Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Remédiation – Equation produit nul

Equation produit et règle du produit nul

Définition

Une équation produit est une équation de la forme $A \cdot B = 0$ où A et B sont des expressions algébriques.	$(x - 5) \cdot (2x + 6) = 0$

Pour résoudre une équation produit, on utilise la règle du produit nul.

Un produit de deux facteurs est nul ⇕ au moins un des facteurs est nul.	$A \cdot B = 0$ ⇕ $A = 0$ ou $B = 0$	$(x - 5) \cdot (2x + 6) = 0$ ⇕ $x - 5 = 0$ ou $2x + 6 = 0$ $x = 5$ $\quad x = -3$ $S = \{ 5 , -3 \}$

Résous les équations suivantes en utilisant la règle du produit nul.

$(3x - 12) \cdot (2x - 5) = 0$ ⇕ **$3x-12 = 0$ ou $2x-5 = 0$** **$3x = 12$ $\quad 2x = 5$** **$x = 4$ $\quad x = \frac{5}{2}$** $S = \{ \mathbf{4 , \frac{5}{2}} \}$	$(3x - 1) \cdot (x + 7) = 0$ ⇕ **$3x-1 = 0$ ou $x + 7 = 0$** **$3x = 1$ $\quad x = -7$** **$x = \frac{1}{3}$ $\quad x = -7$** $S = \{ \mathbf{\frac{1}{3} , -7} \}$	$2x \cdot (x - 2) = 0$ ⇕ **$2x = 0$ ou $x - 2 = 0$** **$x = 0$ $\quad x = 2$** $S = \{ \mathbf{0 , 2} \}$
$-3x \cdot (-4x - 5) = 0$ ⇕ **$-3x = 0$ ou $-4x-5 = 0$** **$x = 0$ $\quad -4x = 5$** **$x = 0$ $\quad x = \frac{-5}{4}$** $S = \{ \mathbf{0} , \mathbf{\frac{-5}{4}} \}$	$x^2 \cdot (2x - 7) = 0$ ⇕ **$x^2 = 0$ ou $2x-7 = 0$** **$x = 0$ $\quad 2x = 7$** **$x = 0$ $\quad x = \frac{7}{2}$** $S = \{ \mathbf{0} , \mathbf{\frac{7}{2}} \}$	$5x \cdot (4x - 1) \cdot (-x + 5) = 0$ ⇕ **$5x=0$ ou $4x-1=0$ ou $-x+5=0$** **$x = 0$ $\quad 4x = 1$ $\quad -x = -5$** **$x = 0$ $\quad x = \frac{1}{4}$ $\quad x = 5$** $S = \{ \mathbf{0} , \mathbf{\frac{1}{4}} , \mathbf{5} \}$
$(3x - 12)^2 = 0$ ⇕ **$3x - 12 = 0$** **$3x = 12$** **$x = 4$** $S = \{ \mathbf{4} \}$	$4 \cdot (2x - 5) = 0$ ⇕ **$2x - 5 = 0$** **$2x = 5$** **$x = \frac{5}{2}$** $S = \{ \mathbf{\frac{5}{2}} \}$	$-4x \cdot (2x - 4) \cdot (-x - 4) = 0$ ⇕ **$-4x=0$ ou $2x-4=0$ ou $-x-4=0$** **$x = 0$ $\quad 2x = 4$ $\quad -x = 4$** **$x = 0$ $\quad x = 2$ $\quad x = 4$** $S = \{ \mathbf{0 , 2 , -4} \}$

Equation de degré supérieur à 1

Marche à suivre pour résoudre une équation de degré supérieur à 1

	$x^3 = 16x$
o Transformer l'équation en une équation équivalente dont un des membres est nul.	$x^3 - 16x = 0$
o Factoriser le membre non nul de manière à obtenir, si possible, des facteurs du 1er degré.	$x.(x^2 - 16) = 0$ $x.(x + 4).(x - 4) = 0$
o Appliquer la règle du produit nul et résoudre séparément chaque équation.	$\Updownarrow$ $x = 0$ **ou** $x + 4 = 0$ **ou** $x - 4 = 0$ $x = 0 \quad x = -4 \quad x = 4$
o Ecrire l'ensemble des solutions.	$S = \{0, -4, 4\}$

a) Utilise la méthode décrite ci-dessus pour résoudre les équations suivantes.

$x^2 = -5x$

$\mathbf{x^2 + 5x = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{x.(x + 5) = 0}$

$\mathbf{x = 0}$ **ou** $\mathbf{x + 5 = 0}$

$\mathbf{x = 0} \qquad \mathbf{x = -5}$

$S = \{\mathbf{0, -5}\}$

$4x^2 = 9$

$\mathbf{4x^2 - 9 = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{(2x + 3).(2x - 3) = 0}$

$\mathbf{2x+3 = 0}$ **ou** $\mathbf{2x-3 = 0}$

$\mathbf{x = -\frac{3}{2}} \qquad \mathbf{x = \frac{3}{2}}$

$S = \{\mathbf{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}}\}$

$2x^3 - 5x^2 = 0$

$\mathbf{x^2.(2x - 5) = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{x^2 = 0}$ **ou** $\mathbf{2x - 5 = 0}$

$\mathbf{x = 0} \qquad \mathbf{2x = 5}$

$\mathbf{x = 0} \qquad \mathbf{x = \frac{5}{2}}$

$S = \{\mathbf{0, \frac{5}{2}}\}$

$x^2 = -6x - 9$

$\mathbf{x^2 + 6x + 9 = 0}$

$\mathbf{(x + 3)^2 = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{x + 3 = 0}$

$\mathbf{x = -3}$

$S = \{\mathbf{-3}\}$

$5x^2 = 10x - 5$

$\mathbf{5x^2 - 10x + 5 = 0}$

$\mathbf{5.(x^2 - 2x + 1) = 0}$

$\mathbf{5.(x - 1)^2 = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{x - 1 = 0}$

$\mathbf{x = 1}$

$S = \{\mathbf{1}\}$

$3x^3 - 27x = 0$

$\mathbf{3x.(x^2 - 9) = 0}$

$\mathbf{3x.(x + 3).(x - 3) = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{x = 0}$ **ou** $\mathbf{x + 3 = 0}$ **ou** $\mathbf{x - 3 = 0}$

$\mathbf{x = 0} \qquad \mathbf{x = -3} \qquad \mathbf{x = 3}$

$S = \{\mathbf{0, -3, 3}\}$

b) Utilise la méthode décrite ci-dessus pour résoudre les équations suivantes. Sois attentif car une équation est impossible (elle n'a pas de solution).

$x^2 - 10 = 6$

$\mathbf{x^2 - 10 - 6 = 0}$

$\mathbf{x^2 - 16 = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{x + 4 = 0}$ **ou** $\mathbf{x - 4 = 0}$

$\mathbf{x = -4} \qquad \mathbf{x = 4}$

$S = \{ \mathbf{-4 , 4} \}$

$x^2 = -25$

$\mathbf{x^2 + 25 = 0}$

ne se factorise pas ;

$\mathbf{x^2}$ ne peut être négatif

car le carré d'un nombre

est toujours positif

$S = \Phi$

$x^2 = x$

$\mathbf{x^2 - x = 0}$

$\mathbf{x \,.\, (x - 1) = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{x = 0}$ **ou** $\mathbf{x - 1 = 0}$

$\mathbf{x = 0} \qquad \mathbf{x = 1}$

$S = \{ \mathbf{0 , 1} \}$

c) Utilise la méthode décrite ci-dessus pour résoudre les équations suivantes. Attention, la factorisation est un peu plus compliquée.

$x^4 = 81$

$\mathbf{x^4 - 81 = 0}$

$\mathbf{(x^2 + 9) \,.\, (x^2 - 9) = 0}$

$\mathbf{(x^2+9).(x+3).(x-3) = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{x + 3 = 0}$ **ou** $\mathbf{x - 3 = 0}$

$\mathbf{x = -3} \qquad \mathbf{x = 3}$

$S = \{ \mathbf{-3 , 3} \}$

$12x - 18 = 2x^2$

$\mathbf{-2x^2 + 12x - 18 = 0}$

$\mathbf{-2 \,.\, (x^2 - 6x + 9) = 0}$

$\mathbf{-2 \,.\, (x - 3)^2 = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{x - 3 = 0}$

$\mathbf{x = 3}$

$S = \{ \mathbf{3} \}$

$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$

$\mathbf{(x^3 - x^2) + (-4x + 4) = 0}$

$\mathbf{x^2.(x - 1) - 4.(x - 1) = 0}$

$\mathbf{(x - 1).(x^2 - 4) = 0}$

$\mathbf{(x - 1).(x + 2).(x - 2) = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{x-1=0}$ **ou** $\mathbf{x+2=0}$ **ou** $\mathbf{x-2=0}$

$\mathbf{x = 1} \qquad \mathbf{x = -2} \qquad \mathbf{x=2}$

$S = \{ \mathbf{1 , -2 , 2} \}$

$2x.(x^2 - 1) - 3.(x^2 - 1) = 0$

$\mathbf{(x^2 - 1) \,.\, (2x - 3) = 0}$

$\mathbf{(x+1).(x-1).(2x-3) = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{x+1=0}$ **ou** $\mathbf{x-1=0}$ **ou** $\mathbf{2x-3=0}$

$\mathbf{x = -1} \qquad \mathbf{x = 1} \qquad \mathbf{2x = 3}$

$\mathbf{x = -1} \qquad \mathbf{x = 1} \qquad \mathbf{x = \frac{3}{2}}$

$S = \{ \mathbf{-1 , 1 , \frac{3}{2}} \}$

$2x^2 \,.\, (x + 1) = 8 \,.\, (x + 1)$

$\mathbf{2x^2.(x+1) - 8.(x+1) = 0}$

$\mathbf{2.(x + 1).(x^2 - 4) = 0}$

$\mathbf{2.(x+1).(x+2).(x-2) = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{x+1=0}$ **ou** $\mathbf{x+2=0}$ **ou** $\mathbf{x-2=0}$

$\mathbf{x=-1} \qquad \mathbf{x=-2} \qquad \mathbf{x=2}$

$S = \{ \mathbf{-1 , -2 , 2} \}$

$(x + 1) \,.\, (3x - 2) = 4x \,.\, (2 - 3x)$

$\mathbf{(x+1).(3x-2) - 4x.(2-3x) = 0}$

$\mathbf{(x+1).(3x-2) + 4x.(3x-2) = 0}$

$\mathbf{(3x - 2) \,.\, (5x + 1) = 0}$

$\Updownarrow$

$\mathbf{3x - 2 = 0}$ **ou** $\mathbf{5x + 1 = 0}$

$\mathbf{x = \frac{2}{3}} \qquad \mathbf{x = -\frac{1}{5}}$

$S = \{ \mathbf{\frac{2}{3} , -\frac{1}{5}} \}$

Nom : .... Prénom : .... Classe : ....

Problèmes et équations de degré supérieur à 1

Les équations de degré supérieur à 1 permettent de résoudre de nouveaux problèmes.
La marche à suivre est identique à celle des problèmes dits du 1er degré (voir Ch. 2).

Elle comprend 5 étapes : Choix de l'inconnue (CI)
Mise en équation (ME)
Résolution de l'équation (RE)
Solution du problème (SP)
Vérification de la solution (VS)

Problèmes à résoudre

1) Quels sont les nombres dont le carré est égal au cube ?

CI x : un des nombres recherchés

ME $x^2 = x^3$

RE $x^2 - x^3 = 0$

$x^2 . (1 - x) = 0$

$x^2 . (1 - x) = 0$

$\Updownarrow$

$x^2 = 0$ ou $1 - x = 0$

$x = 0$ $1 = x$

SP **les nombres sont 0 ou 1**

VS **si x = 0**

on a $0^2 = 0^3$

$0 = 0$

si x = 1

on a $1^2 = 1^3$

$1 = 1$

2) Trouve deux nombres naturels consécutifs dont le produit est égal à leur somme augmentée de 1.

CI x : le plus petit nombre

x + 1 le nombre suivant

ME $x . (x + 1) = x + (x + 1) + 1$

RE $x^2 + x = x + x + 1 + 1$

$x^2 + x = 2x + 2$

$x . (x + 1) = 2 . (x + 1)$

$x . (x + 1) - 2 . (x + 1) = 0$

$(x + 1) . (x - 2) = 0$

$\Updownarrow$

$x + 1 = 0$ ou $x - 2 = 0$

$x = -1$ $x = 2$

SP **les nombres sont – 1 et 0 ou 2 et 3**

VS **si les nombres sont – 1 et 0**

on a $-1 . 0 = -1 + 0 + 1$

$0 = 0$

si les nombres sont 2 et 3

on a $2 . 3 = 2 + 3 + 1$

$6 = 6$

Actimath 3 - Chapitre 4 – Activité 5 p. 57 et 6 p. 58

Actimath 3- Chapitre 4 - Exercices : 6 et 7 p. 61 – 8 à 11 p. 62