

Equations du type $\frac{ax}{b} = c$ ou $\frac{ax}{b} = \frac{c}{d}$

Pour résoudre une équation d'un de ces deux types, tu dois neutraliser deux nombres : un facteur multiplicateur (a) et un facteur diviseur (b).

Tu peux procéder de deux manières différentes.

a)

$$\begin{array}{l} \cdot 5 \\ \left. \begin{array}{l} \frac{3x}{5} = 6 \\ 3x = 30 \end{array} \right\} \cdot 5 \\ \left. \begin{array}{l} 3x = 30 \\ x = 10 \end{array} \right\} : 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{3x}{5} = 6 \\ \left. \begin{array}{l} \frac{3}{5} \cdot x = 6 \\ x = 6 \cdot \frac{5}{3} \end{array} \right\} : \frac{3}{5} \\ x = 10 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{l} \cdot 2 \\ \left. \begin{array}{l} \frac{3x}{2} = \frac{5}{7} \\ 3x = \frac{10}{7} \end{array} \right\} \cdot 2 \\ \left. \begin{array}{l} 3x = \frac{10}{7} \\ x = \frac{10}{21} \end{array} \right\} : 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{3x}{2} = \frac{5}{7} \\ \left. \begin{array}{l} \frac{3}{2} \cdot x = \frac{5}{7} \\ x = \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3} \end{array} \right\} : \frac{3}{2} \\ x = \frac{10}{21} \end{array}$$

Exercices d'entraînement

$$\frac{5x}{3} = 6$$

$$\frac{-2x}{7} = 3$$

$$\frac{-4x}{5} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{7x}{3} = \frac{21}{4}$$

.....

.....

.....

.....

.....

Equations du type $ax + b = c$

Pour résoudre une équation de ce type, on neutralise d'abord le **terme** « gêneur », puis le **facteur** « gêneur ».

Remarques

Un terme « gêneur » est relié à l'inconnue par une somme.

Un facteur « gêneur » est relié à l'inconnue par un produit.

Exemples

$$\begin{array}{l}
 -8 \left[\begin{array}{l} 2x + 8 = 18 \\ + 8 \end{array} \right] -8 \\
 \left[\begin{array}{l} 2x = 18 - 8 \\ \end{array} \right] \\
 :2 \left[\begin{array}{l} 2x = 10 \\ \end{array} \right] :2 \\
 \left[\begin{array}{l} x = 10 : 2 \\ \end{array} \right] \\
 x = 5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 +9 \left[\begin{array}{l} -9 - 5x = -19 \\ - 5x \end{array} \right] +9 \\
 \left[\begin{array}{l} -5x = -19 + 9 \\ \end{array} \right] \\
 :(-5) \left[\begin{array}{l} -5x = -10 \\ \end{array} \right] :(-5) \\
 \left[\begin{array}{l} x = (-10) : (-5) \\ \end{array} \right] \\
 x = 2
 \end{array}$$

Exercices d'entraînement

$2x - 5 = 2$

$-3x + 4 = -2$

$5 + 7x = -2$

$-2 - 2x = 5$

.....

.....

.....

.....

.....

$6 = 2x - 5$

$-4 = -3x + 1$

$2x + \frac{1}{2} = 3$

$\frac{x}{2} + 1 = \frac{5}{4}$

.....

.....

.....

.....

.....

Equations du type : $ax + b = cx + d$

Pour résoudre ce genre d'équation, il faut effectuer des neutralisations successives.

$\begin{array}{l} -3x \left[\begin{array}{l} 5x + 2 = 3x - 4 \\ \rightarrow 5x - 3x + 2 = -4 \end{array} \right] -3x \\ \\ -2 \left[\begin{array}{l} 2x + 2 = -4 \\ \rightarrow 2x = -4 - 2 \end{array} \right] -2 \\ \\ :2 \left[\begin{array}{l} 2x = -6 \\ \rightarrow x = -3 \end{array} \right] :2 \end{array}$	$\begin{array}{l} -3x \left[\begin{array}{l} 5x + 2 = 3x - 4 \\ \rightarrow 5x - 3x = -4 - 2 \end{array} \right] -3x \\ \\ -2 \left[\begin{array}{l} 5x - 3x = -4 - 2 \\ \rightarrow 2x = -6 \end{array} \right] -2 \\ \\ :2 \left[\begin{array}{l} 2x = -6 \\ \rightarrow x = -3 \end{array} \right] :2 \end{array}$
---	--

La deuxième méthode est plus rapide car on neutralise les deux termes (gras) en même temps. Le but poursuivi est donc de grouper les termes en x dans un membre et les termes indépendants (sans x) dans l'autre membre.

$$\begin{array}{l} 5x - 3 = -2x + 1 \\ 5x + 2x = 1 + 3 \\ 7x = 4 \\ x = \frac{4}{7} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -5 + 2x = 5x - 4 \\ 2x - 5x = -4 + 5 \\ -3x = 1 \\ x = \frac{-1}{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8 - x = 2 + 3x \\ -x - 3x = 2 - 8 \\ -4x = -6 \\ x = \frac{3}{2} \end{array}$$

Exercices d'entraînement

$5x - 1 = 3x - 2$

.....

.....

.....

.....

.....

$x + 4 = 3x - 2$

.....

.....

.....

.....

.....

$2 - 3x = x + 1$

.....

.....

.....

.....

.....

$x + 1 = -2x - 2$

.....

.....

.....

.....

.....

$1 + 4x = -3x - 2$

.....

.....

.....

.....

.....

$2 + x = 3x - 1$

.....

.....

.....

.....

.....

Remédiation - Equations avec parenthèses

Avant de résoudre une équation, il faut parfois faire disparaître les parenthèses.

Deux possibilités sont à envisager :

- s'il s'agit d'un produit, on utilise la distributivité;
- s'il s'agit d'une somme, on utilise une des règles de suppression de parenthèses.

Rappel de la distributivité

$$\begin{aligned}
 \underbrace{5}_{1} \cdot \underbrace{(x-3)}_{2} - \underbrace{3}_{3} \cdot \underbrace{(2x+3)}_{4} &= \overbrace{5 \cdot x}^1 + \overbrace{5 \cdot (-3)}^2 + \overbrace{(-3) \cdot 2x}^3 + \overbrace{(-3) \cdot 3}^4 \\
 &= 5x + (-15) + (-6x) + (-9) \\
 &= 5x - 15 - 6x - 9 \\
 &= -x - 24
 \end{aligned}$$

Remarque : toutes les étapes ne sont pas indispensables.

Dans chaque cas, distribue le facteur souligné et réduis.

4.(a - 2) + 5.(a + 3) =

- 5.(- 2 + b) - 3.(b - 1) =

3x.(x - 1) + 5x.(2 - x) =

- 3.(2x + 3) - 2.(- x + 4) =

Rappel des règles de suppression de parenthèses

$$3x \oplus (- 2x + 6) = \underline{3x \oplus (- 2x)} \oplus \underline{\oplus (+ 6)} = 3x - 2x + 6 = x + 6$$

$$2x \ominus (- 5x + 4) = \underline{2x \ominus (- 5x)} \ominus \underline{\ominus (+ 4)} = 2x + 5x - 4 = 7x - 4$$

Remarque : l'étape soulignée n'est pas indispensable.

Supprime les parenthèses et réduis.

5a + (a + 2) - (3a - 1) =

- 3a + (- 3a + 5) - (-2a + 5) =

(2b - 5) - (a + 2) + (5a - 6) =

- (2a - 2) + (-5a-1) - (3a - 2) =

Equations

Résous les équations suivantes après avoir fait disparaître les parenthèses.

$$2 \cdot (x - 5) = -3 \cdot (2 - x)$$

.....

$$5x - (x - 3) = 2 + (x - 6)$$

.....

$$-(2x - 1) = -3 \cdot (x + 2)$$

.....

$$-3 \cdot (x - 5) = 5 \cdot (3 + x)$$

.....

$$x + 3 \cdot (x - 3) = 2 - (x - 6)$$

.....

$$5 - (2x - 1) = 4 - 3 \cdot (x+2)$$

.....

$$-(-x + 4) = -2 \cdot (-5 - x)$$

.....

$$-2x - 3 \cdot (x + 1) = -5 - (-x + 6)$$

.....

$$-(-5x + 2) = (x - 1) - 3 \cdot (x+2)$$

.....

$$x \cdot (x - 5) - 4 = x \cdot (3 + x)$$

.....

$$x - 2x \cdot (x - 3) = 1 + 2x \cdot (-x - 6)$$

.....

$$-(3x - 1) \cdot (x-1) = 2 - 3x \cdot (x+2)$$

.....

Remédiation - Equations avec fractions

Equations élémentaires

Certaines équations avec fractions ne posent pas de problème car il s'agit d'équations "élémentaires" pour lesquelles il suffit d'utiliser une des techniques de base.

Exemples

$\left. \begin{array}{l} x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \\ \\ x = \frac{1}{4} \end{array} \right\} - \frac{1}{2}$	$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} = \frac{5}{7} \\ \\ x = \frac{10}{7} \end{array} \right\} \cdot 2$	$\left. \begin{array}{l} \frac{4x}{3} = \frac{5}{7} \\ \\ 4x = \frac{15}{7} \\ \\ x = \frac{15}{28} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \cdot 3 \\ \\ : 4 \end{array}$
--	---	--

Résous les équations suivantes en utilisant un des principes de base.

Attention, si certains calculs sont difficiles à effectuer mentalement, tu peux écrire le détail de ton raisonnement.

$$\frac{3}{4} + x = 5$$

.....

.....

.....

.....

$$\frac{3x}{4} = 5$$

.....

.....

.....

.....

$$\frac{x}{3} = \frac{3}{5}$$

.....

.....

.....

.....

$$\frac{3}{5} - x = 5$$

.....

.....

.....

.....

$$\frac{5}{3} = x - \frac{1}{4}$$

.....

.....

.....

.....

$$\frac{5}{3} = \frac{-x}{4}$$

.....

.....

.....

.....

$$5 = \frac{-4x}{3}$$

.....

.....

.....

.....

$$\frac{-4}{3} = \frac{1}{3} - x$$

.....

.....

.....

.....

Equations "simples"

Certaines équations avec fractions font intervenir plusieurs neutralisations. Elles sont moins évidentes que les précédentes mais avec un peu d'attention, on peut éviter facilement les erreurs.

Exemples

$ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} - \frac{1}{2} = 3 \\ \frac{x}{3} = \frac{7}{2} \\ x = \frac{21}{2} \end{array} \right\} + \frac{1}{2} \\ \left. \begin{array}{l} \frac{x}{3} = \frac{7}{2} \\ x = \frac{21}{2} \end{array} \right\} \cdot 3 \end{array} $	$ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \frac{x}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3x}{5} - \frac{1}{3} \\ \frac{x}{2} - \frac{3x}{5} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \\ \frac{-x}{10} = \frac{-2}{15} \\ x = \frac{4}{3} \end{array} \right\} -\frac{3x}{5} + \frac{1}{5} \\ \left. \begin{array}{l} \frac{-x}{10} = \frac{-2}{15} \\ x = \frac{4}{3} \end{array} \right\} \cdot (-10) \end{array} $
---	---

Résous les équations suivantes en utilisant un des principes de base.

Attention, si certains calculs sont difficiles à effectuer mentalement, tu peux écrire le détail de ton raisonnement.

$$\frac{x}{5} + \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{2x}{3} + \frac{1}{5} = \frac{3}{4} - \frac{x}{2}$$

$$\frac{-x}{7} + 2 = x + \frac{1}{5}$$

.....

.....

.....

Equations complexes

Pour résoudre une équation complexe avec fractions, tu peux utiliser plusieurs techniques (voir la théorie p. 215 d'Actimath 3).

Ci-dessous, tu trouveras des exemples qui utilisent la même méthode.

Il suffit : de réduire les deux membres au même dénominateur,
de multiplier les deux membres par ce même dénominateur et
de résoudre l'équation sans dénominateur ainsi obtenue.

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{3} - \frac{2x+1}{4} &= \frac{1-x}{2} \\ 12 \cdot \frac{4 \cdot (x-2) - 3 \cdot (2x+1)}{12} &= \frac{6 \cdot (1-x)}{12} \cdot 12 \\ 4x - 8 - 6x - 3 &= 6 - 6x \\ -2x - 11 &= 6 - 6x \\ -2x + 6x &= 6 + 11 \\ 4x &= 17 \\ x &= \frac{17}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - \frac{x-5}{4} &= \frac{2x-3}{2} \\ 4 \cdot \frac{4x - 1 \cdot (x-5)}{4} &= \frac{2 \cdot (2x-3)}{4} \cdot 4 \\ 4x - x + 5 &= 4x - 6 \\ 3x + 5 &= 4x - 6 \\ 3x - 4x &= -6 - 5 \\ -x &= -11 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

Attention, il faut être prudent lors des distributivités pour éviter les fautes de signes.

$$\frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{3-2x}{4} = x - \frac{3-x}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3x+5}{6} = \frac{x}{3}$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Remédiation - Problèmes à une inconnue - Mise en équation

Problème 1

Un père a 26 ans de plus que son fils. Dans 4 ans, l'âge du père sera le triple de celui de son fils. Détermine l'âge actuel du père et celui du fils.

- a) Je te propose 45 ans pour l'âge du père. Vérifie ma solution en complétant le tableau. Fais de même avec 32 ans comme solution

	Ages actuels	Ages dans 4 ans
Père		
Fils		

	Ages actuels	Ages dans 4 ans
Père		
Fils		

Vérification : Vérification :

- b) Complète le tableau ci-dessous et traduis le problème en équation.

	Ages actuels	Ages dans 4 ans
Père	x	
Fils		

Mise en équation :

Problème 2

Lors d'un match opposant le Sporting d'Anderlecht au club de Bruges, on a enregistré 37 000 entrées, les unes à 16 € et les autres à 24 €. La recette totale s'est élevée à 692 000 €. Détermine le nombre de tickets vendus à 16 €.

Je te propose une solution

"On a vendu 24 500 entrées à 16 €".

Vérifie si ma solution est exacte.

.....

.....

.....

En pensant aux calculs effectués ci-dessus, détermine l'équation qui te permettrait de résoudre le problème.

a) $16 \cdot x + 24 \cdot x = 692\ 000$

c) $16 \cdot x + 24 \cdot x = 37\ 000$

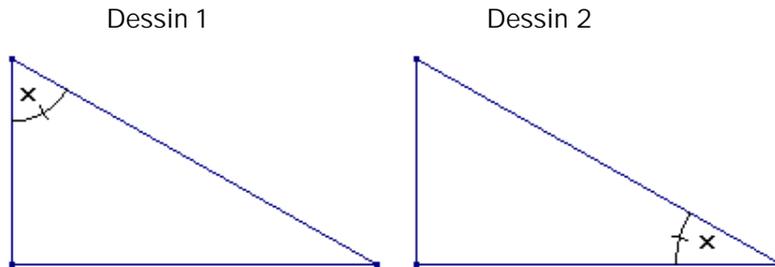
b) $16 \cdot x + 24 \cdot (37\ 000 - x) = 692\ 000$

d) $24 \cdot x + (37\ 000 - x) = 692\ 000$

Problème 3

Dans un triangle rectangle, un angle aigu a comme amplitude la moitié de celle de l'autre angle aigu. Détermine l'amplitude des angles du triangle.

Indique l'amplitude de chaque angle des triangles ci-dessous en respectant l'énoncé.



Parmi les équations ci-dessous, quelles sont celles qui te permettraient de résoudre le problème ? Pour chaque équation utile, indique le dessin auquel elle se rapporte.

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------------|
| a) $x + x + 90 = 180$ | d) $x + 2x = 180$ |
| b) $x + 2x + 90 = 180$ | e) $x + 2x = 90$ |
| c) $x + \frac{x}{2} = 90$ | f) $x + \frac{x}{2} + 90 = 180$ |

Problème 4

Une salle de cinéma a enregistré pour la projection d'un film 125 entrées. Le prix de la place est de 11€, mais les étudiants ne paient que 9€. La recette a été de 1305 €. Combien y a-t-il eu de spectateurs étudiants et combien de spectateurs plein tarif ?

Choix de l'inconnue

x : le nombre de places à 11 €
 : le nombre de places à 9 €

Mise en équation

..... + = 1305

Résolution de l'équation

.....

Solution du problème

On a vendu

Vérification

Recette des places à 11 €

 Recette des places à 9€

 Recette totale
