

Les figures semblables, le rapport de similitude (k) et le rapport d'aire (k²)

#1. a) Détermine le rapport des aires si le rapport de similitude est :

1) $k = 3,4$ $k^2 = \frac{289}{25} = 11,56$	2) $k = \frac{3}{4}$ $k^2 = \frac{9}{16} = 0,5625$	
3) $k = \frac{5}{7}$ $k^2 = \frac{25}{49} = 0,51$	4) $k = 8,2$ $k^2 = 67,24$	

b) Détermine le rapport de similitude si le rapport des aires est :

1) $k^2 = 62,41$ $k = 7,9$	2) $k^2 = \frac{225}{484}$ $k = \frac{15}{22} \approx 0,68181 \approx 0,68$	
3) $k^2 = \frac{81}{144}$ $k = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0,75$	4) $k^2 = 4,41$ $k = 2,1$	

#2. Dans chaque cas, détermine le rapport indiqué.

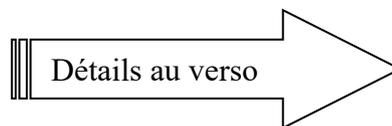
- a) Le rapport de similitude qui associe deux figures semblables est 5,3. quel est le rapport de leur périmètre? $k = 5,3$
- b) Le rapport de similitude qui associe deux figures semblables est 0,9. quel est le rapport de leur aire? $k^2 = 0,81$
- c) Le rapport des périmètres de deux figures semblables est 1,7. Quel est leur rapport de similitude? $k = 1,7$

#3. Le rapport de similitude de deux figures est de 3,6.

Quelle est l'aire de la plus petite si l'aire de la plus grande est de 158,112cm²?

$$A_{\text{petite}} = \frac{158,112}{3,6^2} = \frac{61}{5} = 12,2$$

Aire de la petite figure : 12,2 cm²



Le rapport de similitude de deux figures est de 3,6 > 1 ⇒ **Agrandissement** ⇒ de la petite à la grande



Détermine l'aire de la plus petite si l'aire de la plus grande est de 158,112 cm².

Justifie toutes tes réponses. Note tous tes calculs.

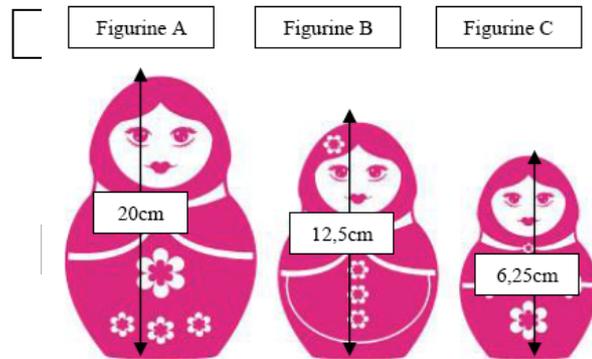
Départ	→	<i>fig petite</i>	→	$k = 3,6$	→	<i>fig Grande</i>	←	Arrivée	<div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 0 auto;"></div>
		$A_{\text{petite}} = ?$		$\cdot k^2 (= 12,96)$		$A_{\text{grande}} = 158,112$			<div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 0 auto;"></div>
						$A_{\text{grande}} = k^2 \cdot A_{\text{petite}}$			
						$158,112 = 3,6^2 \cdot A_{\text{petite}}$			
						$A_{\text{petite}} = \frac{158,112}{3,6^2}$			
						$A_{\text{petite}} = \frac{158,112}{12,96}$			<div style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; margin: 0 auto;"></div>
						$A_{\text{petite}} = 12,2$			

Réponse : l'aire de la plus petite figure est égale à **12,2 cm²**

Corrigé

#4. POUPÉES RUSSES

Un ensemble de poupées russes est constitué de plusieurs figurines semblables. Chaque poupée est creuse, sauf la plus petite, et s'emboîte dans une autre de plus grande taille. La plus grosse peut contenir toutes les autres. Voici l'illustration de trois poupées russes :



a) DÉTERMINE la largeur de la figurine A si celle de la figurine B est 5 cm.

$$\begin{array}{l} \text{A} \quad \frac{20}{12,5} = \frac{x}{5} \\ \text{B} \end{array} \quad x = \frac{5 \cdot 20}{12,5} \quad x = 8 \text{ cm}$$

B \longrightarrow A
12,5 \longrightarrow 20 donc $k = \frac{20}{12,5} = 1,6$
 $L' = k \cdot L$
 $L' = 1,6 \cdot 5 = 8$

La largeur de la figurine A mesure 8 cm.

2

b) DÉTERMINE le périmètre de la figurine B si celui de la figurine C est de 17cm.

$$\begin{array}{l} \text{B} \quad \frac{12,5}{6,25} = \frac{x}{17} \\ \text{C} \end{array} \quad x = \frac{12,5 \cdot 17}{6,25} \quad x = 34 \text{ cm}$$

C \longrightarrow B
6,25 \longrightarrow 12,5 donc $k = \frac{12,5}{6,25} = 2$
 $P' = k \cdot P$
 $P' = 2 \cdot 17 = 34$

Le périmètre de la figurine B mesure 34 cm.

2

c) DÉTERMINE l'aire de la figurine C si celle de la figurine A est de 102,4cm².

$$\left. \begin{array}{l} k = \frac{20}{6,25} = 3,2 \\ k^2 = 10,24 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Aire C} \\ \text{A} \quad \frac{102,4}{1} = \frac{x}{10,24} \\ \text{C} \end{array} \quad x = \frac{102,4}{10,24} \quad x = 10 \text{ cm}^2$$

A \longrightarrow C
20 \longrightarrow 6,25 donc $k = \frac{6,25}{20} = 0,3125$
 $A' = k^2 \cdot A$
 $A' = \frac{25}{256} \cdot 102,4 = 10$

L'aire de la figurine C mesure 10 cm².

2

#5. Le rapport des aires de deux figures est de $\frac{25}{36}$.

a) DÉTERMINE s'il s'agit d'un agrandissement ou d'une réduction ?

$$k^2 = \frac{25}{36} \Rightarrow k = \frac{5}{6} < 1 \Rightarrow \text{réduction}$$

b) DÉTERMINE le périmètre de la figure image si la figure initiale a un périmètre de 15,8 cm.

<i>périmètre image</i>			
IMA	$\frac{5}{6} = \frac{x}{15,8}$	$x = \frac{5 \cdot 15,8}{6}$	$x \approx 13,17 \text{ cm}$
INI			

fig initiale
P=15,8



fig image
 $p' = k \cdot p$
 $p' = \frac{5}{6} \cdot 15,8 = 13,17$

2

Le périmètre de la figurine image mesure 13,17 cm.

c) DÉTERMINE l'aire de la figure initiale si l'aire de la figure image est de 280 cm².

<i>aire initiale</i>			
IMA	$\frac{25}{36} = \frac{280}{x}$	$x = \frac{36 \cdot 280}{25}$	$x = 403,2 \text{ cm}^2$
INI			

fig initiale
A = ?



fig image
 $A' = k^2 \cdot A$
 $280 = \frac{25}{36} \cdot A$
 $A = \frac{280 \cdot 36}{25}$
 $A = 403,2$

2

L'aire de la figurine initiale mesure 403,2 cm².

#6. Le rapport de similitude de deux figures est de $\frac{3}{5}$.

a) DÉTERMINE s'il s'agit d'un agrandissement ou d'une réduction ? réduction

b) DÉTERMINE le côté homologue dans la figure image si la figure initiale a un côté mesurant 24 cm.

<i>côté homologue</i>			
IMA	$\frac{3}{5} = \frac{x}{24}$	$x = \frac{3 \cdot 24}{5}$	$x = 14,4 \text{ cm}$
INI			

fig initiale
c=24



fig image
 $c' = k \cdot c$
 $c' = \frac{3}{5} \cdot 24 = 14,4 \text{ cm}$

2

Le côté homologue de la figure image 14,4 cm.

c) DÉTERMINE l'aire de la figure initiale si l'aire de la figure image est de 81,9 cm².

<i>aire figure initiale</i>			
IMA	$\frac{9}{25} = \frac{81,9}{x}$	$x = \frac{25 \cdot 81,9}{9}$	$x = 227,5 \text{ cm}^2$
INI			

fig initiale
A = ?



fig image
 $A' = k^2 \cdot A$
 $81,9 = \frac{9}{25} \cdot A$
 $A = \frac{81,9 \cdot 25}{9}$
 $A = 227,5 \text{ cm}^2$

2

L'aire de la figurine initiale mesure 227,5 cm².

Corrigé

#7. Sur le plan d'un terrain en forme de trapèze, on peut lire que la hauteur réelle est de 14m, ce qui correspond à 28 cm sur le plan.

DÉTERMINE l'aire de ce terrain sur le plan si l'aire réelle du terrain est de 294m².

$k = \frac{\text{plan}}{\text{réalité}} = \frac{28 \text{ cm}}{14 \text{ m}} = \frac{28 \text{ cm}}{1400 \text{ cm}} = \frac{1}{50}$ $k^2 = \left(\frac{1}{50}\right)^2 = \frac{1}{2500}$	$\frac{\text{aire du terrain plan}}{\text{plan}} = \frac{x}{2500}$ $\frac{294 \text{ m}^2}{2500} = \frac{x}{2500}$ $x = \frac{294}{2500} \quad x = 0,1176 \text{ m}^2$ $\text{soit } 1176 \text{ cm}^2$
---	---

#8. On a fait une reproduction du dessin d'un artiste. Son dessin original a été fait dans un hexagone régulier de 8,68 cm de côté. L'aire du dessin d'origine est de 156,25cm² et l'aire de la reproduction est de 12,25 wcm².

DÉTERMINE la mesure du côté de l'hexagone sur la reproduction.

$k^2 = \frac{\text{plan}}{\text{réalité}} = \frac{12,25 \text{ cm}^2}{156,25 \text{ cm}^2} = \frac{49}{625}$ $k = \sqrt{\frac{49}{625}} = \frac{7}{25}$	$\frac{\text{mesure côté hexagone}}{\text{plan}} = \frac{x}{25}$ $\frac{8,68 \text{ cm}}{25} = \frac{x}{25}$ $x = \frac{7 \cdot 8,68}{25}$ $x \approx 2,43 \text{ cm}$
---	--