

Remédiation - Factorisation : mise en évidence

Principe

Lorsque tous les termes d'une somme algébrique ont un (ou plusieurs) facteur(s) commun(s), on peut le(s) mettre en évidence.

Marche à suivre

1) Déterminer les facteurs communs à mettre en évidence

- o Facteurs numériques : mettre en évidence leur PGCD

$$12a + 18b = 6 \cdot (2a + 3b)$$

- o Facteurs littéraux (sans exposant) : mettre en évidence les facteurs communs

$$5abc + 7abd = ab \cdot (5c + 7d)$$

- o Puissances de même base : mettre en évidence la puissance avec l'exposant le plus petit

$$3a^5 + 5a^3 = a^3 \cdot (3a^2 + 5)$$

- o Somme entre parenthèses : mettre en évidence la parenthèse identique

$$a \cdot (a + b) + 2b \cdot (a + b) = (a + b) \cdot (a + 2b)$$

En face de chaque exercice, tu trouveras trois propositions de mise en évidence de facteurs communs. Barre celle qui est fautive et entoure la meilleure proposition.

$12ab + 18ac$	a	$\boxed{6a}$	$12a$	$x^3 + x^6 + x^9$	$\boxed{x^3}$	x^6	x
$6a^2 + 9a$	$\boxed{3a}$	3	$3a^2$	$40abd + 16abc$	$4ab$	$16ab$	$\boxed{8ab}$
$14x^3 + 21x^2$	$7x$	$14x^2$	$\boxed{7x^2}$	$-24ab + 36ac$	$-6a$	$-36a$	$\boxed{-12a}$
$50a + 75a^2$	$50a$	$\boxed{25a}$	$5a$	$32a^3 - 16a^2$	16	$\boxed{16a^2}$	$8a^3$
$7a^7 + 2a^2$	$2a^2$	a	$\boxed{a^2}$	$8a^3b + 4a^2b^2 + 2ab^3$	ab	$8ab$	$\boxed{2ab}$

2) Déterminer les termes de la nouvelle somme

Tu obtiens les termes de la nouvelle somme en divisant les différents termes de la somme de l'énoncé par le(s) facteur(s) mis en évidence.

$$12a + 18b = \underline{6} \cdot 2a + \underline{6} \cdot 3b = \underline{6} \cdot (2a + 3b)$$

$$5abc + 7abd = \underline{ab} \cdot 5c + \underline{ab} \cdot 7d = \underline{ab} \cdot (5c + 7d)$$

$$3a^5 + 5a^3 = \underline{a^3} \cdot 3a^2 + \underline{a^3} \cdot 5 = \underline{a^3} \cdot (3a^2 + 5)$$

$$3a \cdot \underline{(a + b)} + 2b \cdot \underline{(a + b)} = \underline{(a + b)} \cdot (3a + 2b)$$

Les facteurs communs ayant été mis en évidence, complète les égalités.

$$50xy + 75xz = 25x \cdot (2y + 3z) \quad 35x^5 + 25x^3 = 5x^3 \cdot (7x^2 + 5)$$

$$-8ab + 16ac = 8a \cdot (-b + 2c) \quad 12x^6 + 4x^2 = 4x^2 \cdot (3x^4 + 1)$$

$$15ac + 5a = 5a \cdot (3c + 1) \quad 12x^3y^2 - 18xy^3 = 6xy^2 \cdot (2x^2 - 3y)$$

$$12x^3 + 8x = 4x \cdot (3x^2 + 2) \quad 2c \cdot (a - b) + 3b \cdot (a - b) = (a - b) \cdot (2c + 3b)$$

$$27x^2 + 24x^3 = 3x^2 \cdot (9 + 8x) \quad 6xy \cdot (2x - y) - 9xz \cdot (-y + 2x) = 3x(2x - y) \cdot (2y - 3z)$$

Exercices

Mets le(s) facteur(s) commun(s) en évidence.

$$45x + 75xy = 15x \cdot (3 + 5y) \quad 8a^3 - 4a^2 + 6a = 2a \cdot (4a^2 - 2a + 3)$$

$$15a^3 - 25a^2 = 5a^2 \cdot (3a - 5) \quad -6a^2b^2 + 9ab^3 - 12a^3b^2 = -3ab^2 \cdot (2a - 3b + 4a^2)$$

$$-27x^2 + 18x = -9x \cdot (3x - 2) \quad x^9 + x^6 + x^3 = x^3 \cdot (x^6 + x^3 + 1)$$

$$-16a - 12b = -4 \cdot (4a + 3b) \quad 2b \cdot (c + d) - 3c \cdot (c + d) = (c + d) \cdot (2b - 3c)$$

$$7x^3 + 21x^6 = 7x^3 \cdot (1 + 3x^3) \quad 15a(a - b) + 25b(-b + a) = 5(a - b) \cdot (3a + 5b)$$

Parenthèses "opposées"

Quand des parenthèses opposées apparaissent dans les deux termes d'une somme algébrique, il faut opérer un changement de signes afin de les rendre égales (identiques).

Tu peux alors mettre cette parenthèse en évidence.

$$\begin{aligned} \text{Exemple : } a \cdot (y - x) - b \cdot (-y + x) &= a \cdot (y - x) - b \cdot (-1) \cdot (y - x) \\ &= a \cdot (y - x) + b \cdot (y - x) \\ &= (y - x) \cdot (a + b) \end{aligned}$$

Fais de même avec les exercices ci-dessous.

$$\begin{aligned} 5x \cdot (2x - y) - 3y \cdot (-2x + y) &= 5x \cdot (2x - y) - 3y \cdot (-1) \cdot (2x - y) \\ &= 5x \cdot (2x - y) + 3y \cdot (2x - y) \\ &= (2x - y) \cdot (5x + 3y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2a \cdot (-a + b) + 3b \cdot (a - b) &= 2a \cdot (-1) \cdot (a - b) + 3b \cdot (a - b) \\ &= -2a \cdot (a - b) + 3b \cdot (a - b) \\ &= (a - b) \cdot (-2a + 3b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 15x \cdot (3x - y) - 25y \cdot (y - 3x) &= 15x \cdot (3x - y) - 25y \cdot (-1) \cdot (-y + 3x) \\ &= 15x \cdot (3x - y) + 25y \cdot (3x - y) \\ &= 5 \cdot (3x - y) \cdot (3x + 5y) \end{aligned}$$

Mise en évidence et groupement

Les termes de l'expression algébrique ci-dessous n'ont pas de facteurs communs. Il est toutefois possible de factoriser cette expression après avoir groupé les termes de manière à faire apparaître un facteur commun.

$$\begin{aligned}
 \text{Exemple : } 2a + 8b + 3ab + 12b^2 &= (2a + 8b) + (3ab + 12b^2) && \text{Groupement} \\
 &= 2 \cdot (a + 4b) + 3b \cdot (a + 4b) && \text{Mise en évidence} \\
 &= (a + 4b) \cdot (2 + 3b) && \text{"partielle"} \\
 & && \text{Mise en évidence}
 \end{aligned}$$

Fais de même avec les exercices ci-dessous.

$$\begin{aligned}
 3xy - 6x^2 + 2ay - 4ax &= (3xy - 6x^2) + (2ay - 4ax) \\
 &= 3x \cdot (y - 2x) + 2a \cdot (y - 2x) \\
 &= (y - 2x) \cdot (3x + 2a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8ac + 10ad - 12bc - 15bd &= (8ac + 10ad) - (12bc + 15bd) \\
 &= 2a \cdot (4c + 5d) - 3b \cdot (4c + 5d) \\
 &= (4c + 5d) \cdot (2a - 3b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2a^3 + 5ab - 6a^2 - 15b &= (2a^3 + 5ab) - (6a^2 + 15b) \\
 &= a \cdot (2a^2 + 5b) - 3 \cdot (2a^2 + 5b) \\
 &= (2a^2 + 5b) \cdot (a - 3)
 \end{aligned}$$

Exercices de synthèse

Factorise (réponds sur une feuille **annexe**).

- | | | |
|----------------------|----------------------------|--|
| 1) $32x + 48y =$ | 10) $-15x^6 + 25x^2 =$ | 19) $a^3 + a^2b + ax + bx =$ |
| 2) $36xy + 27xz =$ | 11) $60x^6 - 40x^3 =$ | 20) $ab - ac + bd - cd =$ |
| 3) $-16ab + 12ac =$ | 12) $8x^8 + 4x^4 + 2x^2 =$ | 21) $2x^2 - 4x - 5x^4 + 10x^3 =$ |
| 4) $6ab - 3a =$ | 13) $36a^2b^3 + 24a^3b =$ | 22) $ab - 2a - 3b + 6 =$ |
| 5) $-5a - 10b =$ | 14) $-48ab^3 + 36a^3b^2 =$ | 23) $2a \cdot (a + b) - 3b \cdot (a + b) =$ |
| 6) $a^3 + 2a =$ | 15) $-25x^2y - 5xy =$ | 24) $15xy \cdot (2x - y) + 25xz \cdot (-y + 2x) =$ |
| 7) $14a^3 - 21a^2 =$ | 16) $21ab^2 - 14a^2b =$ | 25) $3a \cdot (-a + 2b) - 5b(a - 2b) =$ |
| 8) $3a^2 + 3a =$ | 17) $-12a^3b^2 + 16a^2b =$ | 26) $12a \cdot (a - b) + 15b \cdot (b - a) =$ |
| 9) $-6x^5 + 9x^2 =$ | 18) $4a^3 - 8a^2 + 12a =$ | 27) $-4x \cdot (x - 2y) - 6y \cdot (-2y + x) =$ |

- 1) $32x + 48y = 16 \cdot (2x + 3y)$
- 2) $36xy + 27xz = 9x \cdot (4y + 3z)$
- 3) $-16ab + 12ac = 4a \cdot (-4b + 3c) = -4a \cdot (4b - 3c)$
- 4) $6ab - 3a = 3a \cdot (2b - 1)$
- 5) $-5a - 10b = 5 \cdot (-a - 2b) = -5 \cdot (a + 2b)$
- 6) $a^3 + 2a = a \cdot (a^2 + 2)$
- 7) $14a^3 - 21a^2 = 7a^2 \cdot (2a - 3)$
- 8) $3a^2 + 3a = 3a \cdot (a + 1)$
- 9) $-6x^5 + 9x^2 = 3x^2 \cdot (-2x^3 + 3) = -3x^2 \cdot (2x^3 - 3)$
- 10) $-15x^6 + 25x^2 = 5x^2 \cdot (-3x^4 + 5) = -5x^2 \cdot (3x^4 - 5)$
- 11) $60x^6 - 40x^3 = 20x^3 \cdot (3x^3 - 2)$
- 12) $8x^8 + 4x^4 + 2x^2 = 2x^2 \cdot (4x^6 + 2x^2 + 1)$
- 13) $36a^2b^3 + 24a^3b = 12a^2b \cdot (3b^2 + 2a)$
- 14) $-48ab^3 + 36a^3b^2 = -12ab^2 \cdot (4b - 3a^2) = 12ab^2 \cdot (-4b + 3a^2)$
- 15) $-25x^2y - 5xy = 5xy \cdot (-5x - 1) = -5xy \cdot (5x + 1)$
- 16) $21ab^2 - 14a^2b = 7ab \cdot (3b - 2a)$
- 17) $-12a^3b^2 + 16a^2b = 4a^2b \cdot (-3ab + 4) = -4a^2b \cdot (3ab - 4)$
- 18) $4a^3 - 8a^2 + 12a = 4a \cdot (a^2 - 2a + 3)$
- 19) $a^3 + a^2b + ax + bx = a^2 \cdot (a + b) + x \cdot (a + b) = (a + b) \cdot (a^2 + x)$
- 20) $ab - ac + bd - cd = a \cdot (b - c) + d \cdot (b - c) = (b - c) \cdot (a + d)$
- 21) $2x^2 - 4x - 5x^4 + 10x^3 = x \cdot (2x - 4 - 5x^3 + 10x^2)$
 $= x \cdot [2 \cdot (x - 2) - 5x^2 \cdot (x - 2)] = x \cdot (x - 2) \cdot (2 - 5x^2)$
- 22) $ab - 2a - 3b + 6 = a \cdot (b - 2) - 3 \cdot (b - 2) = (b - 2) \cdot (a - 3)$
- 23) $2a \cdot (a + b) - 3b \cdot (a + b) = (a + b) \cdot (2a - 3b)$
- 24) $15xy \cdot (2x - y) + 25xz \cdot (-y + 2x) = 5x \cdot (2x - y) \cdot (3y + 5z)$
- 25) $3a \cdot (-a + 2b) - 5b \cdot (a - 2b) = -3a(a - 2b) - 5b(a - 2b) = (a - 2b) \cdot (-3a - 5b)$
- 26) $12a \cdot (a - b) + 15b \cdot (b - a) = 12a(a - b) - 15b(-b + a) = 3 \cdot (a - b) \cdot (4a - 5b)$
- 27) $-4x \cdot (x - 2y) - 6y \cdot (-2y + x) = -2 \cdot (x - 2y) \cdot (2x + 3y)$