Nom :	N°:
Prénom :	
Mathématique	Devoir n° ……
Classe : 3A	Date : ....

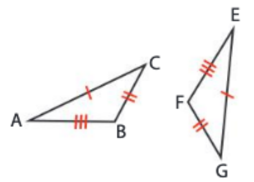
Triangles isométriques – Triangles semblables

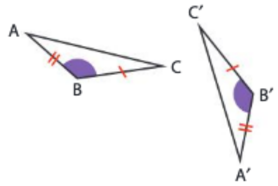
CORRIGÉ

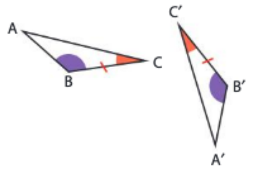
/5

Un peu de théorie

Triangles isométriques et conditions minimales

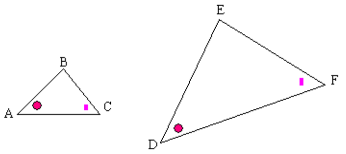


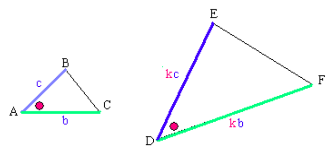


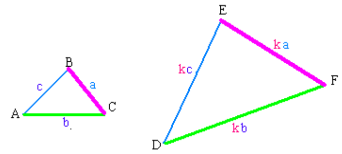


$\lvert AC\rvert = \lvert EG\rvert$	$\lvert AB\rvert = \lvert A'B'\rvert$	$\lvert\hat{B}\rvert = \lvert\widehat{B'}\rvert$
$\lvert BC\rvert = \lvert FG\rvert$	$\lvert\hat{B}\rvert = \lvert\widehat{B'}\rvert$	$\lvert BC\rvert = \lvert B'C'\rvert$
$\lvert AB\rvert = \lvert EF\rvert$	$\lvert BC\rvert = \lvert B'C4\rvert$	$\lvert\hat{C}\rvert = \lvert\widehat{C'}\rvert$
$\triangle$ *ABC* iso $\triangle$ *EFG*	$\triangle$ *ABC* iso $\triangle$ *A'B'C'*	$\triangle$ *ABC* iso $\triangle$ *A'B'C'*

Triangles Semblables et conditions minimales



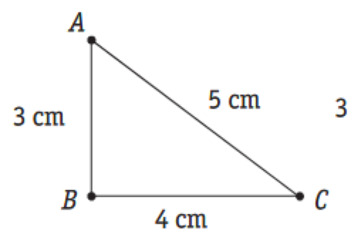


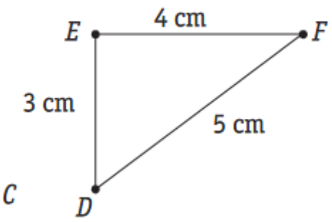


⊗ $\lvert \hat{A} \rvert = \lvert \hat{D} \rvert$ ⊗ $\lvert \hat{C} \rvert = \lvert \hat{F} \rvert$	⊗ $\lvert \hat{A} \rvert = \lvert \hat{D} \rvert$ ⊗ $\dfrac{\lvert AB\rvert}{\lvert DE\rvert} = \dfrac{\lvert AC\rvert}{\lvert DF\rvert} = k$	⊗ $\dfrac{\lvert AB\rvert}{\lvert DE\rvert} = \dfrac{\lvert AC\rvert}{\lvert DF\rvert} = \dfrac{\lvert BC\rvert}{\lvert EF\rvert} = k$
$\triangle$ *ABC* ~ $\triangle$ *DEF*	$\triangle$ *ABC* ~ $\triangle$ *DEF*	$\triangle$ *ABC* ~ $\triangle$ *DEF*

Exercice résolu

DÉTERMINE si les triangles *ABC* et *DEF* sont isométriques.
JUSTIFIE





ΔABC iso ΔDEF car

C	|AB|	= |DE|
C	|AC|	= |DF|
C	|BC|	= |EF|

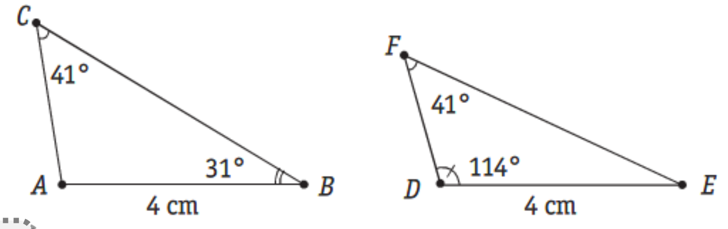
Ils ont respectivement trois côtés de même longueur**ΔABC iso ΔDEF**

DÉTERMINE si les triangles *ABC* et *DEF* sont isométriques.
JUSTIFIE.

CORRIGÉ

Situation 2

/3

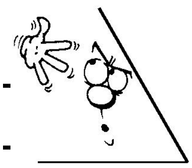


Les triangles ne sont pas isométriques

- Le côté de même longueur devrait être compris entre deux angles homologues de même amplitude : ce n'est pas le cas.

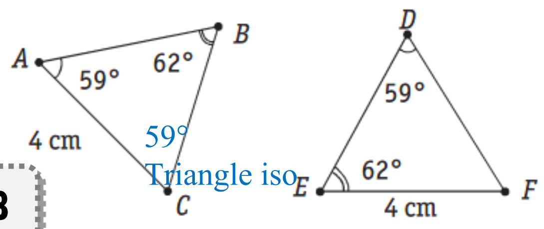
Ou ....

- $|\hat{A}|$ devrait être égale à son homologue $|\hat{D}|$
- $|\widehat{B}|$ devrait être égale à son homologue $|\hat{E}|$
- $180° \neq 41° + 31° + 114°$



Situation 3

/3

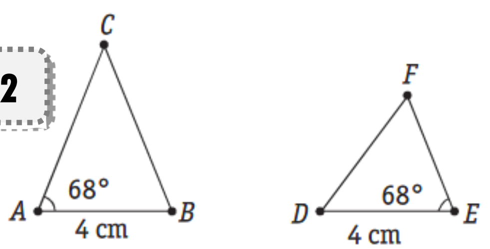


On ne peut pas conclure car

Le côté [AC] n'est pas adjacent à deux angles respectivement de même amplitude.

Situation 4

/2

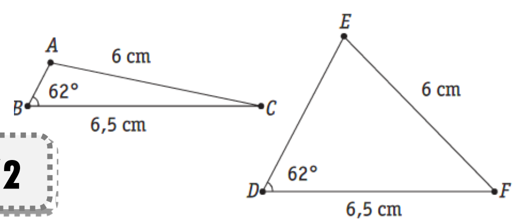


On ne peut pas conclure car

Il n'y a que deux renseignements (l'amplitude d'un angle et la longueur d'un côté adjacent à cet angle).

Situation 5

/2

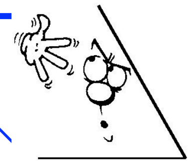


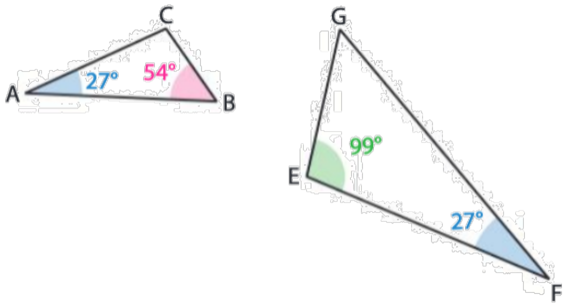
On ne peut pas conclure car

l'angle devrait être compris entre les deux côtés respectivement de même longueur.

2 **DÉTERMINE** si les paires de triangles ci-dessous sont semblables.
JUSTIFIE.

CORRIGÉ





Δ ABC et ΔFGE car

A $\left|\hat{A}\right| = \left|\hat{F}\right| = 27°$ par codage

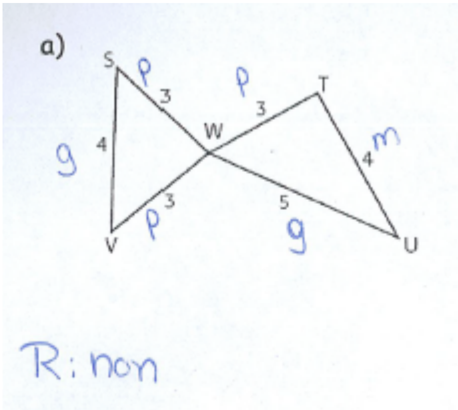
A $\left|\hat{C}\right| = 180°\text{-}54°\text{-}27°$

$\left|\hat{C}\right| = 99°$ $\left|\hat{E}\right| = 99$

|BC| = |EF|

Les triangles Δ *ABC* et Δ*FGE* ont deux angles homologues de même amplitude.
Les triangles Δ *ABC* et Δ*FGE* sont semblables

/3



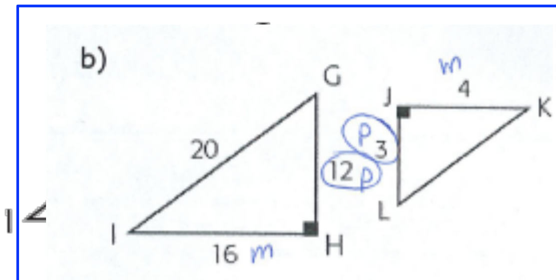
Le triangle *SWV* est un triangle isocèle de sommet W (par le codage)

Le triangle *WTU* est un triangle quelconque.

/3

Les similitudes gardant les proportionnalités de longueurs, le triangle *WTU* devrait être isocèle : ce qui n'est pas le cas.

Les triangles *SWV* et *WTU ne sont PAS semblables.*



Δ *HIG* et Δ*JK*

- $\left|\hat{H}\right| = \left|\hat{J}\right| = 90°$
- $\dfrac{|JL|}{|GH|} = ? = \dfrac{|JK|}{|HI|}$

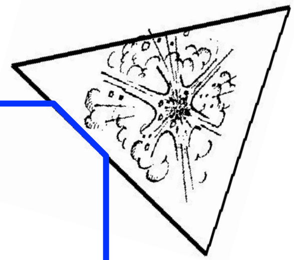
$\dfrac{3}{12} = \dfrac{4}{16} = \dfrac{1}{4}$

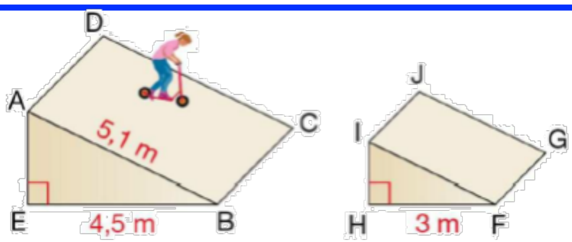
/3

Les triangles Δ *HIG* et Δ*JKL* ont un angle de même amplitude compris entre deux côtés homologues proportionnels.

Les triangles Δ *HIG* et Δ*JK* sont semblables.

3 Histoire de problèmes CORRIGÉ





Les triangles *ABE* et *IHF* de ces deux rampes sont semblables.

ÉCRIS-ton raisonnement et tous tes calculs.

a) **CALCULE** la hauteur $|AE|$.

Le triangle AEB est rectangle en E par l'énoncé.

Le théorème de Pythagore s'applique :

$|AB|^2 = |AE|^2 + |EB|^2$

$|AE|^2 = |AB|^2 - |EB|^2$

$|AE|^2 = 5{,}1^2 - 4{,}5^2$

$|AE|^2 = 26{,}01 - 20{,}25$

$|AE|^2 = 5{,}76$

$|AE| = 2{,}4$ m

/3

réponse :

La hauteur du triangle AEB est de 2,4 m.

b) **CALCULE** les longueurs $|IH|$ et $|IF|$.

Les triangles *ABE* et *IHF étant des triangles semblables par l'énoncé*
Leurs côtés homologues sont proportionnels.

ΔABE		ΔIHF	
$\lvert EB\rvert = 4{,}5$	$k = ?$	$\lvert HF\rvert = 3$ $k = \dfrac{\lvert HF\rvert}{\lvert EB\rvert} = \dfrac{3}{4{,}5} = \dfrac{2}{3}$	< 1 *Réduction*
$\lvert AB\rvert = 5{,}1$	$\lvert IF\rvert = ?$	$\lvert IF\rvert = k \cdot \lvert AB\rvert$ $\lvert IF\rvert = \dfrac{2}{3} \cdot 5{,}1 = 3{,}4$ $\lvert IF\rvert = 3{,}4$ m	
$\lvert AE\rvert = 2{,}4$	$\lvert IH\rvert = ?$	$\lvert IH\rvert = k \cdot \lvert AE\rvert$ $\lvert IH\rvert = \dfrac{2}{3} \cdot 2{,}4$ $\lvert IH\rvert = 1{,}6$ m	

/6

réponse : Dans le triangle, la mesure de la longueur de l'hypoténuse est 3,4 m et celle de l'autre cathète est 1,6m.

Bon travail !

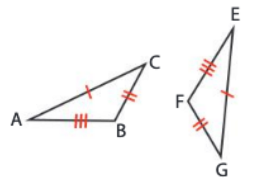
Nom :	N°:
Prénom :	
Mathématique	Devoir n° ……
Classe : 3A	Date : ....

Triangles isométriques – Triangles semblables

CORRIGÉ

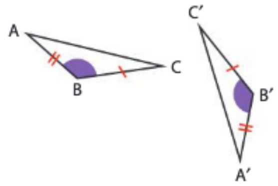
Un peu de théorie

Triangles isométriques et conditions minimales



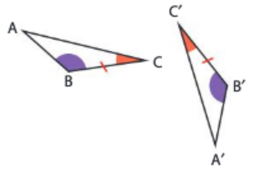
$|AC| = |EG|$
$|BC| = |FG|$
$|AB| = |EF|$

Δ *ABC iso* Δ *EFG*



$|AB| = |A'B'|$
$|\hat{B}| = |\widehat{B'}|$
$|BC| = |B'C4|$

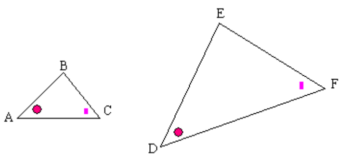
Δ *ABC iso* Δ *A'B'C'*



$|\hat{B}| = |\widehat{B'}|$
$|BC| = |B'C'|$
$|\hat{C}| = |\widehat{C'}|$

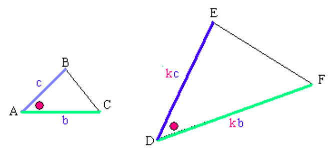
Δ *ABC iso* Δ *A'B'C'*

Triangles Semblables et conditions minimales



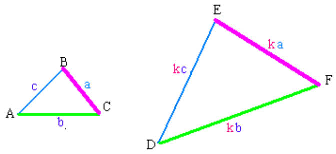
⊗ $|\hat{A}| = |\hat{D}|$
⊗ $|\hat{C}| = |\hat{F}|$

Δ *ABC* ~ Δ *DEF*



⊗ $|\hat{A}| = |\hat{D}|$
⊗ $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|} = k$

Δ *ABC* ~ Δ *DEF*



⊗ $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|} = k$

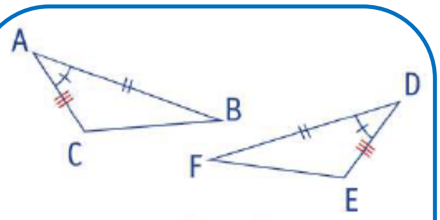
Δ *ABC* ~ Δ *DEF*

Deux triangles sont semblables si et seulement si

- ⊗ **si ils ont deux angles homologues de même amplitude**
- ⊗ **ils ont un angle de même amplitude compris entre deux côtés homologues proportionnels**
- ⊗ **ils ont trois côtés homologues proportionnels**

1 **DÉTERMINE** la ou les mesures manquantes pour justifier que les triangles ci-dessous sont isométriques.

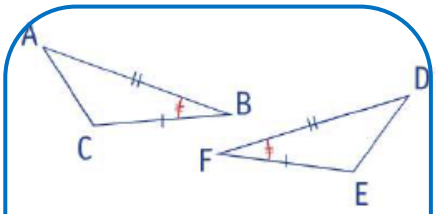
/4



$|\hat{A}| = |\hat{D}|$

$|AB| = |DF|$

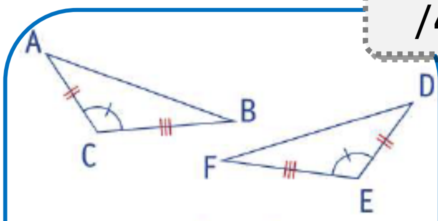
$|\ AC\ | = |\ DE\ |$



$|AB| = |DF|$

$|BC| = |FE|$

$|\ \hat{B}\ | = |\ \hat{F}\ |$



$|\hat{C}| = |\hat{E}|$

$|\ AC\ | = |\ DE\ |$

$|\ CB\ | = |\ EF\ |$

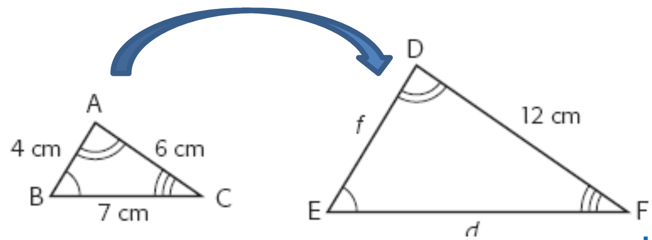
Car Ils ont un angle de même longueur amplitude compris entre à deux côtés homologues **respectivement** de même longueur.

2 Pour chacune des paires de triangles ci-dessous :

1) **DÉTERMINE** le rapport de similitude ;
2) **DÉTERMINE** la ou les mesures manquantes.

a)

/3



$$k = \frac{|DF|}{|AC|} = \frac{12}{6} = 2 \quad > 1\ AGR$$

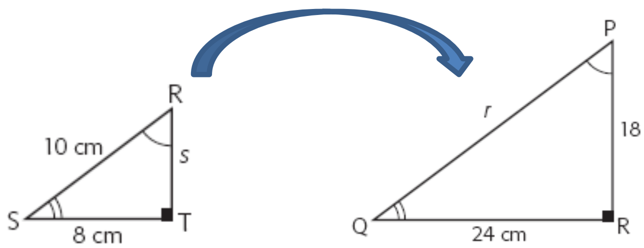
$|DE| = k \cdot |AB|$ | $|FE| = k \cdot |CB|$

$|DE| = 2 \cdot 4$ | $|FE| = 2 \cdot 7$

$|DE| = 8$ cm | $|FE| = 14\ cm$

b)

/3



$$k_{1vers2} = \frac{|QR|}{|ST|} = \frac{24}{8} = 3$$

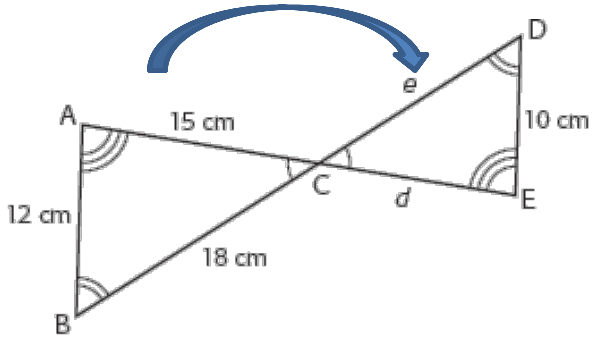
$|PQ| = 3 \cdot |RS|$ | $|RT| = k' \cdot |RP|$

$|PQ| = 3 \cdot 10$ | $|RT| = \frac{1}{3} \cdot 18$

$|PQ| = 30\ cm$ | $|RT| = 6\ cm$

c)

/3



$$k = \frac{|DE|}{|AB|} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \quad < 1\ rédu$$

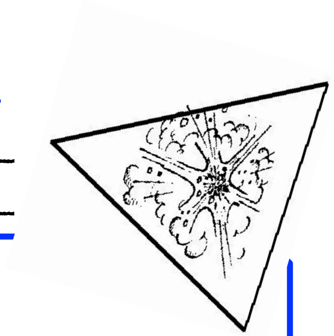
$|DC| = k \cdot |BC|$ | $|EC| = k \cdot |AC|$

$|DC| = \frac{5}{6} \cdot 18$ | $|EC| = \frac{5}{6} \cdot |15|$

$|DC| = 15\ cm$ | $|EC| = 12{,}5\ cm$

3 Histoire de problèmes

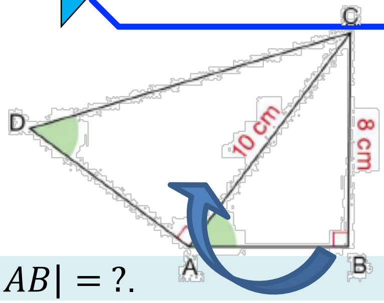
ÉCRIS-TON RAISONNEMENT ET TOUS TES CALCULS



A

ABC et *DAC* sont deux triangles rectangles.

DÉTERMINE $|AD|$ et $|DC|$.



CORRIGÉ

$|AB| = ?.$

Le triangle ABC est rectangle en B par l'énoncé.

Le théorème de Pythagore s'applique :

$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$

$|AB|^2 = |AC|^2 - |BC|^2$

$|AB|^2 = 10^2 - 8^2$

$|AB|^2 = 100 - 64$

$|AB|^2 = 36$

$|AB| = 6$ cm

réponse :

La cathète manquante du triangle ABC mesure de 6 cm.

/3

$|AD| = ?$ $|DC| = ?$

Δ ABC rect en B et ΔDAC rect en A

A	$\|\hat{B}\| = \|\widehat{A_1}\|$	$= 90°$	par codage/énoncé
A	$\|\widehat{A_2}\| = \|\hat{D}\|$		par codage

/3

Les triangles $\Delta\, ABC$ et ΔDAC ont deux angles homologues de même amplitude.

Les triangles $\Delta\, ABC$ et ΔDAC sont donc semblables.
Des triangles semblables ont leur côtés homologues proportionnels

Δ ABC		Δ DAC
$\|BC\| = 8$	$k = ?$	$\|CA\| = 10$ $k = \frac{\|CA\|}{\|BC\|} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ $> 1\ agr$
$\|AB\| = 6$	$\|AD\| = ?$	$\|AD\| = k \cdot \|AB\|$ $\|AD\| = \frac{5}{4} \cdot 6$ $\|AD\| = 7{,}5$ m
$\|AC\| = 10$	$\|DC\| = ?$	$\|DC\| = k \cdot \|AC\|$ $\|DC\| = \frac{5}{4} \cdot 10$ $\|DC\| = 12{,}5$m

/6

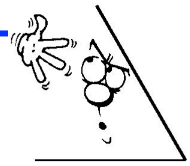
CORRIGÉ

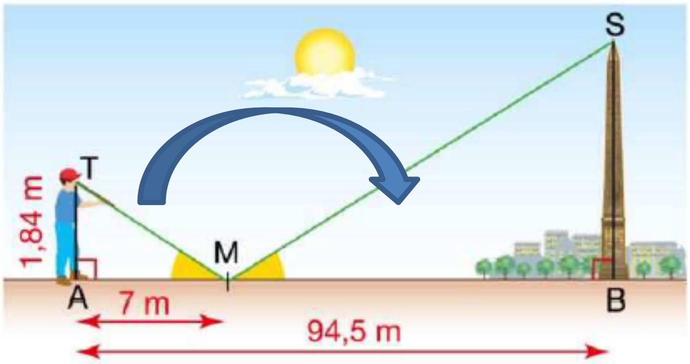
B

Pour estimer la hauteur de l'obélisque de la place de la Concorde à Paris, un touriste mesurant 1,84 m regarde dans un miroir (M) dans lequel il arrive à voir le sommet de l'obélisque.

Les angles $\widehat{AMT}$ et $\widehat{BMS}$ ont la même mesure.

CALCULE la hauteur de l'obélisque.





Δ *MAT* rect en A et Δ *MBS* rect en *B*

A	$\lvert\hat{A}\rvert = \lvert B\rvert = 90°$	par codage/énoncé
A	$\lvert\widehat{M_1}\rvert = \lvert\widehat{M_2}\rvert$	par codage

/3

Les triangles $\Delta\ MAT$ et ΔMBS ont deux angles homologues de même amplitude.

Les triangle sont donc sont donc semblables :

- ✓ Les côtés $[MB]$ et $[MA]$ sont homologues ,
- ✓ Les cotés $[BS]$ et $[AT]$ sont homologues.

$|BS| = ?$

$|MB|$= 94,5 – 7 = 87, 5 m

$$k = \frac{arrivée}{départ} = \frac{|BM|}{|AM|} = \frac{87{,}5}{7} = 12{,}5 \quad > 1\ agr$$

/3

$|BS| = k \cdot |TA|$

$|BS| = 12{,}7 \cdot 1{,}84$

$|BS| = 23\ m$

réponse :
L'obélisque mesure de 23m.

Bon travail !