Remédiation – Cas de similitude C

1) Cas de similitude CCC

Rappel (Actimath B1 page 236)

Si deux triangles ont leurs côtés homologues de longueurs proportionnelles, alors ils sont semblables.

Exercices

1) En comparant les mesures des côtés des triangles ABC et DEF, peux-tu dire si les triangles sont semblables ? Si oui, détermine le rapport de similitude.

   △ ABC : 5 cm, 7 cm et 8 cm △ DEF : 10 mm, 14 mm et 16 mm

   Les Δ ABC et DEF sont semblables car $\frac{10}{5}=\frac{14}{7}=\frac{16}{8}=2$.

   Le rapport de similitude est 2

2) En comparant les mesures des côtés des triangles ABC et DEF, peux-tu dire si les triangles sont semblables ? Si oui, détermine le rapport de similitude.

   Δ ABC : 40 mm, 50 mm et 70 mm Δ DEF : 16 mm, 20 mm et 28 mm

   Les Δ ABC et DEF sont semblables car $\frac{16}{40}=\frac{20}{50}=\frac{28}{70}=\frac{2}{5}$.

   Le rapport de similitude est de $\frac{2}{5}$.

3) En comparant les mesures des côtés des triangles ABC et DEF, peux-tu dire si les triangles sont semblables ? Si oui, détermine le rapport de similitude.

   △ ABC : 15cm, 21cm et 12cm △ DEF : 10cm, 14cm et 9cm

   Les Δ ABC et DEF sont semblables car $\frac{10}{15}=\frac{14}{21}=\frac{2}{3}$ mais $\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$ semblables.

4) Voici en vrac, les mesures des côtés de deux triangles.

   240 mm , 180 mm, 20 mm, 15 mm, 300 mm, 25 mm

   Retrouve les paires de côtés homologues.

	Petit côté	Côté moyen	Grand côté
Petit triangle	15 mm	20 mm	25 mm
Grand triangle	180 mm	240 mm	300mm

   Les triangles sont-ils semblables. Si oui, détermine le rapport de similitude.

   Les Δ sont semblables car $\frac{180}{15}=\frac{240}{20}=\frac{300}{25}=12$ et le rapport de similitude est 12.

5) En comparant les mesures des côtés des triangles ABC et DEF, peux-tu dire si les triangles sont semblables ? Si oui, détermine le rapport de similitude.

   △ ABC : 36mm, 20mm et 24mm △ DEF : 27mm, 18mm et 15mm

   Les Δ ABC et DEF sont semblables car $\frac{27}{36}=\frac{15}{20}=\frac{18}{24}=\frac{3}{4}$. Le rapport est $\frac{3}{4}$.

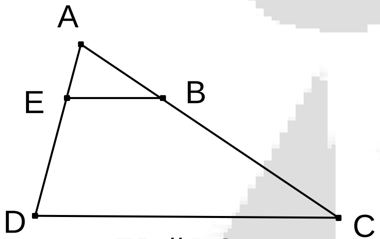
2) Cas de similitude AA

Rappel (Actimath B3 page 237)

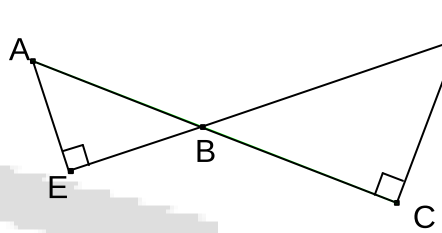
Si deux triangles ont deux angles homologues de même amplitude, alors ils sont semblables.

Exercices

1) Pour prouver que les triangles proposés sont semblables, trouve deux angles homologues de même amplitude et justifie.



EB // DC



$|\widehat{AEB}| = |\widehat{ADC}|$ (angles correspondants)

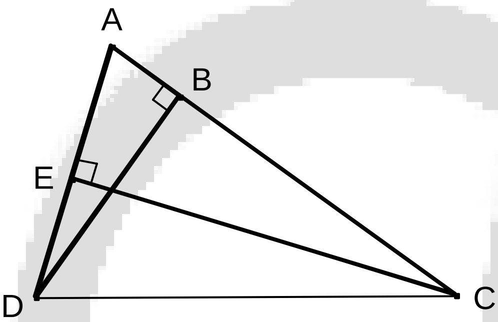
$|\widehat{ABE}| = |\widehat{DCD}|$ (angles correspondants)

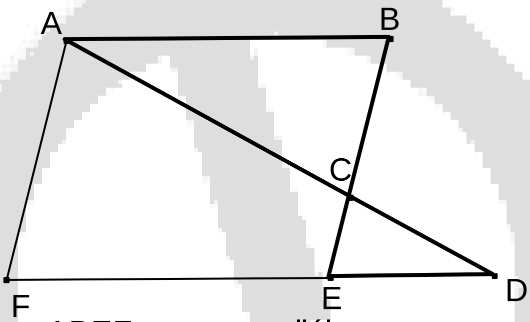
sommet)

$|\widehat{AEB}| = |\widehat{DCB}|$ (angles droits)

$|\widehat{ABE}| = |\widehat{ACD}|$ (angles opposés par le

2) Pour prouver que les triangles en gras sont semblables, trouve deux angles homologues de même amplitude et justifie.





ABEF est un parallélogramme
D est un point de la droite FE

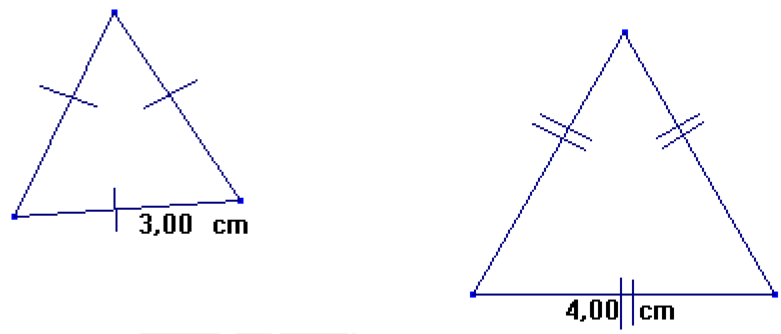
$|\widehat{ABD}| = |\widehat{AEC}|$ (angles droits)

$|\widehat{ACE}| = |\widehat{BDA}|$ (angles aigus à côtés perpendiculaires : AC $\perp$ BD et DA $\perp$ CE)

$|\widehat{BAC}| = |\widehat{CDE}|$ (angles alternes internes)

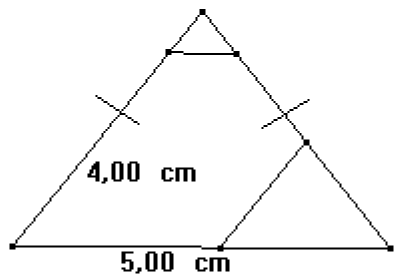
$|\widehat{BCA}| = |\widehat{ECD}|$ (angles opposés par le sommet)

3) Trace un triangle équilatéral de 3cm de côté puis un autre de 4cm de côté.
Les deux triangles obtenus sont-ils semblables ? Explique



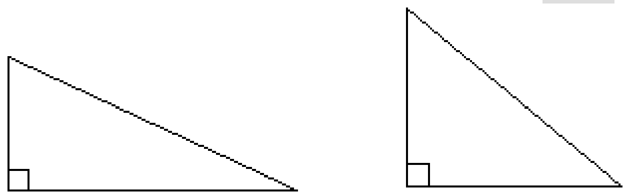
Les triangles sont semblables car ils ont 2 angles homologues de même amplitude (60°).

4) Trace un triangle isocèle dont les côtés mesurent respectivement 5cm, 4cm et 4cm.
En ne traçant qu'un seul segment, fais apparaître à l'intérieur du 1e triangle, un autre triangle isocèle semblable au premier.
Justifie pourquoi les deux triangles sont semblables.



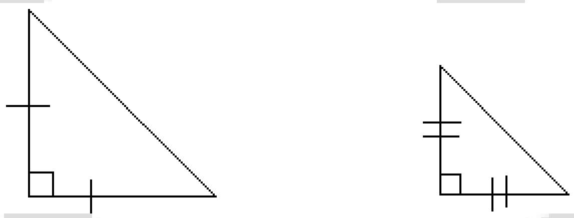
D'un point quelconque d'un des côtés du triangle donné, il suffit de tracer une droite parallèle à un des deux autres côtés. Le triangle ainsi déterminé est semblable au triangle initial, car ils ont 2 angles homologues de même amplitude.

5) Trace deux triangles rectangles. Sont-ils toujours semblables ? Pourquoi ?



Deux triangles rectangles ne sont semblables que s'ils ont un angle aigu homologue de même amplitude.

6) Trace deux triangles rectangles isocèles. Sont-ils toujours semblables ? Pourquoi ?



Les angles d'un triangle isocèle mesurent toujours 90°, 45° et 45°

Deux triangles rectangles isocèles sont semblables car ils ont 2 angles homologues de même amplitude.

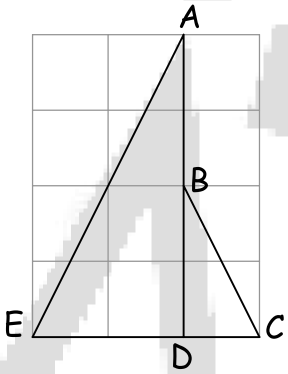
3) Cas de similitude CAC

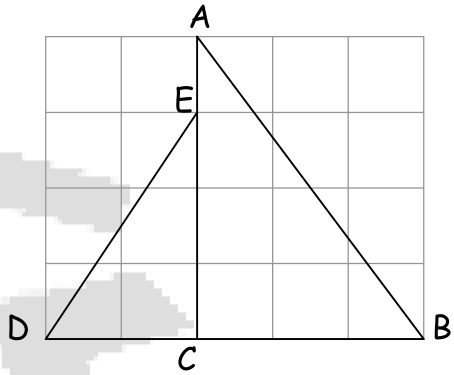
Rappel (Actimath B2 page 237)

Si deux triangles ont un angle de même amplitude compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles, alors ils sont semblables.

Exercices

1) Dans chaque cas, trouve une paire d'angles homologues de même amplitude et compare les longueurs des côtés qui forment ces angles.
Peux-tu en déduire la similitude des deux triangles ?





Les triangles ADE et BDC
ont un angle droit : $|\hat{ADE}| = |\hat{BDC}| = 90°$,

$|\hat{ECD}| = |\hat{ACB}| = 90°$,

de plus $\frac{|AD|}{|BD|} = \frac{4}{2} = 2$ et $\frac{|ED|}{|DC|} = \frac{2}{1} = 2$.

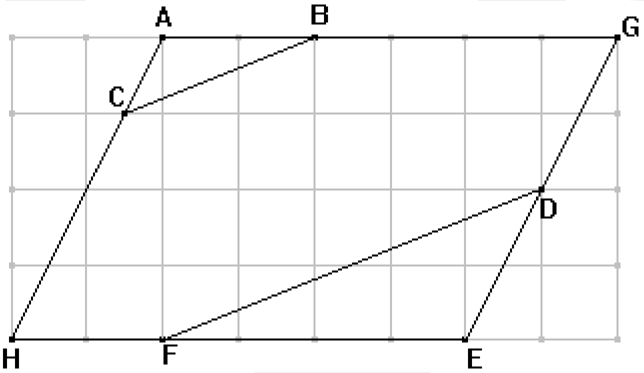
Les deux triangles sont semblables car ils ont un angle de même amplitude compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles.

Les triangles ACD et ACB
ont un angle droit :

mais $\frac{|AC|}{|EC|} = \frac{4}{3}$ et $\frac{|CB|}{|CD|} = \frac{3}{2}$.

Les triangles ne sont pas semblables car l’angle de même amplitude n’est pas compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles.

2) Observe attentivement le parallélogramme AGEH et explique pourquoi on peut affirmer que les triangles ABC et DEF sont semblables.



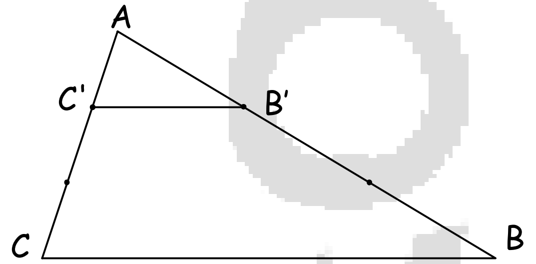
Les angles opposés d’un parallélogramme ont la même amplitude donc $|\hat{BAC}| = |\hat{DEF}|$;

de plus, $\frac{|AB|}{|FE|} = \frac{|AC|}{|DE|} = \frac{1}{2}$.

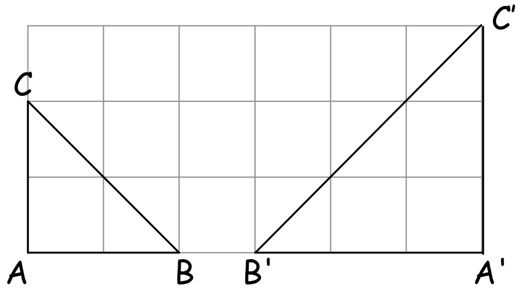
Les triangles ABC et DEF sont semblables car ils ont un angle de même amplitude compris entre des côtés homologues de longueurs proportionnelles.

4) Tracer des triangles semblables

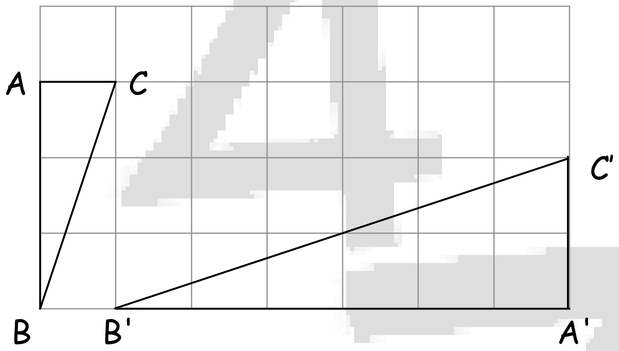
Dans chaque cas, achève le triangle A'B'C' pour qu'il soit semblable au triangle ABC.
Cite le cas de similitude que tu utilises.



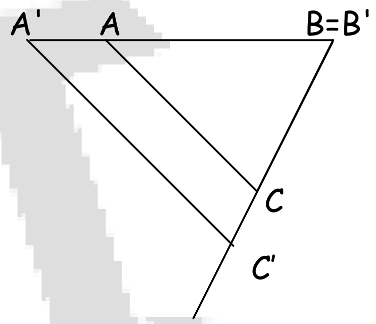
A A



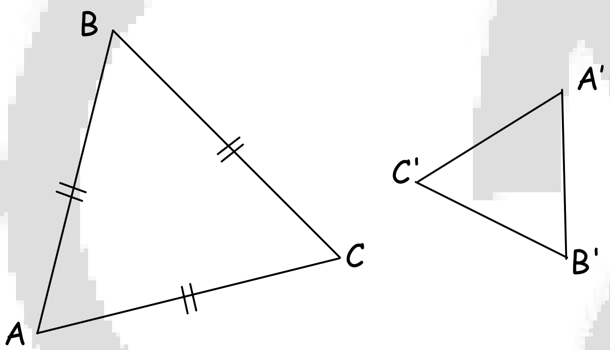
C A C



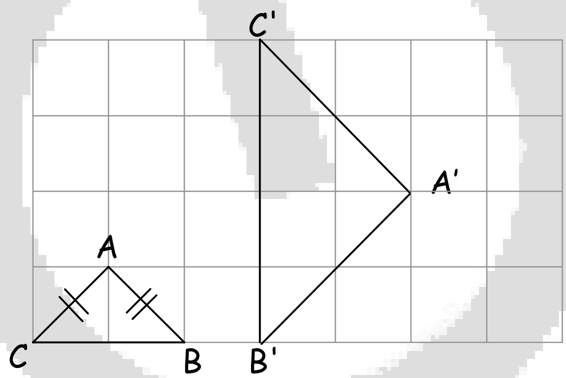
C A C



A A



C C C



C C C

Actimath 3 – Chapitre 8 – Activité 5 page 101 – 7 page 104
Actimath 3 – Chapitre 8 – Exercices complémentaires A page 107 – B (1 à 6) page 108 et 109