

Remédiation - Puissances à exposants entiers

A) Calcul de puissances numériques

1) Puissances numériques à exposants positifs

Dans les exercices ci-dessous, la seule difficulté est de déterminer le signe de la réponse.

$$3^2 = \dots\dots\dots (-3)^2 = \dots\dots\dots - 3^2 = \dots\dots\dots$$

$$(-4)^3 = \dots\dots\dots 4^3 = \dots\dots\dots - 4^3 = \dots\dots\dots$$

2) Puissances numériques à exposants négatifs

Pour calculer une puissance numérique à exposant négatif, il faut d'abord rendre l'exposant positif.

Exemples : $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$ $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$

Rends les exposants positifs, puis calcule.

$$3^{-2} = \dots\dots\dots (-4)^{-3} = \dots\dots\dots$$

$$(-7)^{-2} = \dots\dots\dots 7^{-2} = \dots\dots\dots$$

$$(-5)^{-3} = \dots\dots\dots 5^{-4} = \dots\dots\dots$$

$$-10^{-2} = \dots\dots\dots (-10)^{-2} = \dots\dots\dots$$

Sans essayer de calculer, donne le signe de la réponse.

$$17^{-4} \dots\dots\dots (-34)^{-2} \dots\dots\dots - 23^2 \dots\dots\dots (-23)^2 \dots\dots\dots$$

$$42^{-5} \dots\dots\dots (-45)^{-3} \dots\dots\dots - 74^2 \dots\dots\dots (-74)^{-2} \dots\dots\dots$$

$$(-27)^3 \dots\dots\dots (-27)^{-3} \dots\dots\dots (-27)^{-4} \dots\dots\dots (-27)^4 \dots\dots\dots$$

Calcule.

$$-6^2 = \dots\dots\dots 3^{-2} = \dots\dots\dots$$

$$6^{-2} = \dots\dots\dots (-3)^2 = \dots\dots\dots$$

$$2^{-3} = \dots\dots\dots (-3)^{-2} = \dots\dots\dots$$

$$(-2)^3 = \dots\dots\dots -3^2 = \dots\dots\dots$$

B) Propriétés des puissances à exposants positifs

RAPPEL

Produit de puissances de même base

Pour multiplier des puissances de même base, on conserve la base et on additionne les exposants.

Exemples	$a^3 \cdot a^5 = a^{3+5} = a^8$	$2a^2 \cdot 5a^4 = (2 \cdot 5) \cdot (a^2 \cdot a^4) = 10 a^6$
	$4a \cdot 2a = (4 \cdot 2) \cdot (a \cdot a) = 8a^2$	$-2a \cdot 3a^2 = (-2 \cdot 3) \cdot (a^1 \cdot a^2) = -6 a^3$

Fais de même en notant tous les détails de ta démarche.

$a^2 \cdot a^4 =$	$3a \cdot 5a =$
$2a^3 \cdot 3a^2 =$	$-4a^2 \cdot 3a^5 =$
$2a \cdot 3a^5 =$	$-a \cdot (-3a) =$

Puissance d'une puissance

Pour élever une puissance à une autre puissance, on conserve la base et on multiplie les exposants.

Exemple $(a^3)^5 = a^{3 \cdot 5} = a^{15}$

Fais de même en notant tous les détails de ta démarche.

$(a^5)^2 =$ $(b^3)^3 =$ $(a^3)^4 =$

Puissance d'un produit

Pour élever un produit de facteurs à une puissance, on élève chaque facteur à cette puissance.

Exemples	$(3 \cdot a)^2 = 3^2 \cdot a^2 = 9 a^2$	$(a^2 \cdot b^3)^4 = (a^2)^4 \cdot (b^3)^4 = a^8 b^{12}$
	$(-2 \cdot a)^3 = (-2)^3 \cdot a^3 = -8 a^3$	$(2 \cdot a^4)^3 = 2^3 \cdot (a^4)^3 = 8 a^{12}$

Fais de même en notant tous les détails de ta démarche.

$(5 \cdot x)^2 =$	$(xy^3)^4 =$
$(-3 \cdot x)^2 =$	$(3a^2)^2 =$
$(-2 \cdot a)^5 =$	$(2a^4)^3 =$
$(10 \cdot c)^3 =$	$(5ab)^3 =$
$(a^5 \cdot b^2)^3 =$	$(3ab^4)^2 =$

Puissance d'une fraction

Pour élever une fraction à une puissance, on élève chaque terme de la fraction à cette puissance.

Exemples $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$ $\left(\frac{x}{2}\right)^3 = \frac{x^3}{2^3} = \frac{x^3}{8}$ $\left(\frac{a^3}{b^5}\right)^2 = \frac{(a^3)^2}{(b^5)^2} = \frac{a^6}{b^{10}}$

Fais de même en notant tous les détails de ta démarche.

$\left(\frac{x}{3z}\right)^2 = \dots\dots\dots$	$\left(\frac{a^5}{b^4}\right)^3 = \dots\dots\dots$
$\left(\frac{2a}{3b}\right)^3 = \dots\dots\dots$	$\left(\frac{3a}{b^3}\right)^4 = \dots\dots\dots$

EXERCICES

Reconnais la propriété qu'il faut utiliser, puis effectue en notant éventuellement les détails de ton raisonnement.

$4a^2 \cdot 5a^3 = \dots\dots\dots$	$(-2x)^5 = \dots\dots\dots$
$(-4a^2)^3 = \dots\dots\dots$	$-4 \cdot (a^5)^2 = \dots\dots\dots$
$(a^4)^2 = \dots\dots\dots$	$(3a^3)^3 = \dots\dots\dots$
$(-4a)^2 = \dots\dots\dots$	$(-5a^2)^2 = \dots\dots\dots$
$\left(\frac{4a}{b}\right)^3 = \dots\dots\dots$	$\left(\frac{a^3b}{c^2}\right)^4 = \dots\dots\dots$
$-4a \cdot 5a^2 = \dots\dots\dots$	$-5a^2 \cdot a^2 = \dots\dots\dots$
$(-10x^3)^3 = \dots\dots\dots$	$-3 \cdot (a^3)^2 = \dots\dots\dots$
$(3ab)^2 = \dots\dots\dots$	$-5a^5 \cdot 5a^5 = \dots\dots\dots$
$-2a \cdot (-3a) = \dots\dots\dots$	$(-5a^5)^3 = \dots\dots\dots$
$\left(\frac{ab^2}{4c^2}\right)^4 = \dots\dots\dots$	$\left(\frac{-2a^2}{b^3}\right)^5 = \dots\dots\dots$
$(-2 \cdot x^2)^3 = \dots\dots\dots$	$(-2a^3b)^4 = \dots\dots\dots$
$(-2a) \cdot (-3a) = \dots\dots\dots$	$(4ab^2)^3 = \dots\dots\dots$
$(ab^2c^3)^2 = \dots\dots\dots$	$(-a^3bc^2)^4 = \dots\dots\dots$
$-3(a^2b^3)^4 = \dots\dots\dots$	$(-3a^2b)^2 = \dots\dots\dots$
$-2a^3 \cdot 3a^4 = \dots\dots\dots$	$(-5a^5)^2 = \dots\dots\dots$

C) Propriétés des puissances à exposants entiers

Les propriétés des puissances à exposants positifs restent valables pour des puissances à exposants négatifs. Tu trouveras ci-dessous des exercices types souvent résolus de deux manières différentes. Lis attentivement, trouve la technique qui TE paraît la plus simple et applique-la aux exercices proposés.

o Type 1

$$a^3 \cdot a^{-5} = \frac{a^3}{a^5} = \frac{1}{a^2} \qquad b^{-4} \cdot b^7 = \frac{b^7}{b^4} = b^3$$

$$a^3 \cdot a^{-5} = a^{-2} = \frac{1}{a^2} \qquad b^{-4} \cdot b^7 = b^3$$

Exercices

$x^7 \cdot x^{-3} = \dots\dots\dots$	$x^{-3} \cdot x^{-2} = \dots\dots\dots$
$c^{-3} \cdot x^6 = \dots\dots\dots$	$c^2 \cdot c^{-7} = \dots\dots\dots$
$y^{-3} \cdot y^3 = \dots\dots\dots$	$y^{-5} \cdot y^{-5} = \dots\dots\dots$

o Type 2

$$\frac{a^5}{a^7} = \frac{1}{a^2} \qquad \frac{b^3}{b^{-6}} = b^3 \cdot b^6 = b^9 \qquad \frac{c^{-4}}{c^{-5}} = c^{-4} \cdot c^5 = c$$

$$\frac{a^5}{a^7} = a^5 \cdot a^{-7} = a^{-2} = \frac{1}{a^2} \qquad \frac{c^{-4}}{c^{-5}} = \frac{c^5}{c^4} = c$$

Exercices

$\frac{d^5}{d^8} = \dots\dots\dots$	$\frac{d^{-4}}{d^5} = \dots\dots\dots$
$\frac{x^{-4}}{x^{-7}} = \dots\dots\dots$	$\frac{x^8}{x^{-6}} = \dots\dots\dots$

o Type 3

$$(a^{-3})^2 = a^{-6} = \frac{1}{a^6} \qquad (b^4)^{-3} = b^{-12} = \frac{1}{b^{12}} \qquad (c^{-2})^{-3} = c^6$$

$$(a^{-3})^2 = \left(\frac{1}{a^3}\right)^2 = \frac{1}{a^6} \qquad (b^4)^{-3} = \left(\frac{1}{b^4}\right)^3 = \frac{1}{b^{12}} \qquad (c^{-2})^{-3} = \left(\frac{1}{c^2}\right)^{-3} = (c^2)^3 = c^6$$

Exercices

$(c^{-2})^3 = \dots\dots\dots$	$(c^{-4})^{-2} = \dots\dots\dots$
$(d^2)^{-5} = \dots\dots\dots$	$(d^{-7})^{-3} = \dots\dots\dots$

o Type 4

$$(ab)^{-3} = a^{-3} \cdot b^{-3} = \frac{1}{a^3 b^3}$$

$$(a^3 b^{-2})^{-4} = a^{-12} \cdot b^8 = \frac{b^8}{a^{12}}$$

$$(ab)^{-3} = \left(\frac{1}{ab}\right)^3 = \frac{1}{a^3 b^3}$$

$$(a^3 b^{-2})^{-4} = \left(\frac{a^3}{b^2}\right)^{-4} = \left(\frac{b^2}{a^3}\right)^4 = \frac{b^8}{a^{12}}$$

Exercices

$$(xy)^{-4} = \dots\dots\dots$$

$$(a^{-3} b^4)^{-2} = \dots\dots\dots$$

$$(x^{-2} y^4)^{-5} = \dots\dots\dots$$

$$(ab^{-4})^3 = \dots\dots\dots$$

o Type 5

$$(2a^4)^{-3} = 2^{-3} \cdot a^{-12} = \frac{1}{2^3 a^{12}} = \frac{1}{8a^{12}}$$

$$(4a^{-3})^{-2} = 4^{-2} \cdot a^6 = \frac{a^6}{4^2} = \frac{a^6}{16}$$

$$(2a^4)^{-3} = \left(\frac{1}{2a^4}\right)^3 = \frac{1}{8a^{12}}$$

$$(4a^{-3})^{-2} = \left(\frac{1}{4a^{-3}}\right)^2 = \left(\frac{a^3}{4}\right)^2 = \frac{a^6}{16}$$

$$(4a^{-3})^{-2} = \left(\frac{1}{4a^{-3}}\right)^2 = \frac{1}{16a^{-6}} = \frac{a^6}{16}$$

Exercices

$$(3y)^{-2} = \dots\dots\dots$$

$$(2a)^{-3} = \dots\dots\dots$$

$$(-4a)^{-2} = \dots\dots\dots$$

$$(-2x)^{-5} = \dots\dots\dots$$

$$(3c^{-2})^{-3} = \dots\dots\dots$$

$$(-2a^{-5})^{-4} = \dots\dots\dots$$

$$(-10d^{-2})^{-3} = \dots\dots\dots$$

$$(5d^{-3})^{-2} = \dots\dots\dots$$

o Type 6

$$\left(\frac{a^5}{b^2}\right)^{-3} = \frac{a^{-15}}{b^{-6}} = \frac{b^6}{a^{15}}$$

$$\left(\frac{a^{-4}}{b^2}\right)^{-5} = \frac{a^{20}}{b^{-10}} = a^{20} b^{10}$$

$$\left(\frac{a^5}{b^2}\right)^{-3} = \left(\frac{b^2}{a^5}\right)^3 = \frac{b^6}{a^{15}}$$

$$\left(\frac{a^{-4}}{b^2}\right)^{-5} = \left(\frac{1}{a^4 b^2}\right)^{-5} = (a^4 b^2)^5 = a^{20} b^{10}$$

Exercices

$$\left(\frac{x^2}{y^5}\right)^{-2} = \dots\dots\dots$$

$$\left(\frac{x^{-4}}{y^5}\right)^{-5} = \dots\dots\dots$$

$$\left(\frac{a^{-2}}{b^4}\right)^{-4} = \dots\dots\dots$$

$$\left(\frac{a^4}{b^{-2}}\right)^4 = \dots\dots\dots$$

Exercices de synthèse

$a^{-7} \cdot a^3 = \dots\dots\dots$

$(-4a)^2 = \dots\dots\dots$

$(4a^{-2})^{-3} = \dots\dots\dots$

$\left(\frac{2x^2}{y^5}\right)^{-3} = \dots\dots\dots$

$\frac{x^{-6}}{x^3} = \dots\dots\dots$

$-5a^2 \cdot 2a^{-5} = \dots\dots\dots$

$(a^5)^{-2} = \dots\dots\dots$

$(2a^{-3})^{-2} = \dots\dots\dots$

$(3a)^{-2} = \dots\dots\dots$

$(3y^2)^{-3} = \dots\dots\dots$

$\left(\frac{x^{-2}}{y^5}\right)^{-3} = \dots\dots\dots$

$\frac{a^5}{a^{-2}} = \dots\dots\dots$

$4a^{-2} \cdot 2a^{-7} = \dots\dots\dots$

$(10a^{-4})^{-3} = \dots\dots\dots$

$(2x^{-3})^{-3} = \dots\dots\dots$

$(-5x^2)^{-2} = \dots\dots\dots$

$(3ab^{-2})^{-4} = \dots\dots\dots$

$\left(\frac{2x^3}{y^5}\right)^{-3} = \dots\dots\dots$

$\left(\frac{b^2}{c^{-4}}\right)^3 = \dots\dots\dots$

$(a^{-1}b^3c^{-4})^{-3} = \dots\dots\dots$

$\left(\frac{3b^{-2}}{a^{-4}}\right)^{-2} = \dots\dots\dots$

$(a^3b^{-3})^{-4} = \dots\dots\dots$

$(5x^{-5})^2 = \dots\dots\dots$

$(-5a^{-1}b^2)^{-3} = \dots\dots\dots$

$\left(\frac{x^{-3}}{y^4}\right)^{-2} = \dots\dots\dots$

$\left(\frac{b}{b^{-4}}\right)^{-2} = \dots\dots\dots$

$(ab^{-3}c^2)^{-4} = \dots\dots\dots$

$\left(\frac{2x^{-3}}{y^4}\right)^3 = \dots\dots\dots$

$(a^{-3}b^5)^{-4} = \dots\dots\dots$

$\left(\frac{2a^{-2}}{a^4}\right)^{-4} = \dots\dots\dots$

$-2a^{-4} \cdot 3a^4 = \dots\dots\dots$

$2a^4 \cdot (-2a^{-4}) = \dots\dots\dots$

$(-4a^{-2}b^3)^{-3} = \dots\dots\dots$

$\left(\frac{-3x^2}{y^5}\right)^{-2} = \dots\dots\dots$