

Remédiation

Les figures semblables - Recherche de longueurs

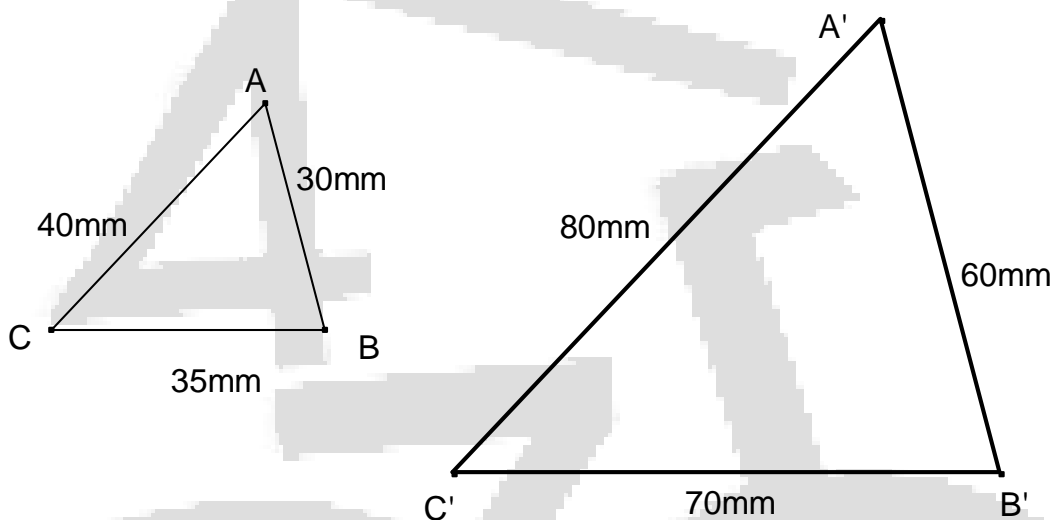
1) Rappel

Si deux triangles (ABC et A'B'C') sont semblables, alors leurs côtés homologues ont des longueurs proportionnelles.

$$\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{|A'C'|}{|AC|} = \frac{|B'C'|}{|BC|} = r$$

Le rapport de proportionnalité (r), est aussi appelé rapport de similitude. Il s'obtient donc en divisant les longueurs de 2 segments homologues.

Exemple



Complète : $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$

2) Utilisation du tableau de proportionnalité

On peut présenter les valeurs de l'exemple ci-dessus dans un tableau de proportionnalité.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ ABC	30	35	40
△ A'B'C'			

$\cdot 2$

r = 2
1
2

Le rapport de proportionnalité (ou de similitude) apparaît clairement dans ce tableau. Il permet de trouver facilement la longueur d'un côté du 2^e triangle. En effet, il suffit de multiplier la longueur du côté homologue du 1^e triangle par le rapport (2).

Exercices - tableau de proportionnalité

a. Le rapport et la longueur des côtés du 1^e triangle sont connus.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	10	12	15
△ 2			

r = 4
1
4

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	15	21	30
△ 2			

r = 1/3
3
1

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	10	12	16
△ 2			

r = 3/2
2
3

b. La longueur des côtés du 1^e triangle et la longueur d'un côté du 2^e triangle sont connues. Détermine d'abord le rapport de similitude en complétant la colonne de droite puis détermine les longueurs inconnues.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	90	75	60
△ 2	18		

r =

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	20	15	10
△ 2			30

r =

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	60	45	50
△ 2			20

r =

c. La longueur des côtés du 2^e triangle et la longueur d'un côté du 1^e triangle sont connues. Détermine d'abord le rapport de similitude en complétant la colonne de droite puis détermine les longueurs inconnues.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	25		
△ 2	50	46	62

r =

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1			14
△ 2	15	18	21

r =

Difficultés liées au tableau de proportionnalité

a) Le rapport n'est pas un nombre naturel (2, 3, ...), ni une fraction unitaire (1/2, 1/3, ...).

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	25	18	30
△ 2			20

r =

Le rapport de similitude entre les 2 triangles (△ 1 et △ 2) est $\frac{2}{3}$.

Calculer les $\frac{2}{3}$ de 18 est relativement facile :

Pour calculer les $\frac{2}{3}$ de 25, il est préférable d'utiliser les fractions. En effet,

$$\frac{2}{3} \text{ de } 25 = \frac{2}{3} \cdot 25 = \text{---}$$

Complète le tableau en utilisant éventuellement des fractions.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	36	30	25
△ 2			20

r =

Détaille tes calculs.

b) Les longueurs sont exprimées par des fractions.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	3/4	14/15	1/2
△ 2		2/3	

r =
1

Il ne faut pas craindre de travailler avec les fractions.

Le rapport de similitude entre les 2 triangles (△ 1 et △ 2) est $\frac{2}{3} : \frac{14}{15} = \text{---} \cdot \text{---} = \text{---}$

Calcul des longueurs inconnues :

Complète le tableau en utilisant des fractions.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	4	5/2	7/3
△ 2			5/6

r =
1

Détaille tes calculs.

c) Les longueurs sont exprimées par des nombres décimaux.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	3,3	1,8	2,4
△ 2			3,6

r =
1

Il faut utiliser ta calculatrice pour déterminer le rapport et les longueurs inconnues.

Le rapport de similitude entre les 2 triangles (△ 1 et △ 2) est : =

Calcul des longueurs inconnues :

d) Les longueurs sont exprimées par des racines carrées.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	$6\sqrt{2}$	6	$2\sqrt{3}$
△ 2			$\sqrt{2}$

r =
1

Il faut utiliser les règles de calcul relatives aux racines carrées.

Le rapport de similitude entre les 2 triangles (△ 1 et △ 2) est $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

Calcul des longueurs inconnues :

e) Confusion entre le rapport de similitude et son inverse

△ 1	· $\frac{3}{2}$	→	←	
△ 2		· $\frac{3}{2}$	· $\frac{2}{3}$	

Côté 1	Côté 2	Côté 3	r =
10		14	1
	18	21	

Le rapport de similitude entre les 2 triangles (△ 1 et △ 2) est $\frac{3}{2}$.

Pour déterminer le *Côté 1* du *Triangle 2*, j'effectue $10 \cdot \frac{3}{2} = 15$

Pour déterminer le *Côté 2* du *Triangle 1*, j'effectue $18 : \frac{3}{2} = 18 \cdot \frac{2}{3} = 12$

3) Utilisation des équations

Tu peux également déterminer les longueurs inconnues en résolvant des équations.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	60	45	50
△ 2	x	y	20

r =

Le tableau ci-dessus peut se traduire par l'égalité $\frac{x}{60} = \frac{y}{45} = \frac{20}{50} = r$

Le rapport de similitude entre les 2 triangles (△ 1 et △ 2) est évidemment $\frac{2}{5}$.

Pour trouver x, tu dois résoudre l'équation: | Pour trouver y, tu dois résoudre l'équation:

$$\frac{x}{60} = \frac{2}{5}$$

$$x = \frac{\dots}{\dots}$$

$$x = \dots$$

Neutraliser le facteur diviseur général

Simplifier (calculer) la fraction

$$\frac{y}{45} = \frac{2}{5}$$

$$y = \frac{\dots}{\dots}$$

$$y = \dots$$

Exercices - équations

En utilisant les équations, détermine les grandeurs inconnues.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	8	9	10
△ 2	x	y	6

r =

Le tableau ci-dessus peut se traduire par l'égalité $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

Le rapport de similitude entre les 2 triangles (△ 1 et △ 2) est $\frac{\dots}{\dots}$

Recherche de x

.....

.....

.....

Recherche de y

.....

.....

.....

Difficulté liée à la résolution des équations

L'inconnue se trouve parfois au dénominateur

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	8	y	14
△ 2	x	6	10

r =

Le tableau ci-dessus peut se traduire par l'égalité $\frac{x}{8} = \frac{6}{y} = \frac{10}{14} = r$

Le rapport de similitude entre les 2 triangles (△ 1 et △ 2) est $\frac{5}{7}$.

La recherche de x ne pose aucun problème; il suffit de résoudre l'équation : $\frac{x}{8} = \frac{5}{7}$.

Par contre, la recherche de y peut poser problème à certains élèves. En effet, tu dois résoudre :

$\frac{6}{y} = \frac{5}{7}$	Utilisation de la règle : le produit des extrêmes est égal au produit des moyens
$5y = 42$	Neutralisation du facteur multiplicateur gêneur
$y = \frac{42}{5}$	

Exercices

En utilisant les équations, détermine le rapport de similitude et les grandeurs inconnues.

	Côté 1	Côté 2	Côté 3
△ 1	x	14	10
△ 2	16	21	y

r =

Le tableau ci-dessus peut se traduire par l'égalité $\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$

Le rapport de similitude entre les 2 triangles (△ 1 et △ 2) est $\frac{\dots}{\dots}$

Recherche de x

.....

.....

.....

Recherche de y

.....

.....

.....