2 = h^2 + s^2$
- Comme $a = r + s$
  $a^2 = (r + s)^2$ produit remarquable
  $a^2 = r^2 + 2\,r\,s + s^2$
- $a^2 = a^2$
  $r^2 + 2\,r\,s + s^2 = b^2 + c^2$ par 1.1°) et 2°)
  $r^2 + 2\,r\,s + s^2 = h^2 + r^2 + h^2 + s^2$ par 1.2°) et 1.3°)
  $2\,r\,s = 2\,h^2$ par simplification
  $r\,s = h^2$
  $h^2 = r\,s$ cqfd



Thèse : $h^2 = r \cdot s$

$|PN| = c$

? $\boxed{h^2 = r \cdot s}$?

* $a^2 = (r+s)^2$

* $a^2 = b^2 + c^2$

$b^2 = r^2 + h^2$

$c^2 = s^2 + h^2$

$a^2 = r^2 + 2rs + s^2$

$\cancel{r^2} + h^2 + \cancel{s^2} + h^2 = \cancel{r^2} + 2rs + \cancel{s^2}$

$\cancel{2}h^2 = \cancel{2}rs$

$\boxed{h^2 = r \cdot s}$

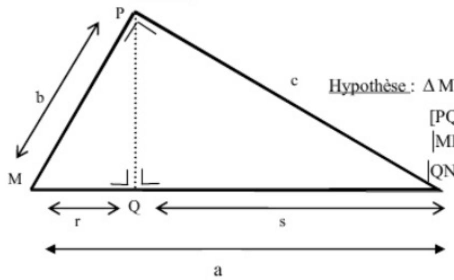
Propriété 6

> Dans tout triangle rectangle,
> le carré d'un côté de l'angle droit est égal
> au produit de sa projection sur l'hypoténuse par l'hypoténuse entière

ou

> Dans tout triangle rectangle,
> la mesure d'un côté de l'angle droit est $\left\{\begin{array}{l}\text{moyenne proportionnelle}\\ \text{moyenne géométrique}\end{array}\right\}$
> entre la mesure de l'hypoténuse et la mesure de la projection orthogonale de ce côté sur l'hypoténuse.

Schéma



Hypothèse : Δ MNP rectangle en P

[PQ] hauteur relative à l'hypoténuse [MN]

$|MP| = b$ $\quad |MN| = a$ $\quad |PN| = c$

$|QN| = s$ $\quad |MQ| = r$ $\quad |PQ| = h$

Thèse : $b^2 = a\,.\,r$ et $c^2 = a\,.\,s$

Démonstration :

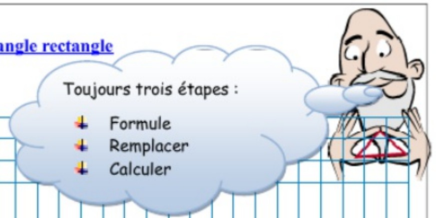
comme $a = r + s$, on peut écrire successivement

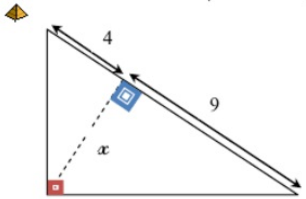
$a\,.\,r = (r+s)\,r$		$a\,.\,s = (r+s)\,s$	
$= r^2 + r\,s$	par distributivité	$= r\,.\,s + s\,.\,s$	par distributivité
$= r^2 + h^2$	par propriété précédente	$= h^2 + s^2$	par propriété précédente
$= b^2$	par Pythagore	$= c^2$	par Pythagore

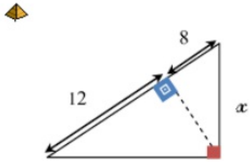
cqfd

3) Exercices sur les relations métriques dans un triangle rectangle

Série 1 : Dans chaque situation, calcule x.



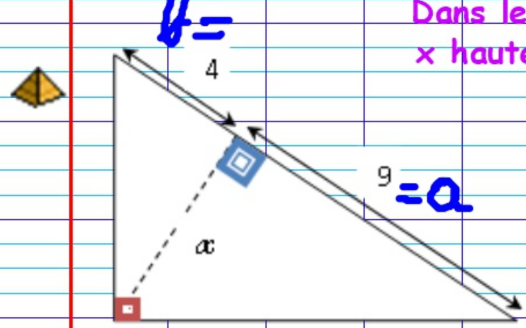




Série 2 : Dans un triangle rectangle, calcule la longueur des côtés de l'angle droit, sachant que la hauteur relative à l'hypoténuse divise celle-ci en deux segments respectivement de 3 cm et 5 cm.

Série 3 : L'hypoténuse d' un triangle rectangle mesure 4 cm.
La hauteur relative à l'hypoténuse détermine sur celle-ci deux segments dont l'un mesure 3cm.
Quelle est la longueur de cette hauteur ?

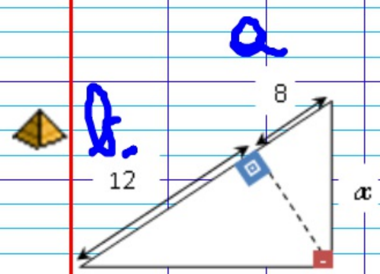
Série 1 : Dans chaque situation, calcule x.



Dans le triangle MNP rect en P
x hauteur relative à l'hypoténuse

$$x^2 = a.b$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{9.4}$$
$$x = 3.2$$
$$\boxed{x = 6.}$$

La hauteur relative à l'hypoténuse a une longueur de 6 (unités)



Dans le triangle MNP rect en P
h hauteur relative à l'hypoténuse

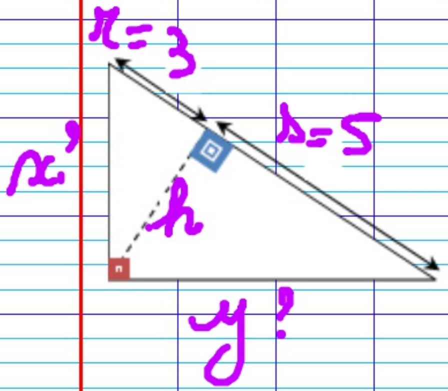
$$x^2 = (a+b).a$$
$$x^2 = 20 . 8$$
$$x = \sqrt{4^2.5.2}$$
$$x = 4\sqrt{10}$$

Dans un triangle rectangle,

calcule la longueur des côtés de l'angle droit,

sachant que la hauteur relative à l'hypoténuse divise celle-ci

en deux segments respectivement de 3 cm et 5 cm.



x ?

$$x^2 = (r+s) \cdot r$$

$$x^2 = 8 \cdot 3$$

$$x = \sqrt{4 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$\boxed{x = 2\sqrt{6}}$$

y ?

$$y^2 = (r+s) \cdot s$$

$$y^2 = 8 \cdot 5$$

$$\boxed{y = 2\sqrt{10}}$$

L'hypoténuse d' un triangle rectangle mesure 4 cm.

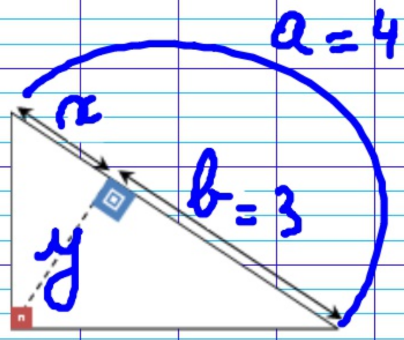
La hauteur relative à l'hypoténuse détermine sur celle-ci deux segments dont l'un mesure 3cm.

Quelle est la longueur de cette hauteur ?

L'hypoténuse d' un triangle rectangle mesure 4 cm.

La hauteur relative à l'hypoténuse détermine sur celle-ci deux segments dont l'un mesure 3cm.

Quelle est la longueur de cette hauteur ?



y ?

$$y^2 = x \cdot b$$

$$y^2 = (4-3) \cdot 3$$

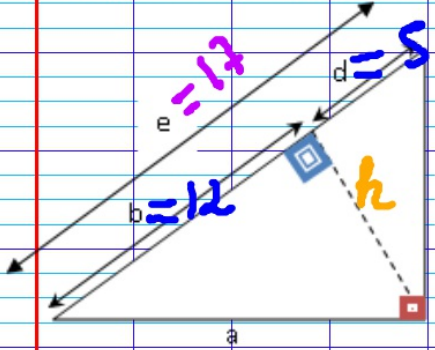
$$y^2 = 3$$

$$\boxed{y = \sqrt{3}}$$

Série 4

Sur le triangle rectangle suivant, a, b, c, d, e et h désignent des longueurs.

Complète le tableau avec les valeurs exactes



	a	b	c	d	e	h
1°)	$2\sqrt{51}$	12	$\sqrt{85}$	5	17	$2\sqrt{15}$
2°)		9			15	
3°)				3	7	

e ? $e = b + d$

$e = 12 + 5$

$\boxed{e = 17}$

h ? $h^2 = b \cdot d$

$h^2 = 12 \cdot 5$

$\boxed{h = 2\sqrt{15}}$

c ? $c^2 = e \cdot d$

$c^2 = 17 \cdot 5$

$\boxed{c = \sqrt{85}}$

a ? $a^2 = e \cdot b$

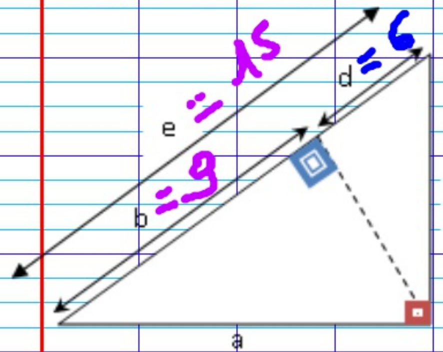
$a^2 = 17 \cdot 12$

$\boxed{a = 2\sqrt{51}}$

Série 4

Sur le triangle rectangle suivant, a, b, c, d, e et h désignent des longueurs.

Complète le tableau avec les valeurs exactes



	a	b	c	d	e	h
~~1°)~~		~~12~~		~~5~~		
	$3\sqrt{15}$		$3\sqrt{10}$	6		$3\sqrt{6}$
3°)				3	7	

d? $d = e - b$

$d = 15 - 9$

$\boxed{d = 6}$

h: $h^2 = b \cdot d$

$h^2 = 9 \cdot 6$

$\boxed{h = 3\sqrt{6}}$

c? $c^2 = e \cdot d$

$c^2 = 15 \cdot 6$

$\boxed{c = 3\sqrt{10}}$

a? $a^2 = e \cdot b$

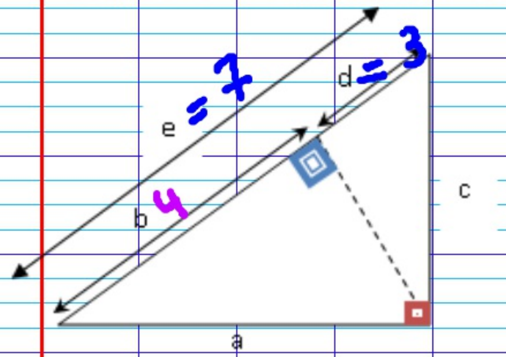
$a^2 = 15 \cdot 9$

$\boxed{a = 3\sqrt{15}}$

Série 4

Sur le triangle rectangle suivant, a, b, c, d, e et h désignent des longueurs.

Complète le tableau avec les valeurs exactes



	a	b	c	d	e	h
1°)		12		5		
2°)		9			15	
3°)	$2\sqrt{7}$	4	$\sqrt{21}$			$2\sqrt{3}$

b ?

$b = e - d$

$b = 7 - 3$

$\boxed{b = 4}$

h ?

$h^2 = b.d$

$h^2 = 4.3$

$\boxed{h = 2\sqrt{3}}$

c ?

$c^2 = e.d$

$c^2 = 7.3$

$\boxed{c = \sqrt{21}}$

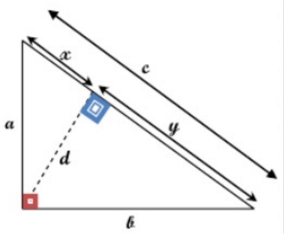
a ?

$a^2 = e.b$

$a^2 = 7.4$

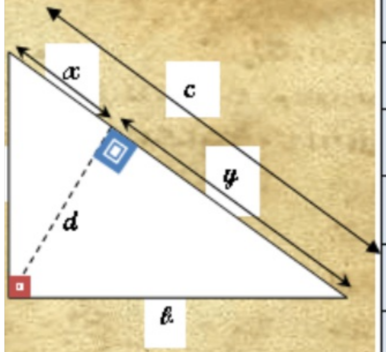
$\boxed{a = 2\sqrt{7}}$

Série 5 : Complète le tableau avec les valeurs exactes



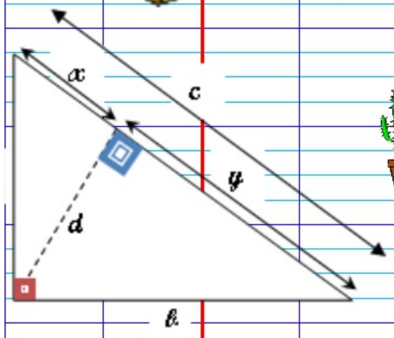
	a	b	c	d	x	y
1°)			7		2	
2°)				4		6
3°)	3	5				
4°)	5		9			
5°)		5		2		
6°)	6				4	
7°)		7				5
8°)			8			6
9°)					3	5
10°)				5	3	

Série 5 : Complète le tableau avec les valeurs exactes



	a	b	c	d	x	y
1°)			7		2	
2°)				4		6
3°)	3	5				
4°)	5		9			
5°)		5		2		
6°)	6				4	
7°)		7				5
8°)			8			6
9°)					3	5
10°)				5	3	

Série 5 : Complète le tableau avec les valeurs exactes



	a	b	c	d	x	y
1°)			7		2	
2°)						6
3°)	3	5				

y !

$y = c - x$

$y = 7 - 2$

$\boxed{y = 5}$

d ?

$d^2 = x \cdot y$

$d^2 = 2 \cdot 5$

$d^2 = 10$

$\boxed{d = \sqrt{10}}$

a !

$a^2 = x^2 + d^2$

$a^2 = 2^2 + \sqrt{10}^2$

$a^2 = 14$

$\boxed{a = \sqrt{14}}$

b ?

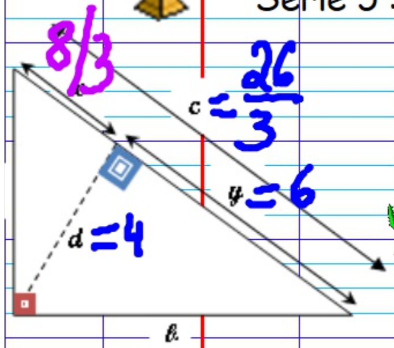
$b^2 = y^2 + d^2$

$b^2 = 5^2 + 10$

$b^2 = 35$

$\boxed{b = \sqrt{35}}$

Série 5 : Complète le tableau avec les valeurs exactes



	a	b	c	d	x	y
1°)			7		2	
2°)	$\frac{4\sqrt{13}}{3}$	$2\sqrt{13}$	$26/3$	4	$8/3$	6
3°)	3	5				

x ?

$$d^2 = x \cdot y$$
$$16 = x \cdot 6$$
$$x = \frac{d^2}{y}$$
$$x = \frac{16}{6}$$
$$\boxed{x = \frac{8}{3}}$$

c ?

$$c = x + y$$
$$c = \frac{8}{3} + 6$$
$$c = \frac{8}{3} + \frac{18}{3}$$
$$\boxed{c = \frac{26}{3}}$$

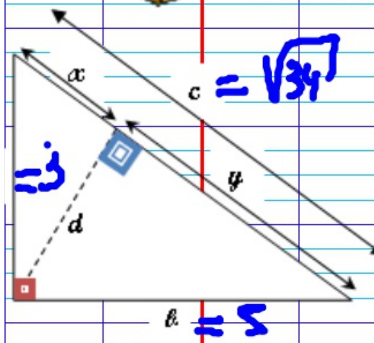
b ?

$$b^2 = c \cdot y$$
$$b^2 = \frac{26}{3} \cdot 6$$
$$b^2 = 13 \cdot 2 \cdot 2$$
$$\boxed{b = 2\sqrt{13}}$$

a ?

$$a^2 = c \cdot x$$
$$a^2 = \frac{26}{3} \cdot \frac{8}{3}$$
$$\sqrt{\frac{13 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4}{3 \cdot 3}}$$
$$\boxed{a = \frac{4\sqrt{13}}{3}}$$

Série 5 : Complète le tableau avec les valeurs exactes



	a	b	c	d	x	y
1°)			7		2	
2°)				4		6
3°)	3	5	$\sqrt{34}$	$\frac{15}{\sqrt{34}}$	$\frac{9}{\sqrt{34}}$	$\frac{25}{\sqrt{34}}$

c ?

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 9 + 25$$
$$c^2 = 34.$$
$$c = \sqrt{34}$$

x ?

$$a^2 = x \cdot c$$
$$9 = x \cdot \sqrt{34}$$
$$x = \frac{9 \cdot \sqrt{34}}{\sqrt{34} \cdot \sqrt{34}}$$
$$x = \frac{9\sqrt{34}}{34}$$

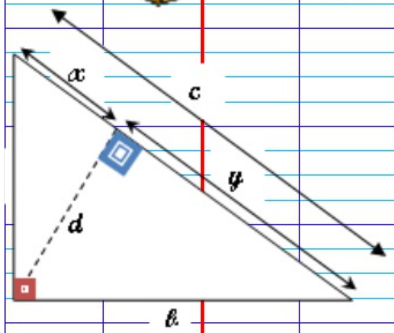
y ?

$$b^2 = y \cdot c$$
$$25 = y \cdot \sqrt{34}$$
$$y = \frac{25}{\sqrt{34}}$$

d ?

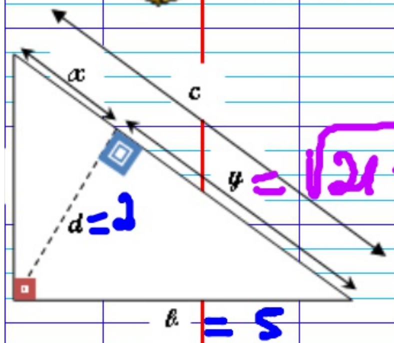
$$d^2 = x \cdot y$$
$$d^2 = \frac{25}{\sqrt{34}} \cdot \frac{9}{\sqrt{34}}$$
$$d = \frac{15}{\sqrt{34}}$$
$$d = \frac{15}{\sqrt{34}}.$$

Série 5 : Complète le tableau avec les valeurs exactes



	a	b	c	d	x	y
4°)	5		9			
5°)		5		2		
6°)	6				4	

Série 5 : Complète le tableau avec les valeurs exactes



	a	b	c	d	x	y
4°)	5		9			
5°)	$\frac{10}{\sqrt{21}}$	5	$\frac{25}{\sqrt{21}}$	2	$\frac{4}{\sqrt{21}}$	$\sqrt{21}$
6°)	6				4	

y ?

$$y^2 = b^2 - d^2$$
$$y^2 = 5^2 - 2^2$$
$$y^2 = 25 - 4$$
$$\boxed{y = \sqrt{21}}$$

x ?

$$d^2 = x \cdot y$$
$$4 = x \cdot \sqrt{21}$$
$$\boxed{x = \frac{4}{\sqrt{21}}}$$

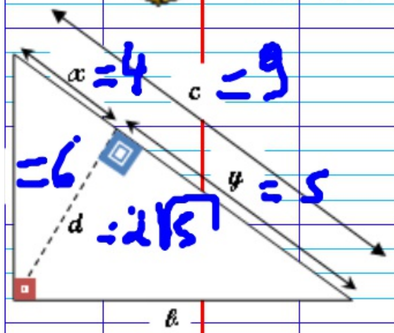
c ?

$$c = x + y$$
$$c = \frac{4}{\sqrt{21}} + \frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{21}}{\sqrt{21}}$$
$$\boxed{c = \frac{25}{\sqrt{21}}}$$

a ?

$$a^2 = c \cdot x$$
$$a^2 = \frac{25}{\sqrt{21}} \cdot \frac{4}{\sqrt{21}}$$
$$\boxed{a = \frac{10}{\sqrt{21}}}$$

Série 5 : Complète le tableau avec les valeurs exactes



	a	b	c	d	x	y
4°)	5		9			
5°)		5		2		
6°)	6		9	$2\sqrt{5}$	4	5

d ?

$d^2 = a^2 - x^2$

$d^2 = 36 - 16$

$d^2 = 20$

$\boxed{d = 2\sqrt{5}}$

y ?

$d^2 = x \cdot y$

$20 = 4 \cdot y$

$y = \frac{20}{4}$

$\boxed{y = 5}$

c ?

$c = x + y$

$c = 4 + 5$

$\boxed{c = 9}$

b ?

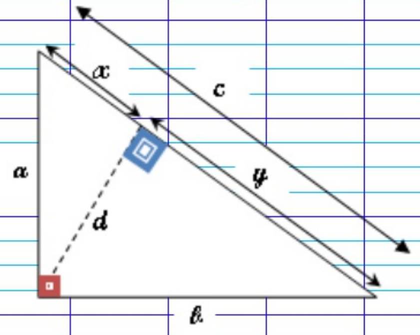
$b^2 = c^2 - a^2$

$b^2 = 81 - 36$

$b^2 = 45$

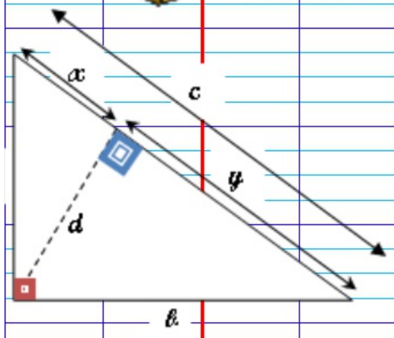
$\boxed{b = 3\sqrt{5}}$

Série 5 : Complète le tableau avec les valeurs exactes



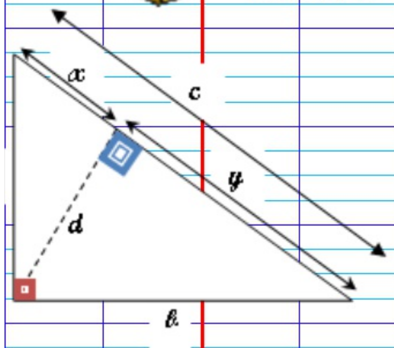
	a	b	c	d	x	y
7°)		7				5
8°)			8			6
9°)					3	5
10°)				5	3	

Série 5 : Complète le tableau avec les valeurs exactes



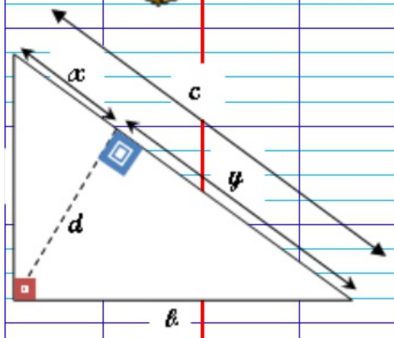
	a	b	c	d	x	y
7°)		7				5
8°)			8			6
9°)					3	5
10°)				5	3	

Série 5 : Complète le tableau avec les valeurs exactes



	a	b	c	d	x	y
7°)		7				5
8°)			8			6
9°)					3	5
10°)				5	3	

Série 5 : Complète le tableau avec les valeurs exactes

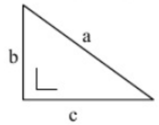


	a	b	c	d	x	y
7°)		7				5
8°)			8			6
9°)					3	5
10°)				5	3	

I. Faisons le point

1) Théorème de Pythagore

Si



alors

$a^2 = b^2 + c^2$ ....
$b^2 = a^2 - c^2$ ....
$c^2 = a^2 - b^2$ ....

Dans tout triangle rectangle,
le carré de la longueur de. .l'hypoténuse . . . . est égal à la somme des carrés des longueurs . .des deux autres côtés. . . . .

2) Réciproque du théorème de Pythagore

Si, dans un triangle,
le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés
alors le triangle est rectangle.

3)

La diagonale d'un carré de côté c mesure $c\sqrt{2}$. ou $\sqrt{2}.c$ ....
La diagonale d'un cube de côté c mesure $c\sqrt{3}$. ou $\sqrt{3}.c$ ....
La hauteur d'un triangle équilatéral de côté c mesure $\frac{\sqrt{3}}{2}.c$ ....

4) Longueur d'un segment dans un plan cartésien orthonormé

Soit $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$ dans un repère orthonormé alors $|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

5) Relations métriques dans le triangle rectangle

Dans tout triangle rectangle,

- **le carré de la hauteur relative à l'hypoténuse est égal au produit des longueurs des segments qu'elle détermine sur l'hypoténuse**
- **le carré d'un côté de l'angle droit est égal au produit de sa projection sur l'hypoténuse par l'hypoténuse entière**

Triplets pythagoriciens

Table des triplets pythagoriciens générés par $(a^2 + b^2 ; a^2 - b^2 ; 2ab)$ en fixant a entre 1 et 20 et en faisant varier b entre a + 1 et 20.

5	3	4																		
10	8	6	13	5	12															
17	15	8	20	12	16	25	7	24												
26	24	10	29	21	20	34	16	30	41	9	40									
37	35	12	40	32	24	45	27	36	52	20	48	61	11	60						
50	48	14	53	45	28	58	40	42	65	33	56	74	24	70	85	13	84			
65	63	16	68	60	32	73	55	48	80	48	64	89	39	80	100	28	96	113	15	112
82	80	18	85	77	36	90	72	54	97	65	72	106	56	90	117	45	108	130	32	126
101	99	20	104	96	40	109	91	60	97	65	72	125	75	100	136	64	120	149	51	140
122	120	22	125	117	44	130	112	66	137	105	88	146	96	110	157	85	132	170	72	154
145	143	24	148	140	48	153	135	72	160	128	96	169	119	120	180	108	144	193	95	168
170	168	26	173	165	52	178	160	78	185	153	104	194	144	130	205	133	156	218	120	182
197	195	28	200	192	56	205	187	84	212	180	112	221	171	140	232	160	168	245	147	196
226	224	30	229	221	60	234	216	90	241	209	120	250	200	150	261	189	180	274	176	210
257	255	32	260	252	64	265	247	96	272	240	128	281	231	160	292	220	192	305	207	224
290	288	34	293	285	68	298	280	102	305	273	136	314	264	170	325	253	204	338	240	238
325	323	36	328	320	72	333	315	108	340	308	144	349	299	180	360	288	216	373	275	252
362	360	38	365	357	76	370	352	114	377	345	152	386	336	190	397	325	228	410	312	266
401	399	40	404	396	80	409	391	120	416	384	160	425	375	200	436	364	240	449	351	280
145	17	144																		
164	36	160	181	19	180															
185	57	176	202	40	198	221	21	220												
208	80	192	225	63	216	244	44	240	265	23	264									
233	105	208	250	88	234	269	69	260	290	48	286	313	25	312						
260	132	224	277	115	252	296	96	280	317	75	308	340	52	336	365	27	364			
289	161	240	306	144	270	325	125	300	346	104	330	369	81	360	394	56	390	421	29	420
320	192	256	337	175	288	356	156	320	377	135	352	400	112	384	425	87	416	452	60	448
353	225	272	370	208	306	389	189	340	410	168	374	433	145	408	458	120	442	485	93	476
388	260	288	405	243	324	424	224	360	445	203	396	468	180	432	493	155	468	520	128	504
425	297	304	442	280	342	461	261	380	482	240	418	505	217	456	530	192	494	557	165	532
464	336	320	481	319	360	500	300	400	521	279	440	544	256	480	569	231	520	596	204	560
481	31	480																		
514	64	510	545	33	544															
549	99	540	580	68	576	613	35	612												
586	136	570	617	105	608	650	72	646	685	37	684									
625	175	600	656	144	640	689	111	680	724	76	720	761	39	760						

Sur les traces de Pythagore

Exercice 3 : Sans calculatrice, calcule