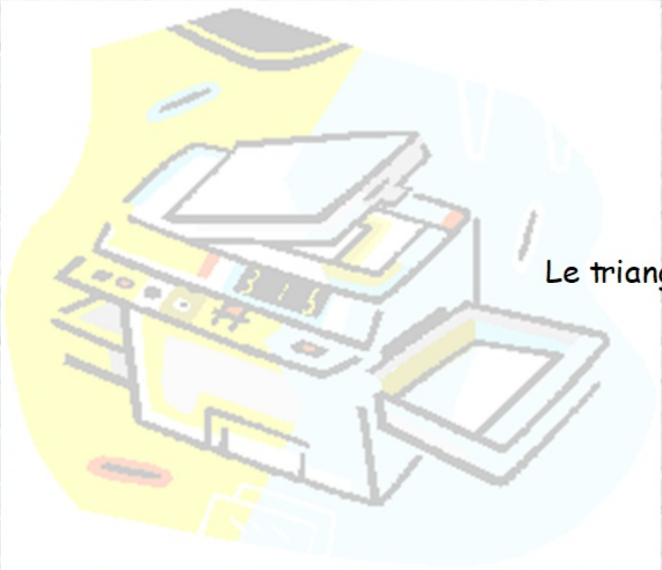
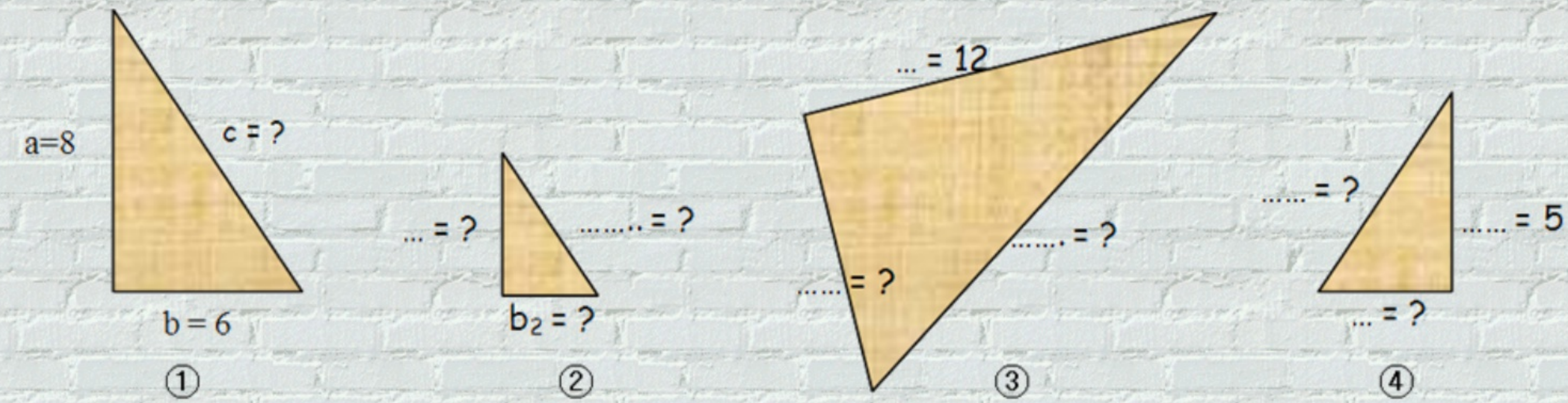
Page 16 Série 9

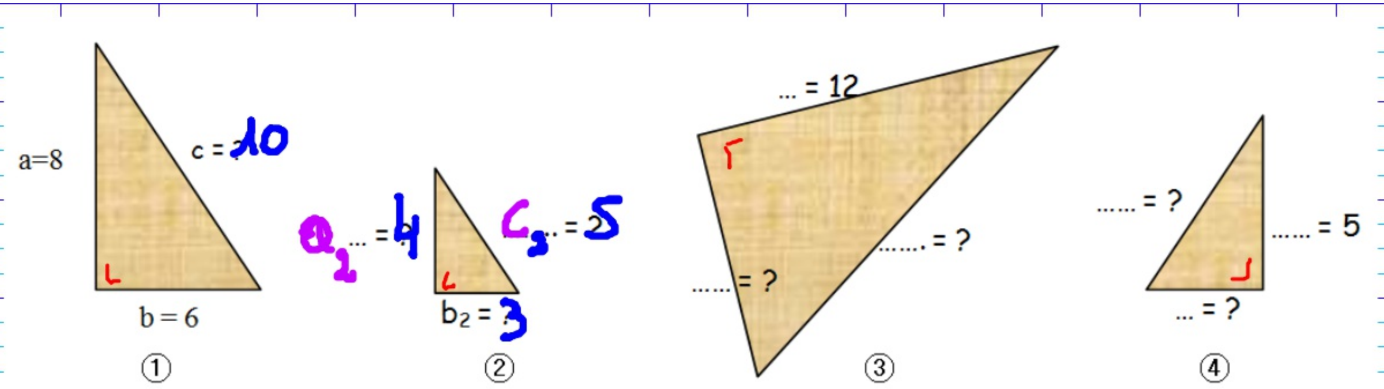
# Histoire de triangles



Le triangle rectangle n°① a été photocopié avec des changements de dimensions.

Voici ce triangle et ses trois photocopies :






1 Calcule le troisième côté du triangle n°①

Δ rect ⇒ théo de Pythagore

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 8^2 + 6^2$$

$$c^2 = 64 + 36$$

$$c^2 = 100$$

$$c = 10$$

2 Sachant que le triangle n°② est une réduction du triangle n°① à l'échelle ½ ou

- détermine la longueur des trois côtés

$$① \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} ②$$

$a_1 = 8$

$$a_2 = k \cdot a_1$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 8$$

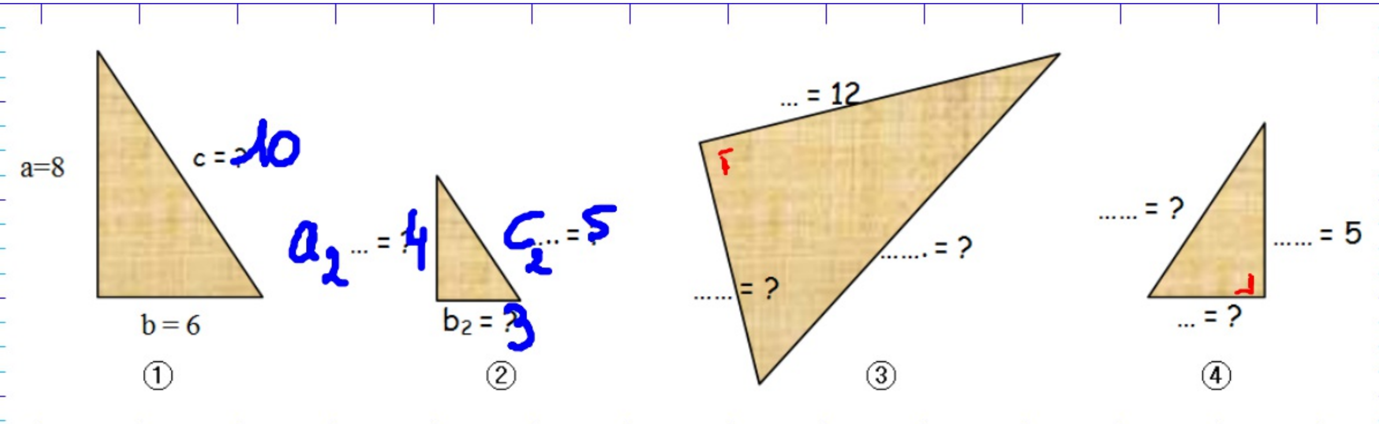
$$\boxed{a_2 = 4}$$

$b_1 = 6$

$$b_2 = \frac{1}{2} \cdot 6$$

$$\boxed{b_2 = 3}$$

- ♦ le triangle n°② est-il aussi rectangle ? Vérifie ta réponse par calculs.




**2** Sachant que le triangle n°② est une réduction du triangle n°① à l'échelle ½ ou 50 % → Similitude ↓ conserve les amplitudes ↓

le triangle n°② est-il aussi rectangle ? Vérifie ta réponse par calculs.

Par la réciproque du Théo de Pyth.

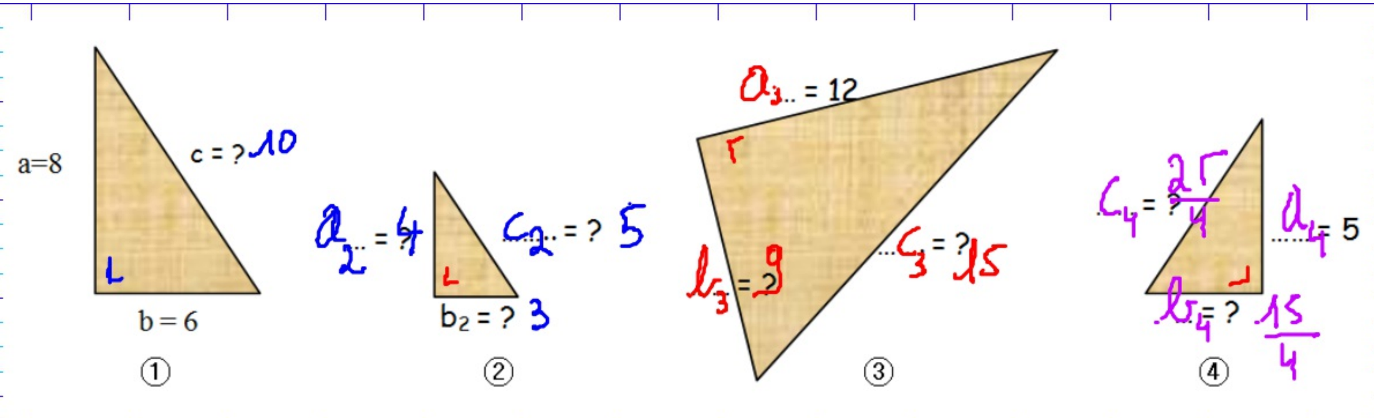
$$c_2^2 \stackrel{?}{=} a_2^2 + b_2^2.$$

$$5^2 \stackrel{?}{=} 4^2 + 3^2$$

$$25 \stackrel{?}{=} 16 + 9$$

$$25 \stackrel{?}{=} 25$$

Oui $\Rightarrow \Delta_2$ est un $\Delta$ rectangle




**3** Sans recourir au théorème de Pythagore, détermine

- la longueur de l'hypoténuse du triangle n°③

$c_3$ ?

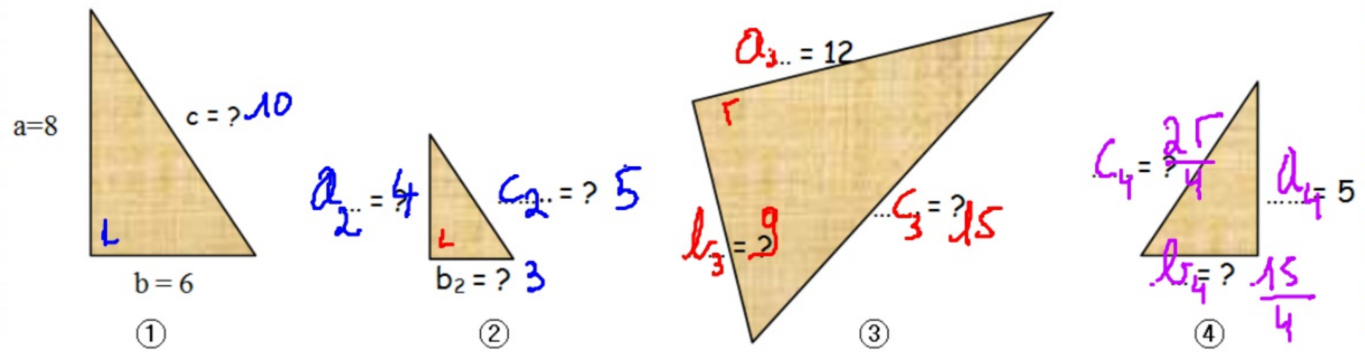
$$② \xrightarrow{\times 3} ③$$

$$c_3 = k \cdot c_2 = 3 \cdot 5 = \boxed{15}$$

$k$ ?

$$k = \frac{a_3}{a_2} = \frac{12}{4} = 3$$

- la longueur des deux côtés du triangle n°④ dont la longueur n'est pas donnée.




**3** Sans recourir au théorème de Pythagore, détermine

- la longueur des deux côtés du triangle n°④ dont la longueur n'est pas donnée.

$$① \xrightarrow{k\,?} ④$$

$a_1 = 8$ $\qquad$ $a_4 = 5$

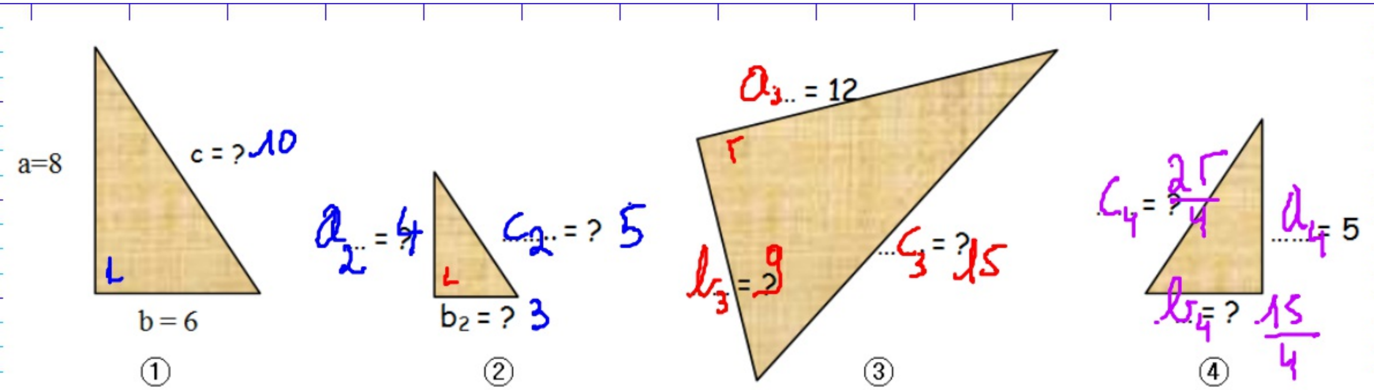
$$\boxed{k = \frac{a_4}{a_1} = \frac{5}{8}}$$

$b_1 = 6$ $\qquad$ $b_4 = k \cdot b_1$

$$b_4 = \frac{5}{\cancel{8}_4} \cdot \cancel{6}^3 = \frac{15}{4}$$

$c_1 = 10$ $\qquad$ $c_4 = k \cdot c_1$

$$= \frac{5}{\cancel{8}_4} \times \cancel{10}^5 = \frac{25}{4}$$




4 Quelle est l'échelle

- du triangle ① au ③

① $\xrightarrow{k\,?}$ ③

$a_1 = 8$ $\quad a_3 = 12$

$$k = \frac{a_3}{a_1} = \frac{12}{8} =$$

$$k = \frac{3}{2} > 1 \Rightarrow \text{agrd.}$$

$\Rightarrow 150\%$

- du triangle ③ au ①

③ → ①

$$k = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{3}$$

$< 1$

$\Rightarrow$ réduction

$\pm 67\%$

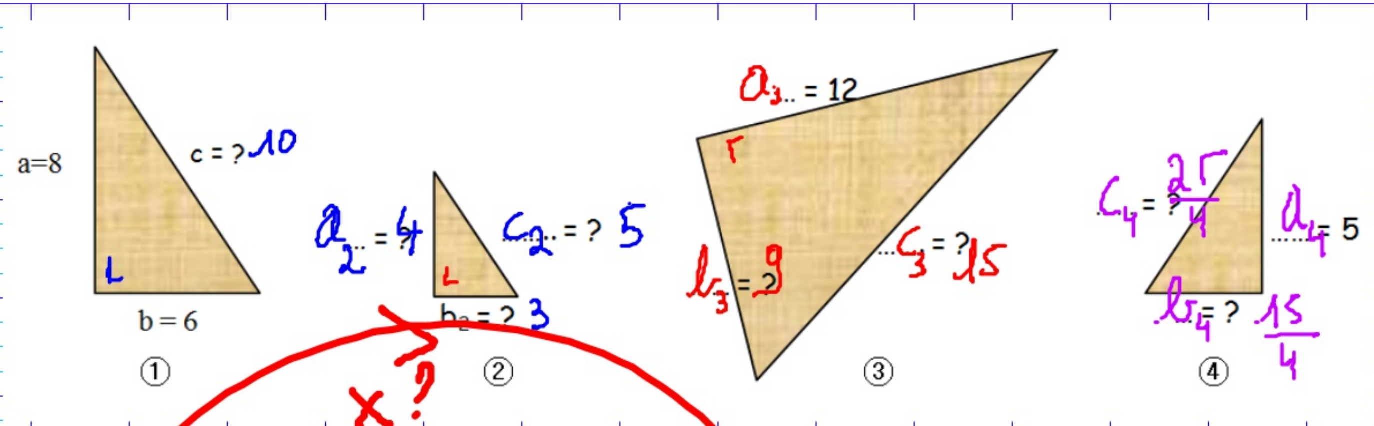
- du triangle ③ au ②

② $\xrightarrow{\times 3}$ ③

③ → ②

$$k = (3)^{-1} = \frac{1}{3} < 1 \Rightarrow \text{ré}$$

- du triangle ④ au ②




4. Quelle est l'échelle

- du triangle ④ au ②

$$④ \xrightarrow{\times \frac{8}{5}} ① \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} ②$$

$$① \xrightarrow{\times \frac{5}{8}} ④$$

$$④ \xrightarrow{\times ?} ②$$

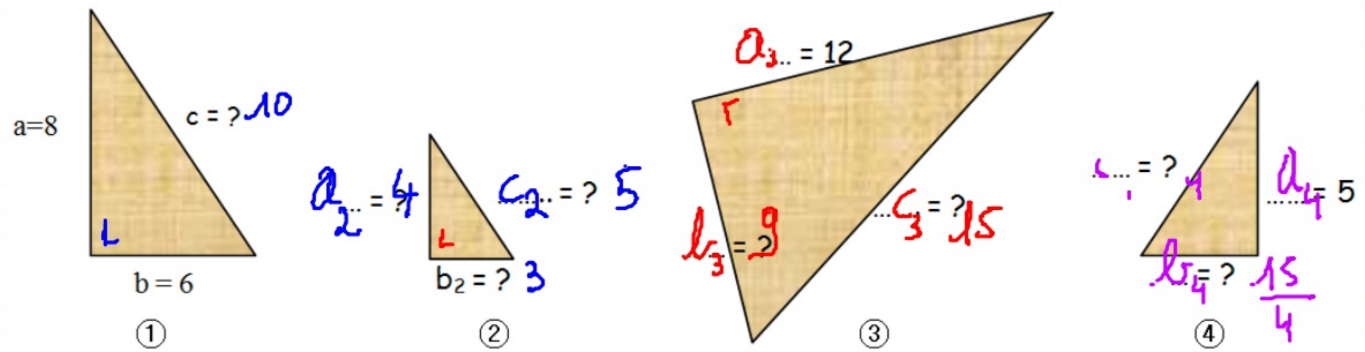
$$\frac{8}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{5}$$

Vérif.

$$\cancel{a_1 = \frac{4}{5} \cdot a_4 = \frac{4}{5} \cdot 5}$$

$$a_2 = \frac{4}{5} \cdot a_4 = \frac{4}{5} \times 5 = 4$$

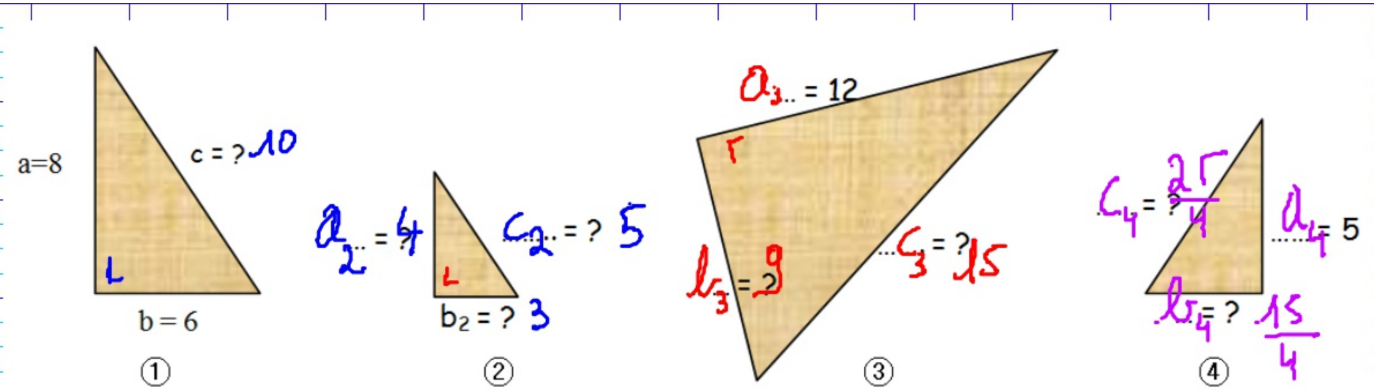
OUF!




**5** Compare les échelles aux rapports des longueurs des côtés qui sont images l'un de l'autre lors des passages décris ci-dessus.

**6** Observe les amplitudes des angles « correspondants ». Que constates-tu ?

Les similitudes conservent les amplitudes des angles.




Compare les périmètres des triangles  Compare aussi les aires

7 A triangle ① triangle ②

$\times \frac{1}{2}$.

B ~~triangle ①~~ triangle ③

$P_1 = 8 + 6 + 10$.

$P_1 = 24$

$P_2 = \frac{1}{2} \times P_1$

$P_2 = \frac{24}{2}$

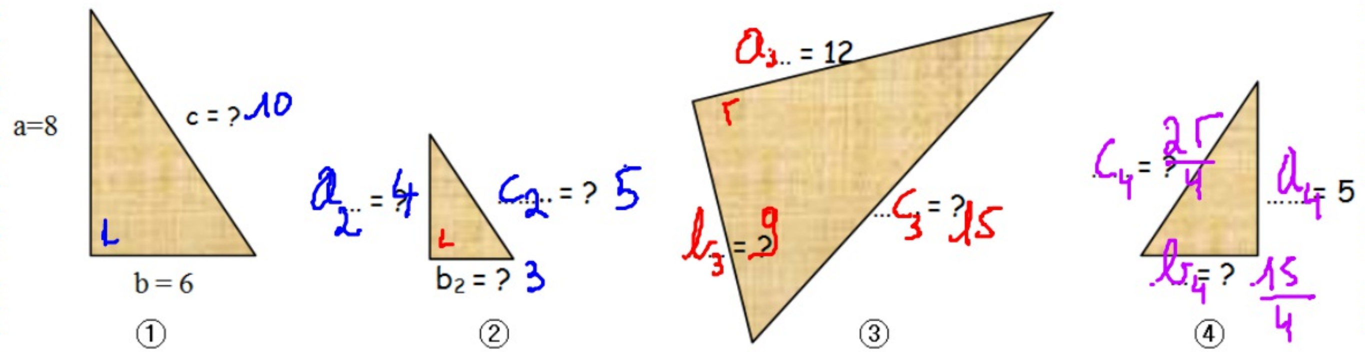
$P_2 = 12$

$A_1 = \frac{8 \times 6}{2} = 24$

$A_2 = k^2 . A_1$

$= \frac{1}{4} . 24.$

$A_2 = 6$

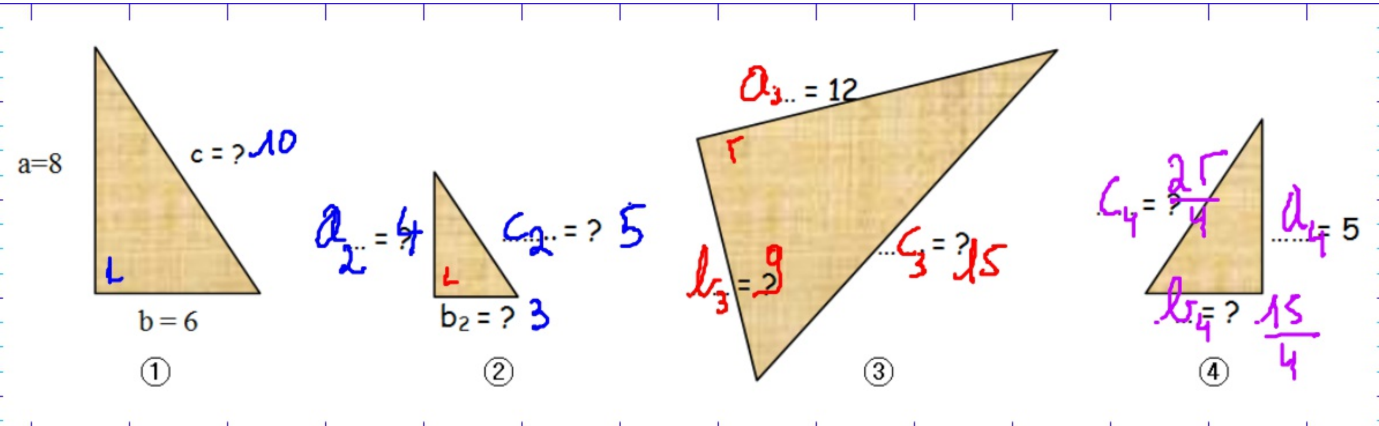



Compare les périmètres des triangles  Compare aussi les aires

7

triangle ①  triangle ④

triangle ②  triangle ③




Compare les périmètres des triangles Compare aussi les aires

7

triangle ③ triangle ④

A long time ago in a galaxy far, far away...

# Fin