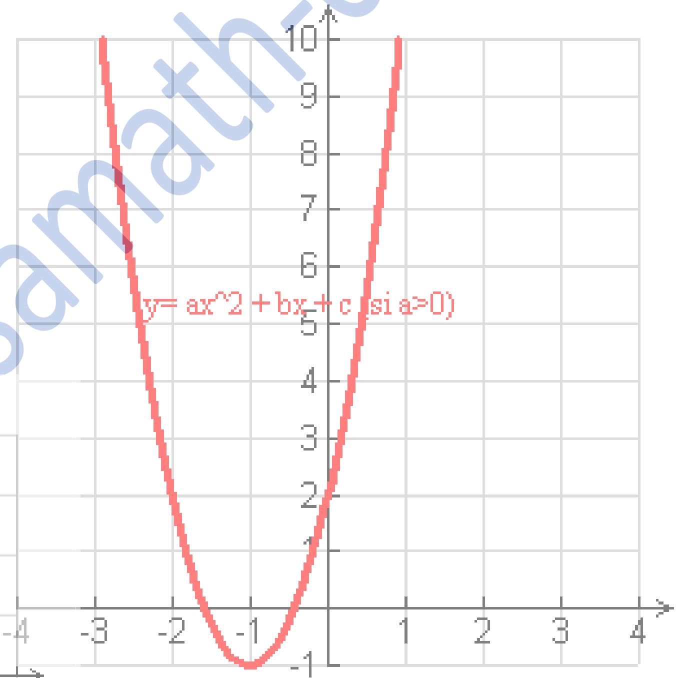
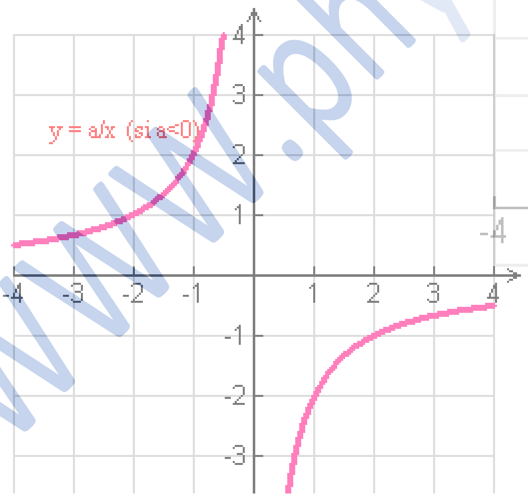
A5 Fonctions

5

UAA3 Approche graphique d'une fonction





NOM :

PRÉNOM :

3A

Mme Cochez

3UAA1

A 5 Approche graphique d'une fonction

Compétences

À la fin de ce chapitre, tu dois être capable de/d' :

CONNAÎTRE :	
Distinguer graphiquement fonction et relation.	
Justifier qu'un graphique donné est celui d'une fonction ou celui d'une relation non fonctionnelle.	
Définir fonction, relation et graphique d'une fonction.	
Verbaliser la dépendance entre les variables, à partir d'un graphique contextualisé.	
Esquisser le graphique d'une fonction et celui d'une relation non fonctionnelle.	
APPLIQUER :	
A partir du graphique d'un fonction, rechercher le domaine, l'ensemble images d'une fonction et les points d'intersection de son graphique avec les axes.	
A partir du graphique d'un fonction, écrire les parties de IR où une fonction est positive, négative ou nulle et construire le tableau de signe correspondant.	
À partir du graphique d'un fonction, déterminer les parties de IR où une fonction est croissante ou décroissante.	
À partir des graphiques de deux fonctions, rechercher la coordonnée du (des) point(s) d'intersection de ceux-ci.	
À partir des graphiques de deux fonctions, résoudre des équations et inéquations de type : $f(x) = g(x), f(x) < g(x), f(x) > g(x)$ (y compris lorsque l'une est une fonction constante).	
Utiliser correctement le vocabulaire ensembliste, les notations propres aux fonctions, les quantificateurs et les connecteurs logiques.	
Interpréter les observations faites sur le graphique et les formuler par des phrases écrites en langage usuel.	
TRANSFÉRER :	
Résoudre un problème nécessitant la recherche d'éléments caractéristiques du graphique d'une fonction.	
Tracer le graphique d'une fonction qui répond aux conditions données.	

Table des matières

PARTIE 1 RELATION ? FONCTION ?

I : Missions découvertes

II : Synthèse

III : Exercices

PARTIE 2 ANALYSE DE FONCTIONS

PARTIE 1

Fonction

ou

pas fonction ?

Telle est la question !

Compléter ces machines qui transforment un nombre à l'entrée en un autre nombre à la sortie

f : 12 → Ajouter 7 → 19

g : 9 → Soustraire 6 → 3

h : 7 → Élever au carré → 49

i : 14 → Multiplier par 5 → 70

- ❑ Ces machines s'appellent des fonctions.
- ❑ Le nombre d'arrivée s'appelle image.
- ❑ Compléter à partir des machines précédentes :

nombre de départ — image

$$i(14) = 70$$

fonction (souvent notées f)

$f(12) = 12 + 7 = 19$ | $g(9) = 9 - 6 = 3$ | $h(7) = 7^2 = 49$

Retrouver le ou les nombres introduits à l'entrée

f : 12 → Ajouter 9 → 21

g : 3 → Élever au carré → 9

h : 11 → Soustraire 11 → 0

i : -4 → Multiplier par -3 → 12

- Le nombre de départ s'appelle antécédent.
- Compléter à partir des machines précédentes :

Antécédent — Image

$$h(11) = 0$$

Fonction

$f(21) = 12 + 9 = 21$ | $g(3) = 3^2 = 3\times3 = 9$ | | $i(-4) = -4 \times (-3) = 12$

Retrouver les fonctions

f : 4 → Ajouter 17 → 21

g : 2,5 → Multiplier par 3 → 7,5

h : 6 → Soustraire 7 → -1

i : 6 → Élever au cube → 216

- Compléter à partir des machines précédentes :

$f(4) = 4 + 17 = 21$ | $g(2,5) = 2,5 \times 3 = 7,5$ | $h(6) = 6 - 7 = -1$ | $h(6^3) = 216$

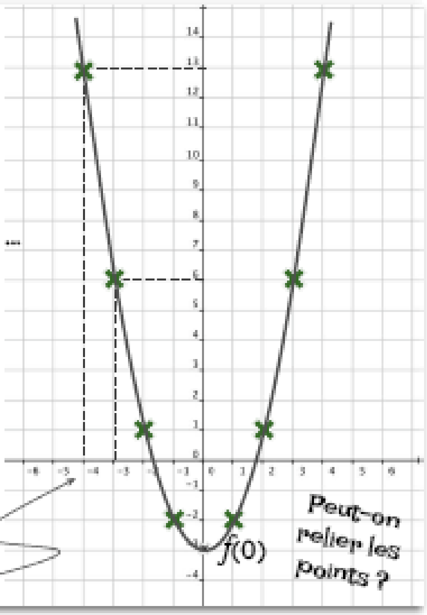
Une fonction en 2 étapes !

Si on entre le nombre 4 dans cette machine, appelée f, on obtient :

$f(4) = 4^2 - 3 = 13$

f : … → Élever au carré → Soustraire 3 → …

- Calculer les images de 0, 3 et 5
  - $f(0) = 0^2 - 3 = 0\times0 - 3 = -3$
  - $f(3) = 3^2 - 3 = 3\times3 - 3 = 9 - 3 = 6$
  - $f(5) = 5^2 - 3 = 5\times5 - 3 = 25 - 3 = 22$
  - Si on entre un x, on obtient $f(x) = x^2 - 3$
- Calculer $f(2,5)$ et $f(-10)$
  - $f(2,5) = 2,5^2 - 3 = 2,5\times2,5 - 3 = 6,25 - 3 = 3,25$
  - $f(-10) = 10^2 - 3 = (-10)\times(-10) - 3 = 100 - 3 = 97$
- Place les points de coordonnées (x ; $f(x)$) pour x allant de -4 à 4.



Fiche Mission	Calcul littéral - Fonctions Introduction de la fonction	OG6a et OG6b

Entraînement 1 Complète les cases avec le nombre obtenu par les différentes machines.

Antécédent — Machine — Image

Entrer un nombre → Machine → Nombre obtenu

Si on entre un nombre dans la machine, on obtient à la sortie un nouveau nombre.

Une *fonction* est un processus qui associe à un nombre un nouveau nombre **unique**.

On note souvent une fonction par la lettre f

Machine + 2 : 5 → 7 ; $f(5) = 7$

Machine + 2 : 8 → 10 ; $f(8) = 10$

Machine + 2 : - 2 → 0 ; $f(-2) = 0$

Machine × 3 : 2 → 6 ; $f(2) = 6$

Machine × 3 : - 6 → -18 ; $f(-6) = -18$

Machine × 3 : 2,5 → 7,5 ; $f(2{,}5) = 7{,}5$

Entraînement 2 Complète les cases avec le nombre obtenu par les différentes machines.

Machine × 2 puis Machine + 1 :

4 → 8 → 9 ; $f(4) = 9$

- 3 → -6 → -5 ; $f(-3) = -5$

0 → 0 → 1 ; $f(0) = 1$

Entraînement 3 Complète les cases avec le nombre obtenu par les différentes machines.

Machine + 6 puis Machine × 2 :

x ---> f(x) = (x + 6) . 2

2 → 8 → 16

0 → 6 → 12

- 2 → 4 → 8

- 6 → 0 → 0

$f(2) = 16$; $f(1) = 7.2 = 14$

$f(0) = 12$; $f(-1) = 5.2 = 10$

$f(-2) = 8$; $f(3) = 9.2 = 18$

$f(-6) = 0$; $f(10) = 32$

Fiche Mission	Calcul littéral - Fonctions Introduction de la fonction	OG6a

Entraînement 1 Complète les cases avec le nombre obtenu par les différentes machines.

Machine

Nombre x → ⚙ → Image $f(x)$

A un nombre x , une ***fonction*** associe un nombre et un seul, que l'on note $f(x)$. On écrit : $x \to f(x)$
on dit que x a pour **image** $f(x)$
$f(x)$ est l'image de x par la fonction f.

$x \to x + 4$: 3 → ⚙ → 7 ; $f(3) = 7$

$x \to x + 4$: 2 → ⚙ → 6 ; $f(2) = 6$

$x \to x + 4$: - 2 → ⚙ → 2 ; $f(-2) = 2$

$x \to 4 \times x$: 2 → ⚙ → 8 ; $f(2) = 8$

$x \to 4 \times x$: - 1 → ⚙ → -4 ; $f(-1) = -4$

$x \to 4 \times x$: - 3 → ⚙ → -12 ; $f(-3) = -12$

Entraînement 2 Complète le tableau

Fonction	Nombre	Calcul	Image	Notation	Phrase
$x \to x + 3$	5	$f(5) = 5 + 3 = 8$	8	$f(5) = 8$	5 a pour image 8
$x \to x + 3$	2	f(2) = 2 + 3 = 5	5	$f(2) = 5$	2 a pour image 5
$x \to x + 3$	7	f(7) = 7 + 3 = 10	10	f(7) = 10	7 a pour image 10

Entraînement 3 Complète le tableau

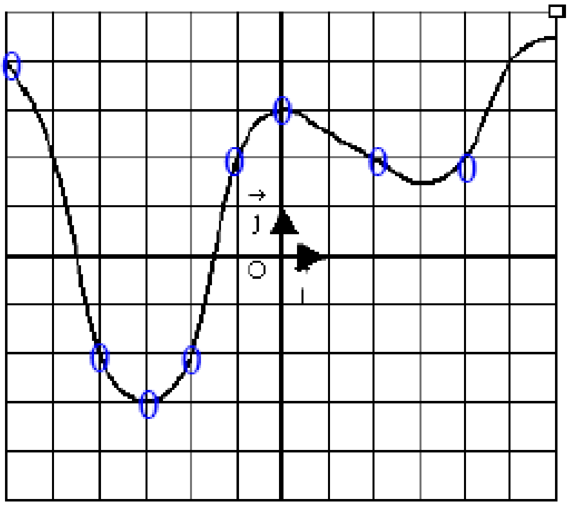
Fonction	Nombre	Calcul	Image	Notation	Phrase
$x \to 2 \times x - 3$ ou $f(x) = 2x - 3$	5	$f(5) = 2 \times 5 - 3$ $= 10 - 3$ $= 7$	7	$f(5) = 7$	7 est l'image de 5
	3	f(3) = 2.3 - 3 f(3) = 6 -3 = 3	3	$f(3) = 3$	3 est l'image de 3
	- 1	f(-1) = 2.(-1) - 3 f(-1) = -2 -3 = -5	-5	f(-1) = -5	-5 est l'image de -1

Entraînement 4 Complète le tableau

Fonction	Nombre	Calcul	Image	Notation	Phrase
$x \to x^2 - 4$ ou $f(x) = x^2 - 4$	3	$f(3) = 3^2 - 4$ $= 9 - 4$ $= 5$	5	$f(3) = 5$	3 a pour image 5
	6	$f(6) = 6^2 - 4$ f(6) = 36 - 4 f(6) = 32	32	f(6) = 32	32 est l'image de 6
	-3	$f(-3) = (-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5$		f(-3) = 5	

Fiche Mission	**Fonctions** Lecture graphique de fonctions	OG6a et OG6b

☐ **Entraînement 1** *Complète par lecture graphique en traçant des pointillés*



f (0) = 3.......... f (- 3) = -3........

f (- 1) = 2.......... f (2) = 2.........

f (..-1....) = 2 f (...2........) = 2 f (...4........) = 2

f(-5) = 2

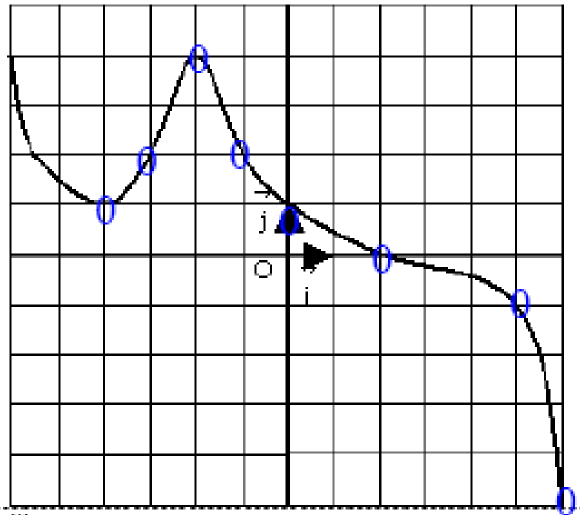
- Quelle est l'image par la fonction f du nombre - 6 ?

  - 6 a pour image ..4.....

- Quel est le nombre qui a pour image par la fonction f le nombre - 2 ? -2 et -4

  -2 .... -4 a pour image - 2.

☐ **Entraînement 2** *Complète par lecture graphique en traçant des pointillés*



f (0) = 1.......... f (2) = 0.........

f (- 4) = 1.......... f (- 2) = 4.........

f (..-3....) = 2 f (..-1........) = 2 préciser l'intervalle car.....

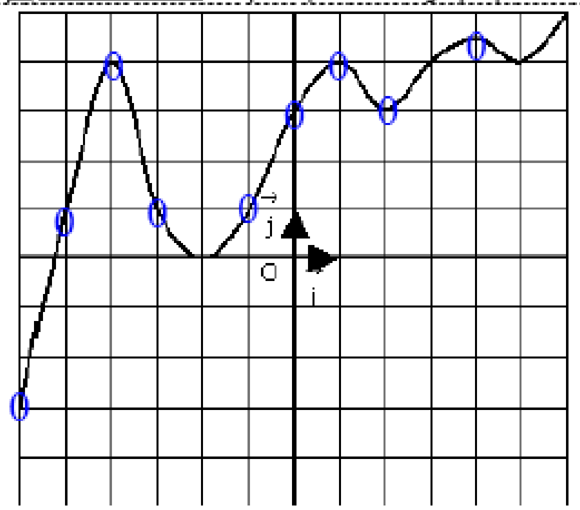
- Quelle est l'image par la fonction f du nombre 6 ? -5

  6.... a pour image ..-5.....

- Quel est le nombre qui a pour image par la fonction f le nombre - 1 ? réponse : 5

  ..5... a pour image - 1.

☐ **Entraînement 3** *Complète par lecture graphique en traçant des pointillés*



f (0) = 3.......... f (2) = 3..........

f (- 4) = 4.......... f (1) = 4.........

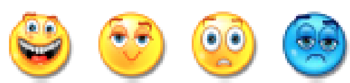
f (-5....) = 1 f (..-3........) = 1 f (...-1........) = 1

- Quelle est l'image par la fonction f du nombre 5 ?

  5 a pour image 4......

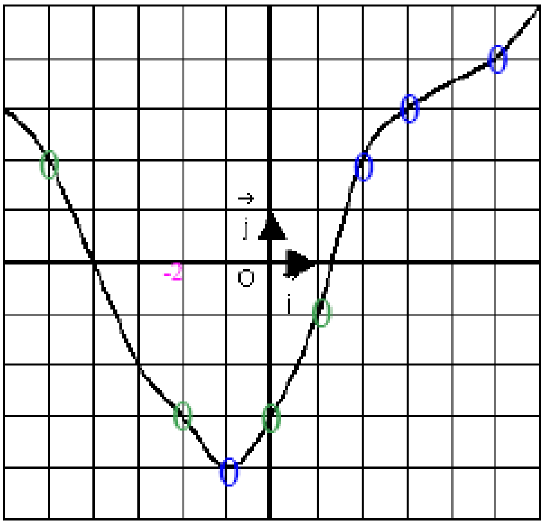
- Quel est le nombre qui a pour image par la fonction f le nombre - 3 ?

  -6....... a pour image - 3.



Fiche Mission	**Fonctions** Lecture graphique de fonctions	OG6a

☐ **Entraînement 1** Complète par lecture graphique en traçant des pointillés



Abscisses	x	2	3	5	- 1
Ordonnées	y	2	3	4	-4

$f(0) =$ ..-3...... $f(1) =$ ..-1.......

$f(-2) =$ -3....... $f(-5) =$ 2.......

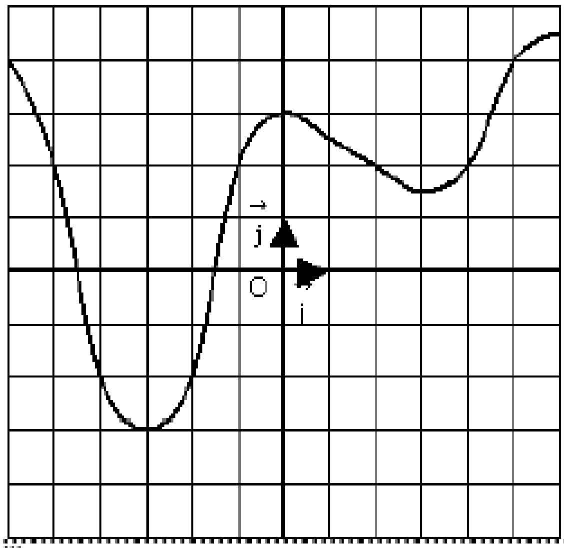
- Quelle est l'image par la fonction f du nombre -4 ?

  -4 a pour image ..0.....

- Quelle est l'image par la fonction f du nombre 6 ?

  5

☐ **Entraînement 2** Complète par lecture graphique en traçant des pointillés



Abscisses	x	2	4	5	- 1
Ordonnées	y	2	2	4	2

$f(0) =$ .....3...... $f(-3) =$ ..-3.......

$f(-2) =$ -2....... $f(-5) =$ ..2.......

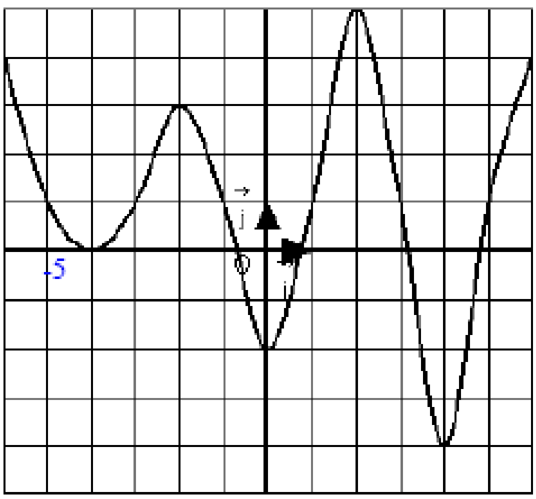
- Quelle est l'image par la fonction f du nombre -4 ?

  -4 a pour image -2.....

- Quelle est l'image par la fonction f du nombre -6 ?

  4

☐ **Entraînement 3** Complète par lecture graphique en traçant des pointillés



Abscisses	x	- 5	- 1	1	2
Ordonnées	y	1	1	1	5

$f(0) =$ ..-2....... $f(3) =$ ..1.......

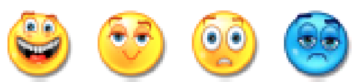
$f(-2) =$ 3......... $f(4) =$ ....-4......

- Quelle est l'image par la fonction f du nombre -3 ?

  -3 a pour image ..1.....

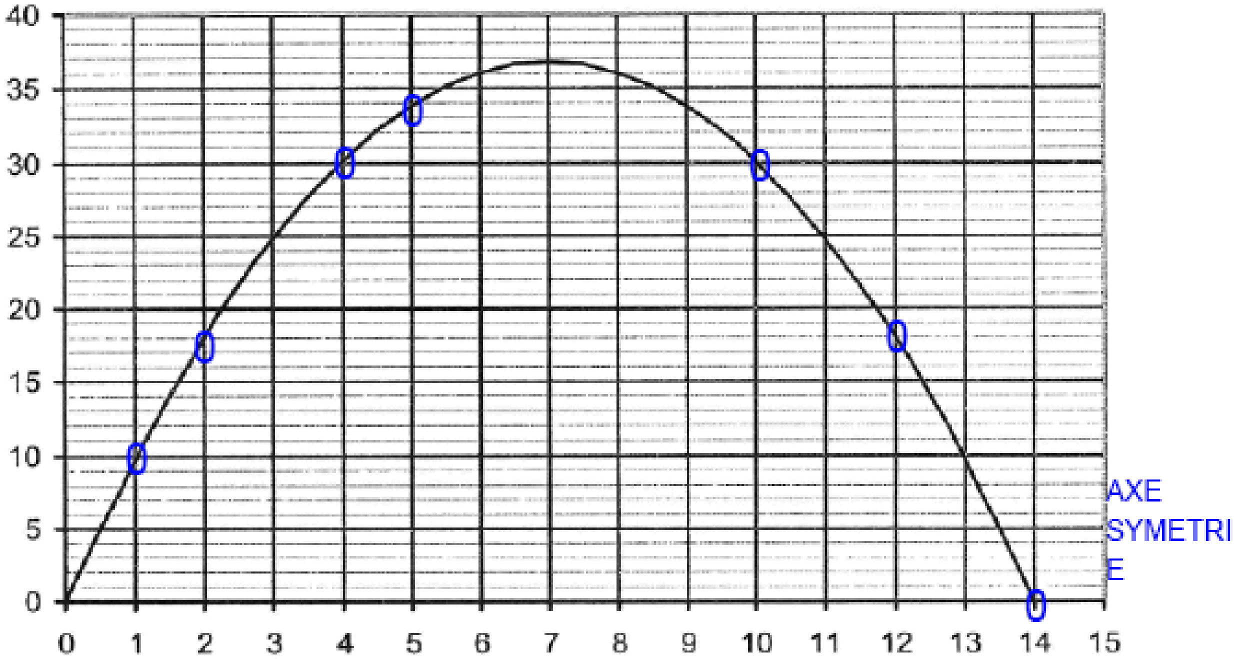
- Quelle est l'image par la fonction f du nombre 5 ?

  1



Fiche Mission	**Fonctions** Lecture graphique de fonctions	OG6a et OG6b

Courbe représentative de la fonction f



Entraînement 1 *Complète par lecture graphique*

Abscisses	x	0	1	2	4	5	10	12	14
Ordonnées	y	0	10	18	30	34	30	18	0

Entraînement 2 *Complète par lecture graphique*

$f(1) =$ 10 $f(2) =$ 18 $f(5) =$ 34 $f(12) =$ 18

$f(3) =$ 25 $f(8) =$ 36 $f(7) =$ 37 $f(11) =$ 25

Entraînement 3 *Complète par lecture graphique*

- Quelle est l'image par la fonction f du nombre 1 ? 1 a pour image 10
- Quelle est l'image par la fonction f du nombre 4 ? 4 a pour image 30
- Quelle est l'image par la fonction f du nombre 13 ? 13 a pour image 10

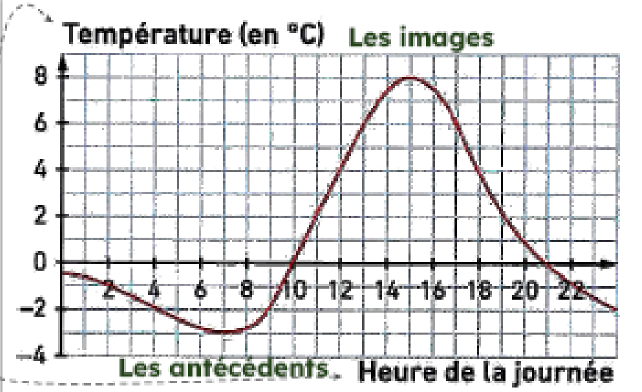
Entraînement 4 *Complète par lecture graphique*

- Quels sont les nombres qui ont pour image 10 ? $f($ 1 $) = 10$ et $f($ 13 $) = 10$
- Quels sont les nombres qui ont pour image 25 ? $f($ 11 $) = 25$ et $f($ 3 $) = 25$

Axe de symétrie - Sommet

1 **Exo : Température en fonction de l'heure**

À Aurillac, le 9 janvier dernier, on a relevé les températures en continu sur la journée :



1. Compléter : « Cette courbe représente les variations de température en fonction des heures de la journée

2. On note T la fonction qui, à une heure h donnée de la journée, fait correspondre la température T(h) en °C. Compléter :

T : h → T(h)

3. Que signifie l'écriture T(12) ?
T(12) est l'image de 12, c'est la température qu'il fera à 12h
4. Que signifie l'égalité T(18) = 4 ?
L'image de 18 par la fonction T est 4, il fera 4°C à 18h
5. Compléter les égalités suivantes :

a. T(20) = 1 b. T(9) = -2

c. T(7) = -3 d. T(10) = T(21) = 0

2 **Exo : Randonnée en altitude**

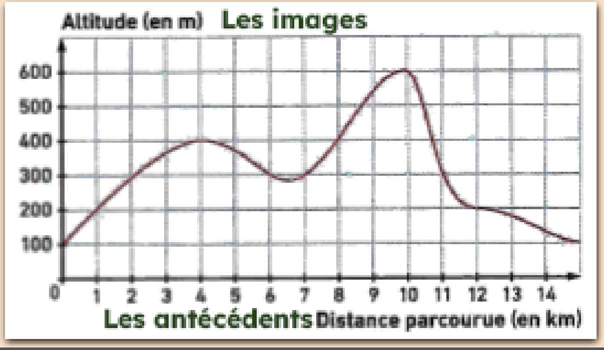
À quelle altitude se trouve-t-on après avoir parcouru 6 km ?
L'image de 6 est 300. On sera à 300 m.

Après combien de kilomètres parcourus se trouve-t-on à 200 m d'altitude ?
L'antécédent de 200 est 1. Après 1 km.

3. On note *A*, la fonction qui à la distance *d* parcourue en km, fait correspondre l'altitude *A(d)* en m. Compléter :

❑ a. *A(8)* = *400* b. *A(10)* = 600

Le graphique suivant donne les variations de l'altitude au cours d'une randonnée :



3 **Exo : Une petite visite en voiture**

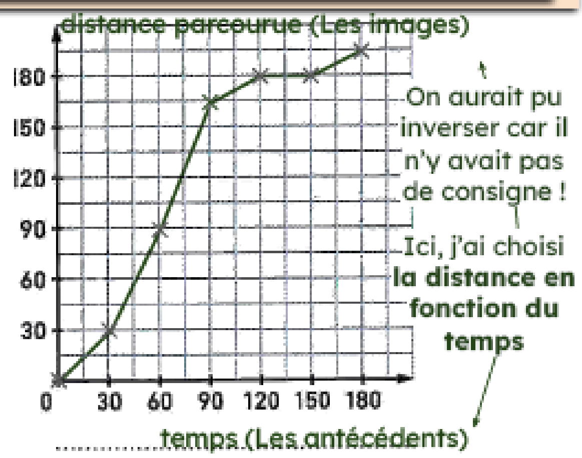
Léo va rendre visite à des amis. En partant, il met le compteur kilométrique de sa voiture à zéro, puis note toutes les 30 minutes les kilomètres parcourus :

Temps écoulé (en min)	0	30	60	90	120	150	180
Distance parcourue (en km)	0	30	90	165	180	180	195

On note D, la fonction qui, à t le temps écoulé en min, fait correspondre la distance parcourue D(t) en km.

1. a. Pour chaque colonne du tableau, écrire une égalité permettant de traduire la correspondance entre temps écoulé et distance parcourue.
D(0) = 0 D(30) = 30 D(60) = 90 D(90) = 165
D(120) = 180 D(150) = 180 D(180) = 195
b. Il est conseillé de faire une pause d'au moins 15 min toutes les 2 h. Léo a-t-il suivi ce conseil ? On constate qu'au bout de 120 min (2h), Léo s'accorde une pause de 30 min (la distance parcourue n'augmente pas)

c. Peut-on relier les points placés dans le repère ? Justifier. Oui, on aurait pu faire un relevé continu de la distance parcourue en fonction du temps.



PLAN DE TRAVAIL — TRACE ÉCRITE — CORRECTION

MISSION 4 : DÉTERMINER UN ANTÉCÉDENT PAR UNE FONCTION

1 Détermine mentalement un antécédent dans chaque cas !

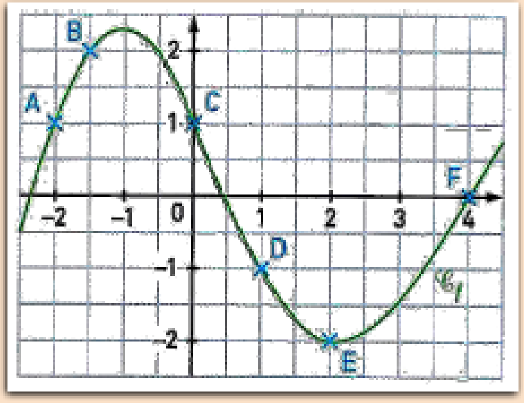
f : 31 → Ajouter 17 → 48

g : 180 → Diviser par 9 → 20

h : 6 → élever au carré → soustraire 3 → 33

2 **Exo :**

Voici la représentation graphique d'une fonction *f*



1. Relever les coordonnées des points repérés sur la représentation graphique :

A (-2; 1) ; B (-1,5 ; 2) ; C (0 ; 1)

D (1 ; -1) ; E (2 ; -2) ; F (4;0)

2. À l'aide de ces couples de coordonnées, compléter le tableau de valeurs suivant :

x	-2	-1,5	0	1	2	4
f(x)	1	2	1	-1	-2	0

3. Donner un ou des antécédents de -2, puis de 1 par la fonction f.

-2 admet un seul antécédent par f : 2
1 admet deux antécédents par f : -2 et 0

3

1. soit $f : x \to 2x + 3$;
   - 15 – 3 = 12
   - 12 ÷ 2 = 6
   - 20 – 3 = 17
   - 17 ÷ 2 = 8,5

   15 a pour antécédent 6 par f donc $f(6) = 15$.
   et 17 a pour antécédent 8,5 f donc $f(8,5) = 17$.

2. soit $g : x \to x^2 - 4$
   - 32 + 4 = 36
   - $36 = 6^2$ ou $36 = (-6)^2$
   - 77 + 4 = 81
   - 81 = 9 ou $81 = (-9)^2$

   32 a pour antécédents 6 et -6 par g
   et 77 a pour antécédent 9 et -9 par g.

3. Graphiquement 2 a pour antécédent -3 par h
   Graphiquement -2 a pour antécédent 1 par h

Notion de fonction : synthèse 1

I. C'EST QUOI UNE FONCTION ?

Définition : Une fonction est un processus qui permet, à partir d'un nombre de départ, d'obtenir un **unique** nombre d'arrivée.

<u>Exemple</u> : Voici une boîte qui représente une fonction.

La fonction f qui associe à un nombre son triple augmenté de 5 peut être notée :

$f : x \mapsto 3x + 5$
se lit
« la fonction f qui à x associe $3x + 5$ »

ou

$f(x) = 3x + 5$
se lit
« f de x égal $3x + 5$ »

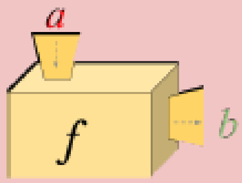
II. DÉTERMINER L'IMAGE

Pour déterminer l'image d'un nombre, il faut déterminer le nombre d'arrivée !

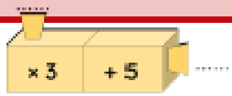
Définition : Par une fonction f, lorsqu'au nombre de départ a, on fait correspondre le nombre b, on dit que b est l'image de a par la fonction f.

On le note de deux façons différentes mais qui signifient la même chose :

- ❑ $f : a \to b$ *(lire : f qui à a associe b)*
- ❑ $f(a) = b$ *(lire : f de a égal b)*



<u>Exemple :</u> Pour déterminer l'image de 2 …



- f : 2 → 2 × 3 + 5 = 6 + 5 = 11 on dit que 11 est l'image de 2 par la fonction f.

On écrira f : 2 → 11 ou f(2) = 11

Méthode : Pour déterminer l'image d'un nombre par une fonction définie par une formule en x, il suffit de remplacer x par ce nombre.

III. DÉTERMINER UN ANTÉCÉDENT

Définition : Par une fonction f, lorsqu'au nombre de départ a, on fait correspondre le nombre b, on dit que a est un antécédent de b par la fonction f.
Remarque : Un nombre peut avoir plusieurs antécédents par une fonction.

Donc pour déterminer un antécédent d'un nombre, il faut retrouver le nombre de départ !

Reprenons la fonction $f : x \to 3x + 5$ et cherchons un antécédent de 32.

- on peut "remonter" la machine à l'envers
  - 32 – 5 = 27
  - 27 : 3 = 9

$f(9) = 32$ donc 9 est un antécédent de 32 par la fonction f

?Pour quelle valeur de x, f(x) = 32 ? revient à résoudre :

- $3x + 5 = 32$

$3x = 27$

$x = 27/3 = 9$

Mission découverte 3

Corrigé

Info

Une relation d'un ensemble *A* vers un ensemble *B* établit un lien entre certains éléments de A et certains éléments de B. (*d'après le livre*[1]).

Une relation d'un ensemble *A* vers une ensemble *B* est définie par un ensemble de couples (x, y) où $x \in A$ et $y \in B$.

Dans un tel couple, y est appelé l'image de x.

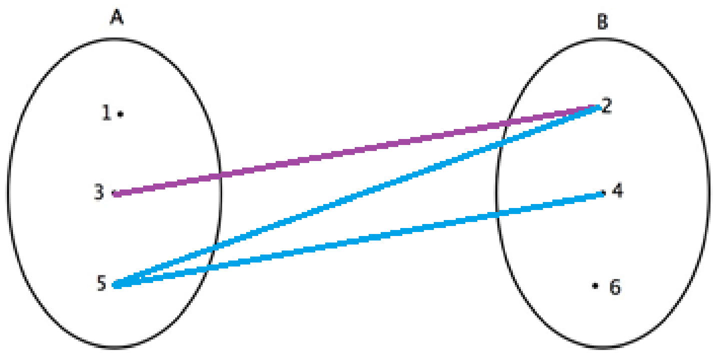
Dans cette relation, *A* est appelé **l'ensemble de départ** et *B* est appelé **l'ensemble d'arrivée**.

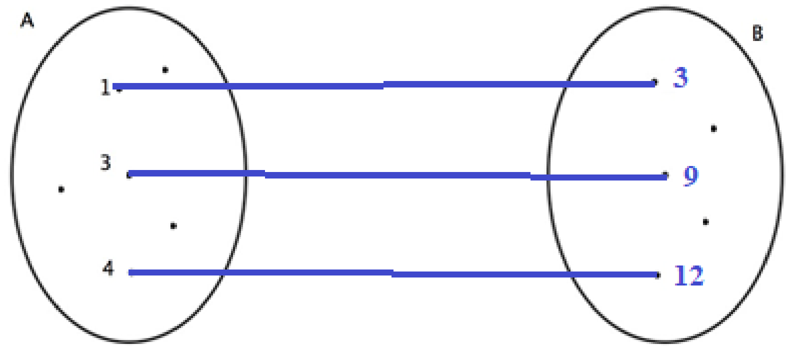
On peut représenter une relation par un diagramme sagittal, c'est-à-dire par un ensemble de flèches dont chacune va d'un élément de *A* à un élément de *B*.

Recherche 1

Soit A = {1; 3; 5} soit B = {2; 4; 6} et Soit la relation r_1 = "est plus grand que".	Soit A = $\Re$ soit B = $\Re$ soit la relation r_2 « a pour triple »

ETABLIS le diagramme sagittal de la relation demandée





Observations

A tout élément de l'ensemble A, il lui correspond **0, 1 ou 2** … élément(s) de l'ensemble B.	A tout élément de l'ensemble de départ, il lui correspond **0 ou 1**………. élément(s) de l'ensemble d'arrivée

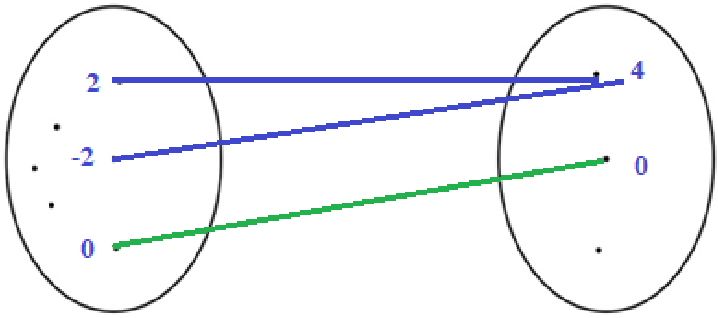
[1] "Des situations pour apprendre", page 193

Il s'agit d'une relation ………………………….	Il s'agit d'une fonction …….

Recherche 2 (diagramme)

Corrigé

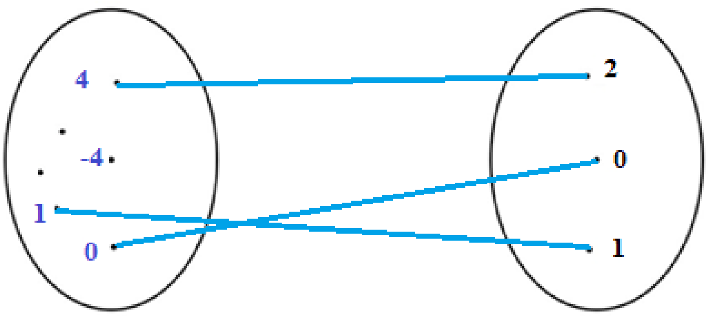
☺ r_1 = "a comme carré"



A tout élément de l'ensemble de départ, il lui correspond …**1**… élément(s) de l'ensemble d'arrivée : il s'agit d'une fonction

Cela correspond au graphique $\mathbf{y = x^2}$..

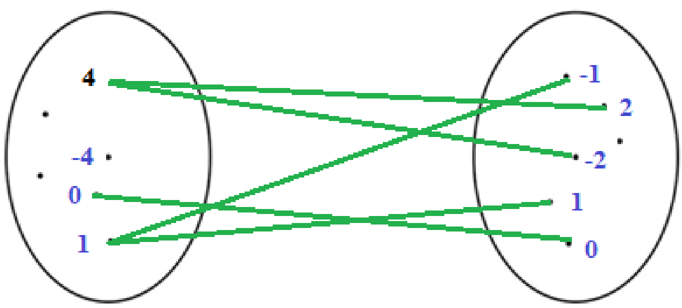
☺ r_2 = "a comme racine carrée" et



A tout élément de l'ensemble de départ, il lui correspond …0 ou **1**… élément(s) de l'ensemble d'arrivée : il s'agit d'une fonction.

Cela correspond au graphique $y = \sqrt{x}$……..

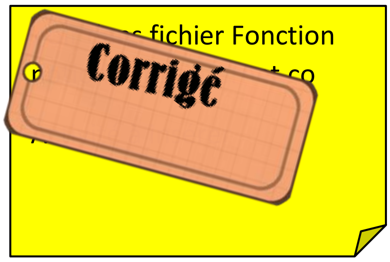
☺ r_3 = "est le carré de".



A tout élément de l'ensemble de départ, il lui correspond 0 , 1 ou **2**… élément(s) de l'ensemble d'arrivée : il s'agit d'une relation

Cela correspond au graphique ……..

Recherche 2

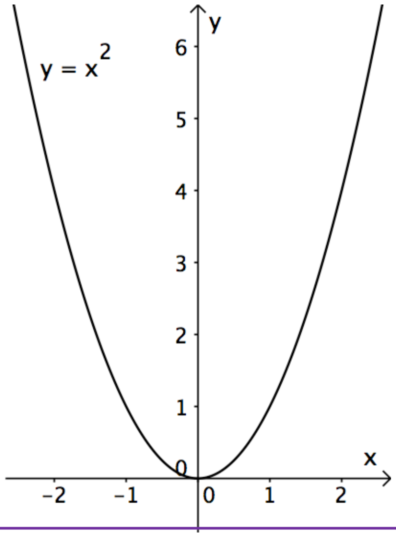


Voici trois relations de l'ensemble $\Re$ des réels vers $\Re$ lui-même :

- ☺ r_1 = "a comme carré"
- ☺ r_2 = "a comme racine carrée" et
- ☺ r_3 = "est le carré de".

Voici trois graphiques traduisant chacune de ses relations.

RETROUVE le graphique correspondant (Aide-toi du diagramme sagittal ci-contre)



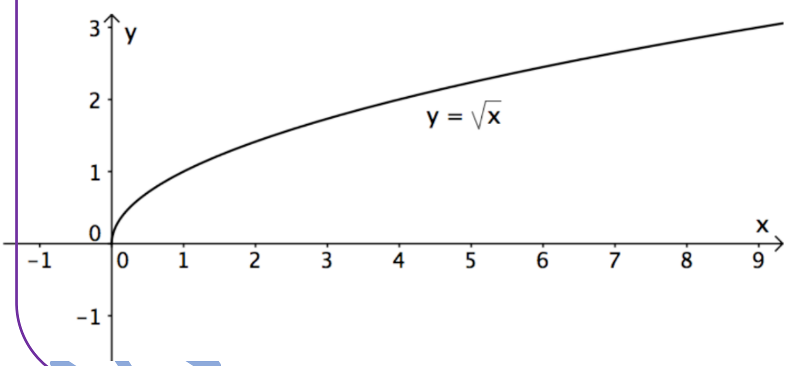
x	-1	0	1
$f(x) = y$	1	0	1

$\Re$

A toute valeur réelle de la variable x, il lui correspond **1** valeurs(s) de y (l'ensemble d'arrivée) : il s'agit d'une fonction $\Re \rightarrow \Re$

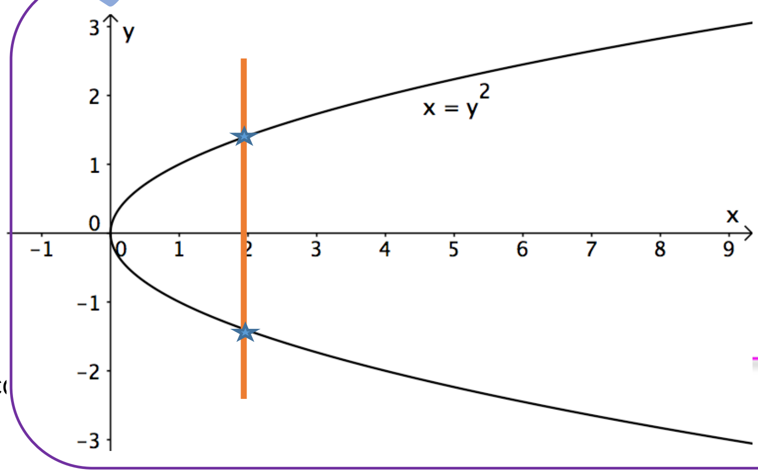
x	-1	0	1
$f(x) = y$	//	0	1

Relation r_2 = "a comme racine carrée".



A toute valeur réelle positive de la variable x, il lui correspond 0 ou **1**… valeurs(s) de y (l'ensemble d'arrivée) : il s'agit d'une fonction

$\Re^+ \rightarrow \Re^+$



x	-1	0	1
$f(x) = y$	////	0	**1 et -1**

A toute valeur réelle de la variable x, il lui correspond 0 , 1 ou 2 valeurs(s) de y (l'ensemble d'arrivée) :

il s'agit d'une relation…..

Recherche 3 : Relation, variable indépendante et variable dépendante

« …… en fonction de ………

Un lien entre deux variables est appelé une **relation**.

Généralement, dans une relation entre deux variables :

- Celle dont la variation **entraîne** la variation de l'autre est appelée variable **indépendante.**
- Celle dont la variation **réagit** à la variation de l'autre est appelée variable **dépendante.**

Exemple

Ex. :

Relation	Variable indépendante	Variable dépendante
1) La masse d'une dinde surgelée et son prix.	Masse → Prix Le prix d'une dinde surgelée dépend de sa masse.	
2) L'aire totale des murs et du plafond d'une pièce et le temps pour peindre cette pièce.	Aire totale → Temps Le temps pour peindre une pièce dépend de l'aire totale des murs et du plafond.	

Exercice :

Encercle la variable dépendante et encadre la variable indépendante dans les situations suivantes.

a) Le volume d'une baignoire et la quantité d'eau qu'il faut pour la remplir.

b) Le montant d'une facture d'électricité et la quantité d'électricité consommée.

c) L'épaisseur d'un livre et son prix.

d) Le temps qu'il faut pour aller à Québec et la vitesse à laquelle on roule.

e) Le nombre de km parcourus en taxi et le prix de la course.

f) La hauteur d'une montagne et le temps qu'il faut pour la gravir.

Fonction : vous avez dit fonction ? mais qu'est-ce donc ?

Observons l'exemple suivant :

Faisons entrer des nombres dans la « machine à transformer appelée *f* » et observons les résultats obtenus.

3 → f → 9 *Se note f*(3) = 9……… coordonnée : (3 ;9)

2 → f → 6 *f*(2) = 6……… coordonnée : (2 ;6)

4 → f → 12 *f*(4) = 12……… coordonnée : (4 ; 12)

x → f →

Il semblerait que « la machine à transformer » triple………… la valeur du nombre de départ

Faisons le point

Une fonction, c'est une « machine » mathématique.

On y fait entrer des nombres, elle les transforme et donne le résultat.

Certaines fonctions acceptent plusieurs nombres à l'entrée, mais une fonction donne un seul résultat à la fois.

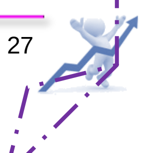
Pour certaines valeurs d'entrée, des fonctions ne donnent pas de résultat.

Exemples : x → f → y   x, z → f → y

Forme générale :

- Souvent la fonction s'appelle *f*, mais on peut lui donner un autre nom (g, h …)
- Elle utilise un nombre x ; on parle alors de la fonction *f*(x) lue « *f* de x » ;
  si une fonction utilise deux nombre x et z par exemple, on écrit *f*(x , z) comme en physique (Archimède, pression hydrostatique.
- Son résultat est souvent appelé y (ou **image**);

  on écrit donc *f*(x) = y,
  ce qui signifie « la fonction *f* utilise un nombre appelé x et donne un résultat appelé y »
  « y est l'image de x par la fonction f » *ou* « x a pour image y par la fonction f »



- f : ensemble de départ → ensemble d'arrivé

$$x \to f(x)$$

- L'ensemble de départ est appelé le domaine de la fonction

Revenons à notre exemple

La fonction $f(x)$ triple.............................la valeur du nombre.

On écrit simplement $f(x) = 3x$.................. ou encore $y = 3x$........

3 → $\boxed{f}$ → 9 $f(3) = 9$ et on peut calculer $f(7) = 3 . 7 = 21$......... (7 ; 21)

2 → $\boxed{f}$ → 6 $f(2) = 6$ $f(0) = 3 . 0 = 0$....................(0 ;0).........

4 → $\boxed{f}$ → 12 $f(4) = 12$ $f(-3) =$ ...3. (-3) =-9...........(-3 ; -9)..........

x → $\boxed{f}$ → 3x $f(x) = 3x$

Insérer la feuille d'exercice

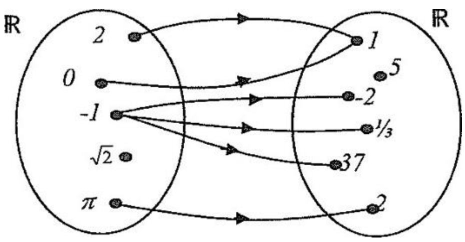
2. Notions : vocabulaire et définitions

A) Fonction ou relation ?

1. Relation

Une relation liant deux variables x *et* y **est une relation** qui,
à toute valeur réelle **de** la variable x, **fait correspondre zéro, une ou plusieurs valeurs** réelles **de** y.

Diagramme d'une relation :

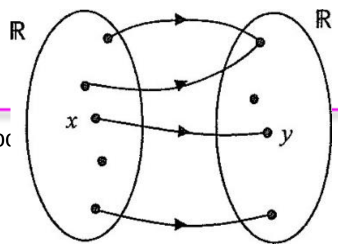


2. Fonction

Une fonction liant deux variables x *et* y **est une relation** qui,

à toute valeur réelle **de** la variable x, **fait correspondre au plus** (0 ou 1) **une valeur** réelle **de** y.

Diagramme d'une fonction :



Notation : $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \to y = f(x)$

On dira que f envoie x sur $f(x)$ ou que $f(x)$ est l'image de x par la fonction f.

Graphique cartésien d'une fonction

Le graphique G_f d'une fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ est l'ensemble des couples du type (x, y) ou $(x, f(x))$

- ☺ Le premier élément du couple est appelé **l'abscisse** (ou **antécédent**) du point,
- ☺ le deuxième est appelé **l'ordonnée** du point (ou **image** de l'abscisse).

Notation : ***Gf* =** { (x,y) I y = f(x) }

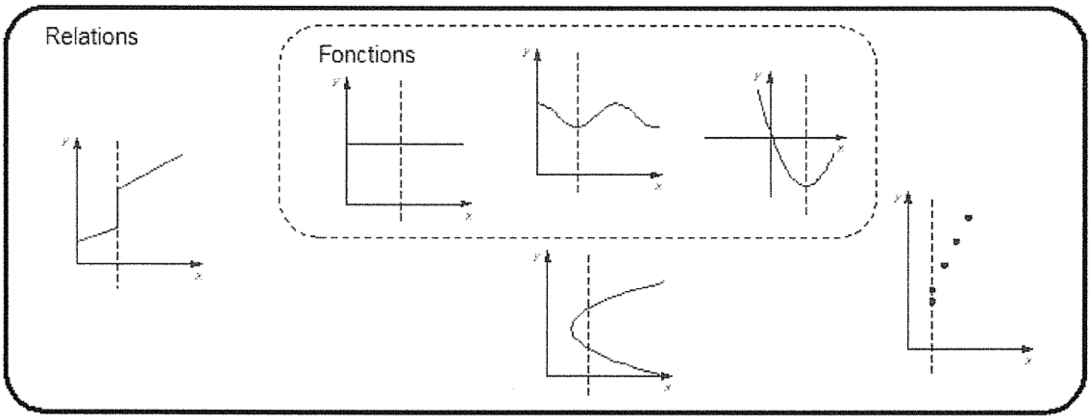
Comment distinguer le graphique d'une relation de celui d'une fonction ?

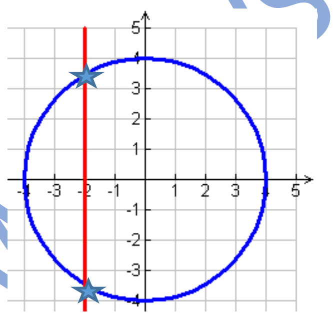
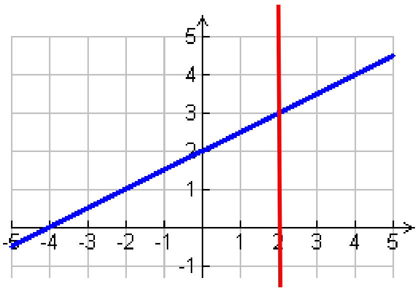
Dans un plan cartésien, **le test de la droite verticale**,

nous permet de vérifier si la relation est une fonction.

Test de la droite verticale

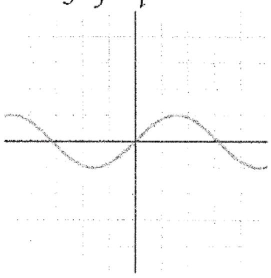
Si on imagine des droites verticales dans le graphique (lignes pointillées sur les graphiques ci-dessous), chacune d'elles doit croiser la relation en **au plus un point** pour que la relation soit une **fonction.**



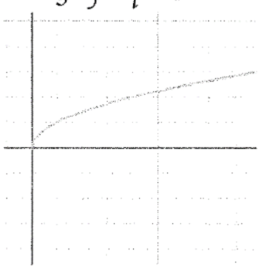
Relation	**Fonction**
	
Ce graphique représente une relation car **une parallèle à y coupe le graphique en 2 points**	Ce graphique représente une fonction car **Toute parallèle à y coupe le graphique en 0 ou 1 point**

Quels graphiques illustrent une fonction ?

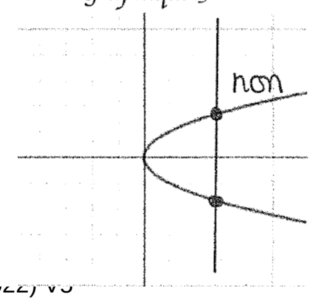
Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3

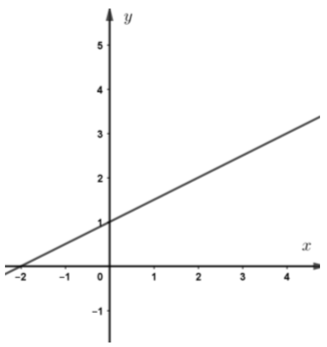


B) Représentation

Comme étudié en physique, la correspondance entre ces deux grandeurs x et y peut être décrite :

☺ **par un graphique** (certains parlent de **graphique cartésien**),

qui reprend, sous forme de coordonnées, les couples de valeurs qui se correspondent.



☺ **par un tableau** qui associe les diverses valeurs qui se correspondent :

x	y
0	4
1	8
2	12
…	…

L'image de 0 est 4 $y_1 = f(0) = 4$

L'image de 1 est 8 $y_2 = f(1) = 8$

L'image de 2 est 12 $y_3 = f(2) = 12$

☺ **par une formule mathématique** qui montre le lien qui existe entre ces deux grandeurs.

Cette formule porte aussi le nom d'**équation du graphe cartésien de la fonction**.

Elle se note y = …… ou *f(x)* = ...

C) Antécédent et image

On peut voir la fonction comme une machine où on rentre une valeur par un bout : **l'antécédent** et il ressort une autre valeur à l'autre bout : **l'image**.

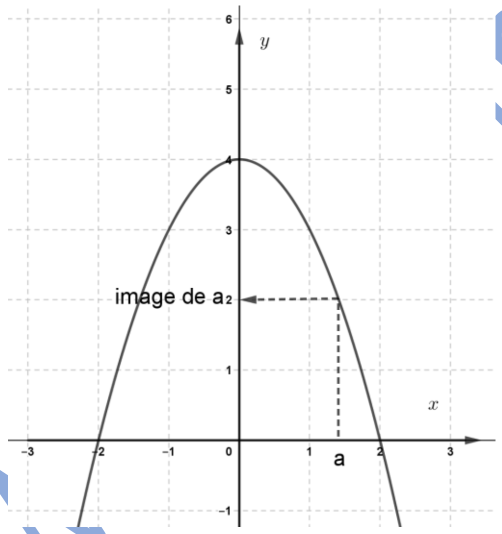
Antécédent	→	Fonction	→	Image
x		f		y ou $f(x)$
Variable indépendante				variable dépendante

- Les éléments de l'ensemble de départ qui ont une image par la fonction sont appelés **antécédents** de la fonction.
- Les éléments de l'ensemble d'arrivée qui sont l'image d'un ou plusieurs antécédents sont appelés **images** de la fonction.

Ainsi :

1. l'image de a par la fonction f
   ⇔ **l'image** par la fonction f de a
   ⇔ f(a)=…

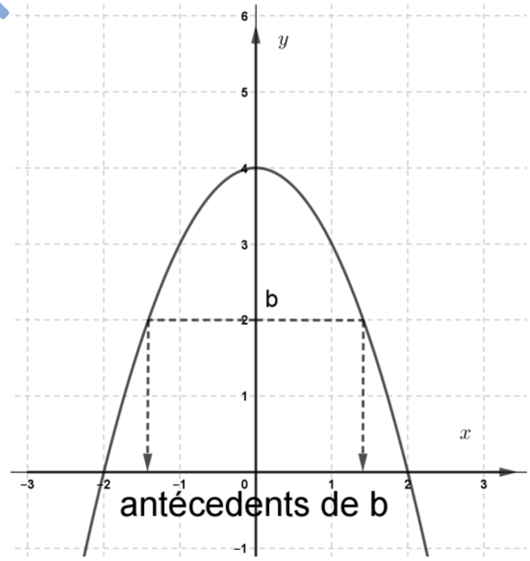
   x = a et **on cherche y** (un seul)



Ex : f(-1)= **3** f(2)=… **0**..

2. Le(s) réel(s) qui a pour image b
   ⇔ le(s) **antécédent**(s) de b
   ⇔ f(….) = b

   y = b et **on cherche un ou plusieurs** x



Ex : antécédents de 3 : x = **-1**….et x = **1**

D) Vocabulaire

- x est appelée la **variable indépendante** de la fonction et y la variable dépendante.
- L'image du réel x par la fonction « f » est notée $f(x)$ qui se lit « f de x »
  $y = f(x)$ ou $f : \Re \to \Re : x \to y = f(x)$
- Lorsque les valeurs prises par x et y sont des nombres réels, on parle de **fonction numérique d'une variable réelle**.
- Une fonction est **définie** en une valeur **lorsque cette valeur a une image**.
- Souvent la fonction s'appelle f mais on peut lui donner un autre nom $(g, h, \ldots)$

☞ Souvent la fonction s'appelle f mais on peut lui donner un autre nom $(g, h, \dots)$

RELATIONS

FONCTIONS

Vocabulaire

lecture

Exercices

Qr codes

1 Lien entre graphique – tableau et formule : Fonction ou pas ?

- Marc belot

2 Notations : intervalles……

3 Domaine et image

4 Tableau de signes et croissance : synthèse

Vocabulaire

Exercices

Exercice 1

Soit une fonction telle que $f(-5) = 10{,}5$. **TRADUIS** cette égalité par deux phrases :

a) l'une contenant le mot « image » :

10,5 est l'image de -5 par la fonction f ou -5 a pour image 10,5 par la fonction f

b) l'autre contenant le mot « antécédent »

l'antécédent de 10,5 par la fonction f est -5..

Exercice 2 **TRADUIS** chaque phrase par une égalité.

a) 4 a pour image 5 par la fonction f : $f(4) = 5$..

c) l'image de 17,2 par la fonction h est -17 : $h(17{,}2) = -17$ ....

d) 4 a pour antécédent 5 par la fonction f : $f(5) = 4$..

e) Un antécédent de -5 par la fonction k est -8 : $k(-8) = -5$..

Exercice 3 Voici un tableau de valeurs d'une fonction f :

x	-3	-1	0	2	4	5
y	7	-2	-3	5	-3	6

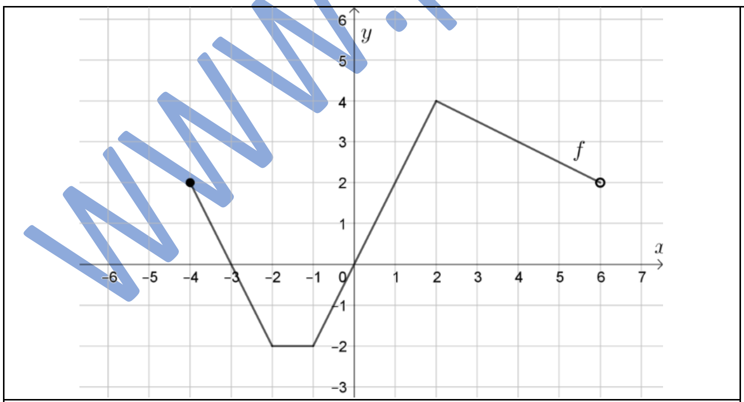
☺ **DÉTERMINE** l'image par la fonction f de :

a) 0 ? -3 .... b) 5 ? .. 6... c) -3 ? ...7...

☺ **DÉTERMINE** un antécédent par la fonction f de :

a) 7 ? . -3..... b) 5 ? ..2...... c) -3 ? 0 ou 4..

Exercice 4 **COMPLÈTE**



- Le graphique de la fonction f passe par le point de coordonnées (-1 ;-2) signifie que f(**-1**.) = **-2**....
- Le graphique de la fonction f passe par le point de coordonnée (6 ;2) signifie que l'antécédent de **2** est **6**

- $f(-1)$ = -2..... $f(0) =$ 0.

  $f(4)$ = 3 $f(-3) =$ 0

  $f(...)=2$ x =- 4 ou 1 $f(...)=4$ x = 2

  $f(...)=0$ x =0 ou -3 $f(...)=3$ x =1,5 ou 4
- L'image de 1 par f est 2., on écrit $f(1) = 2$.
- L'image de -3 par f est 0, on écrit $f(-3) = 0$

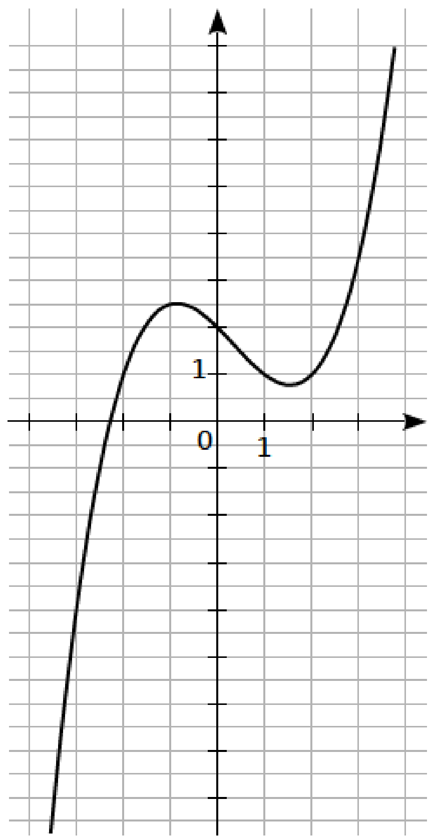
  L'antécédent de **2**. est 1, on écrit $f(1) = 2$..
- L'antécédent de 4 est 2, on écrit $f(2) = 4$
- 1 est l'image de -3,5 ou 0,5, on écrit $f(-3{,}5) = 1$

Le graphique de la fonction f passe par le point de coordonnées (-3 ;0) signifie que l'image de **-3** est **0**

$f(0,5) = 1$

Vocabulaire et lecture de graphique : *Exercices*

Exercice 5 **DRESSE** un tableau de valeurs de la fonction f.



Ce graphique représente une fonction h .

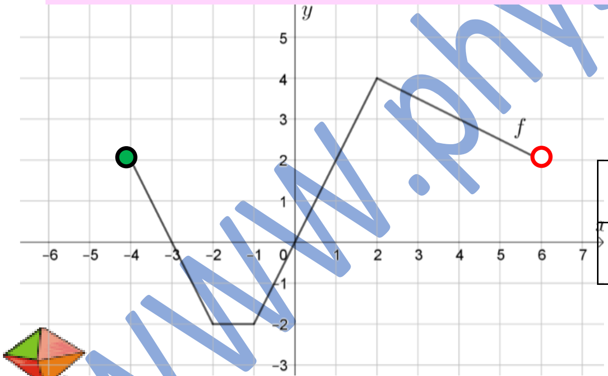
COMPLÈTE .

- $h(-2) =$ **1**
- $h(-1) =$ **2,5**
- h **(…-3**….. $) = -4$
- $h(0) =$ **2**
- $h(1) =$ **1**
- $h(2) =$ **1**
- h **(3..** $) = 3{,}5$

DÉTERMINE les antécédents de 1 par h ?

$h(x) =$ **1** ***x = - 2 et x = 2***

Exercice 6 **DRESSE** le tableau de valeurs de la fonction f

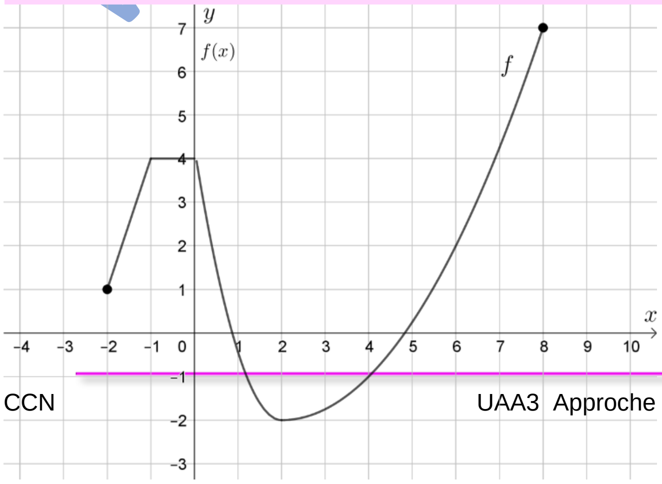


Zéros de la fonction

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	6
$f(x)$	2	0	-2	-2	0	2	4	////

Même y : fonction constante sur cet intervalle

Exercice 7 Voici la représentation graphique d'une fonction f. **COMPLÈTE**



a. $f(2) =$ **-2..** $f(\ldots) = 2$ $f(-1) =$**4**

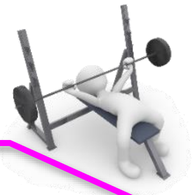
b. **CITE** un réel qui

- n'a aucun antécédent : **- 3**……………
- a un seul antécédent : **-2..**……………
- n'a pas d'image : **- 3..**………………

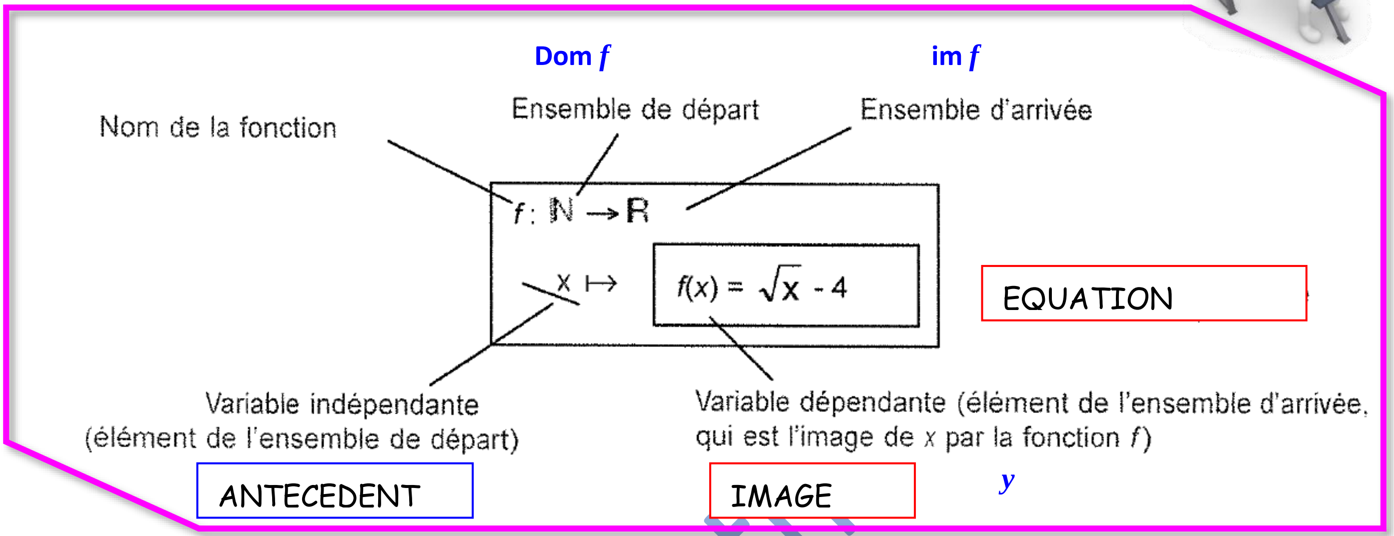
- a deux antécédents : **-1..**…………..
- a trois antécédents : **2..**…………..

Ensembles : notation et lecture

Exercices



Exercice 8



Cette notation se lit :

«Fonction *f* de $\mathbb{N}$ vers $\mathbb{R}$ qui, à un élément *x* appartenant à $\mathbb{N}$, fait correspondre un élément appartenant à $\mathbb{R}$ que l'on note *f*(*x*).»

Selon cette notation, f(x) représente le «y». Les couples appartenant à cette fonction sont des couples (x, f(x)).

Exercices : **TRADUIS** la notation suivante selon le modèle présenté ci-dessus.

a) $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$
$x \mapsto g(x) = 2x - 6$

Fonction g de $\mathbb{N}$ vers $\mathbb{N}$ qui, à un élément x appartenant à $\mathbb{N}$, fait correspondre un élément appartenant à $\mathbb{N}$ que l'on note g(x).

b) $t : \Re \to \Re$
$x \mapsto t(x) = [2(x-1)] + 2$

Fonction t de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ qui, à un élément x appartenant à $\mathbb{R}$, fait correspondre un élément appartenant à $\mathbb{R}$ que l'on note t(x).

Rappel - Les ensembles de nombres

Nombres naturels : $N = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$

Nombres entiers : $Z = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$

Nombres Réels : Tous les nombres, positifs, négatifs, décimaux, fractions, irrationnels (π).

Symboles

$Z_+ = \{0, 1, 2, ...\}$ Entiers positifs : Correspond aux nombres naturels

$Z_- = \{..., -2, -1, 0\}$ Entiers négatifs

$Z^* = \{..., -2, -1, 1, 2, ...\}$ Entiers étoilés : sauf 0

REMARQUES

Le type des variables d'une situation détermine les ensembles de départ et d'arrivée de la fonction. Ces ensembles sont généralement des sous-ensembles des nombres réels tels que $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}_+$, etc.

Temps : $\mathbb{R}_+$ Prix(€) : $\mathbb{R}$

Nombre d'élèves : $\mathbb{N}$ Hauteur (m) : $\mathbb{R}_+$

S'il n'y a pas de contexte, on considère généralement que les ensembles de départ et d'arrivée sont $\mathbb{R}$.

Exemple sur la notation fonctionnelle:

Une voiture roule à une vitesse constante de 90 km / h. On peut définir la relation entre la distance parcourue *d*(*t*), en kilomètres, et le temps de parcours *t*, en heures, de la façon suivante.

$$d : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$$
$$t \mapsto d(t) = 90t$$

Distance = Vitesse · temps

Calcule $d(1{,}5)$ Traduction : trouve la distance (d) parcourue en 1,5 heure (t)

$d(1{,}5) = 90 \cdot 1{,}5$

$d(1{,}5) = 135$ km On a le couple (1,5 h ; 135 km)

$d(t) = 288$, $t = ?$ Traduction : trouve le temps (t) associé à une distance (d)

$288 = 90t$

$t = 3{,}2$ heures On a le couple (3,2 h ; 288 km)

Exercices résolus

Question 1

Un taxi charge 0,75€ au kilomètre parcouru et un montant de base de 3,25€. On peut définir la relation entre le nombre de kilomètres parcourus et le montant total de la course.

1) Variable indépendante : nombre de km parcourus $\mathbb{R}_+$

Variable dépendante : montant total de la course $\mathbb{R}_+$

2) Traduit cette relation à l'aide de la notation fonctionnelle :

$$\begin{aligned} M : \mathbb{R}_+ &\longrightarrow \mathbb{R}_+ \\ k &\longmapsto M(k) = 0{,}75k + 3{,}25 \end{aligned}$$

Question 2

Une entreprise fabrique des petits parachutes de traction pour l'entraînement. Dans le guide d'instructions, elle fournit la règle suivante qui permet de calculer la force de résistance (en newtons) en fonction de la vitesse de course (en m/s) : $F(v) = 55v^2$

1) Variable indépendante : vitesse de course $\mathbb{R}_+$

Variable dépendante : force de résistance $\mathbb{R}_+$

2) Traduit cette relation à l'aide de la notation fonctionnelle :

$$\begin{aligned} F : \mathbb{R}_+ &\longrightarrow \mathbb{R}_+ \\ v &\longmapsto F(v) = 55v^2 \end{aligned}$$

3) Calcule F(1,5)

$$F(1{,}5) = 55(1{,}5)^2$$

$$F(1{,}5) = 123{,}75 \text{ newtons}$$

4) F(v) = 495 newtons, v = ?

$$\frac{495}{55} = \frac{\cancel{55}v^2}{\cancel{55}}$$

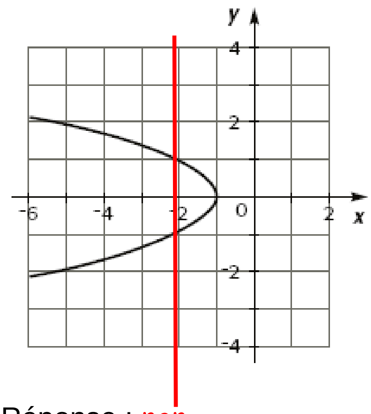
$$\sqrt{9} = \sqrt{v^2}$$

$$3 \text{ m/s} = v$$

Fonction ou relation ? *Exercices*

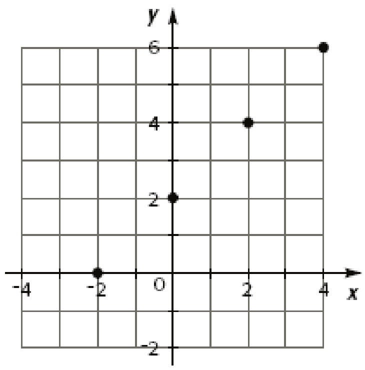
Série 1 : Tous les graphiques ci-dessous représentent des relations.
DÉTERMINE ceux qui représentent une fonction. **JUSTIFIE**

a)



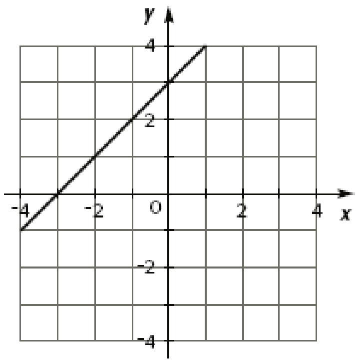
Réponse : non

b)



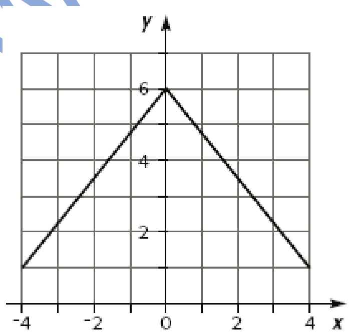
Réponse oui

c)

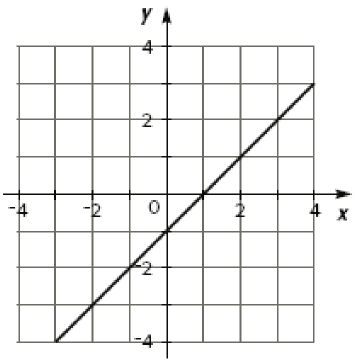


Réponse : oui

d)

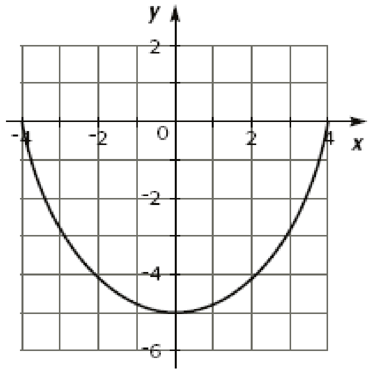


e)



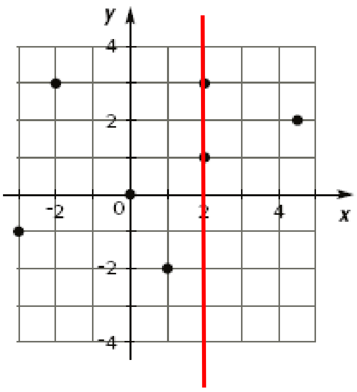
Réponse : oui

f)



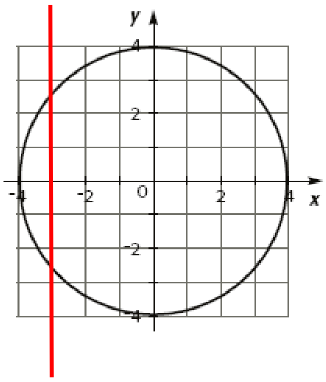
Réponse : oui

g)

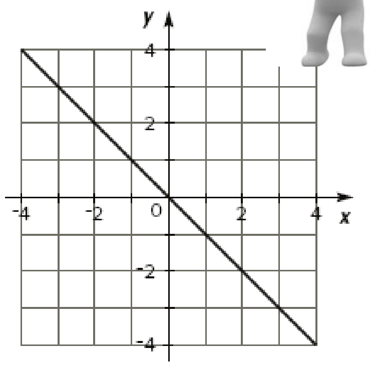


Réponse : non

h)

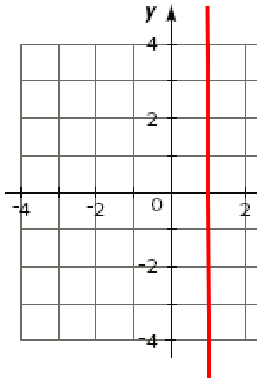


i)



Réponse : oui

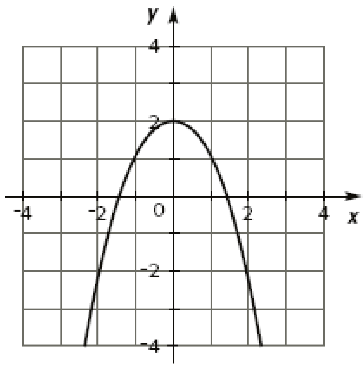
j)



Toutes les droites ne sont pas des fonctions

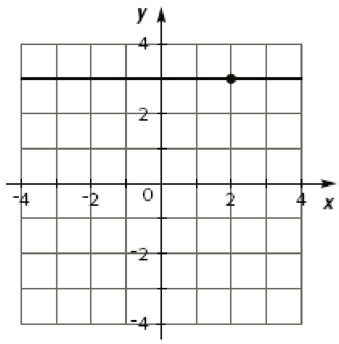
Réponse : non

k)



Réponse : oui

l)



Réponse : oui

Réponse : non

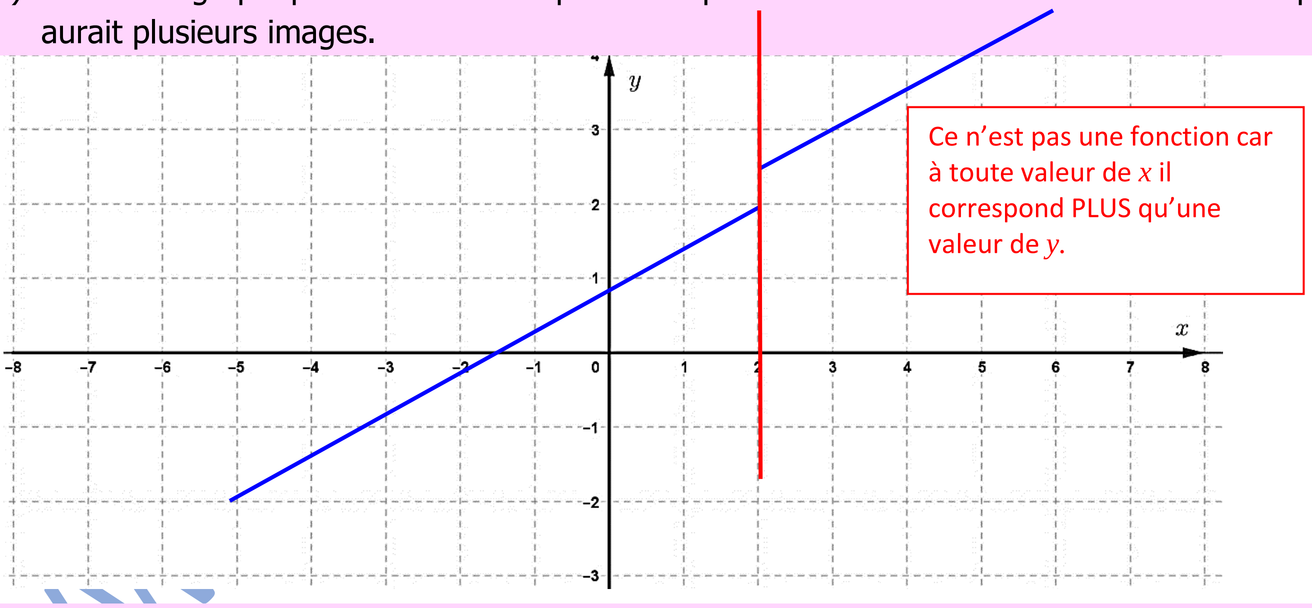
Réponse : oui

Fonction ou relation : *Exercices* *Suite*

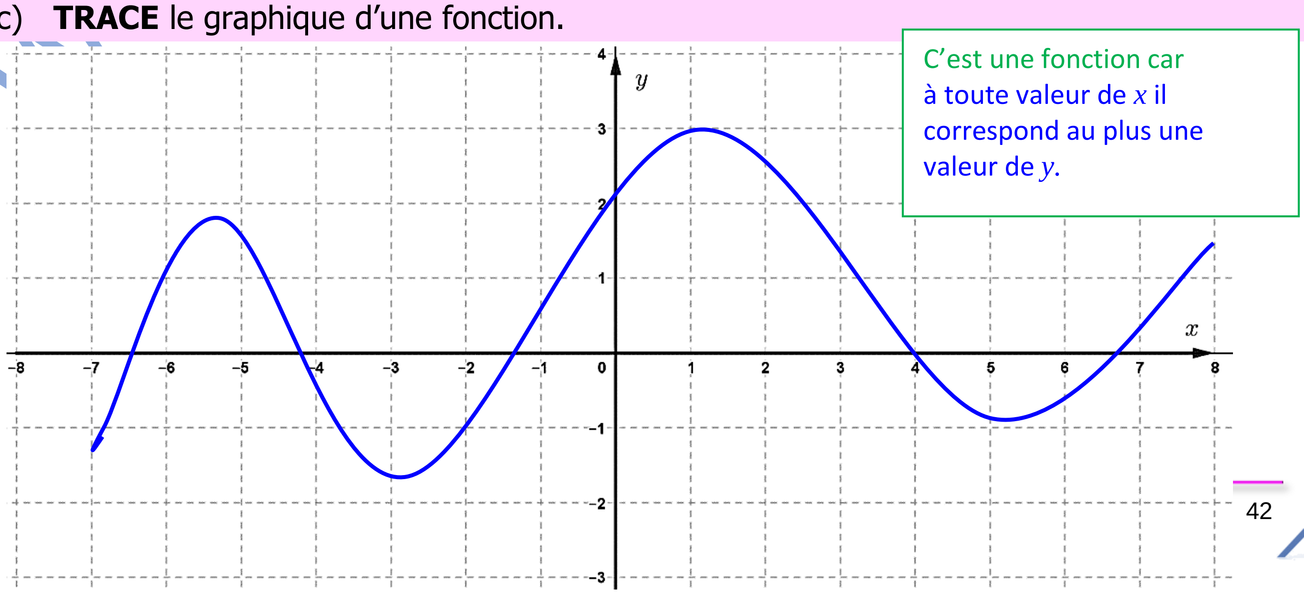
Série 2 :

a) **TRACE** le graphique d'une relation qui ne soit pas une fonction.

b) **TRACE** le graphique d'une relation qui ne soit pas une fonction à cause d'un seul réel x qui aurait plusieurs images.



c) **TRACE** le graphique d'une fonction.



Fonction ou relation : Exercices — Suite

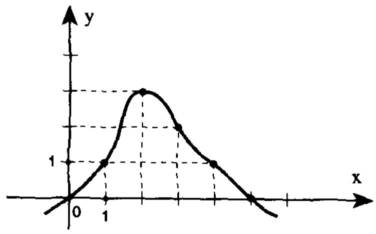
Série 3 : DÉTERMINE les graphiques représentant une fonction. **JUSTIFIE** ta réponse.

Pour chaque fonction, **RECHERCHE**

a) l'image de 2 ; (lecture du graphique)

b) l'abscisse du ou des points dont 3 est l'image

1)



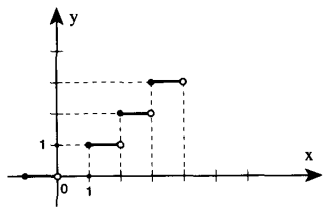
Fonction – pas fonction

a) $f(2)$ = **3**

b) f(x) = 3 x =

$x = 2$

2)



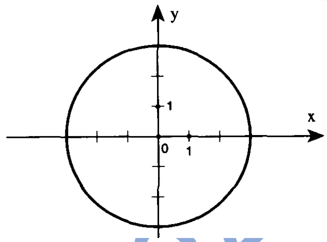
Fonction – pas fonction

a) f(2) = **2**

b) f(x) = 3

$x = [3 ; 4[$

3)



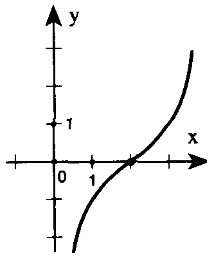
Fonction – **pas fonction**

a) f(2) =

b) f(x) = 3

~~$x = 0$~~

4)



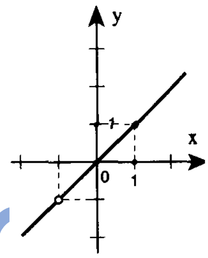
Fonction – pas fonction

a) f(2) = **0**

b) f(x) = 3

$x = 3$

5)



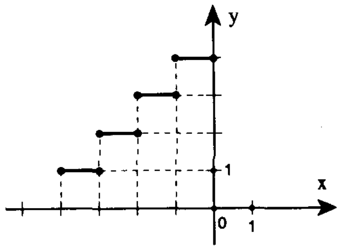
Fonction – pas fonction

a) f(2) = **2**

b) $f(x)$ = 3

$x = 3$

6)



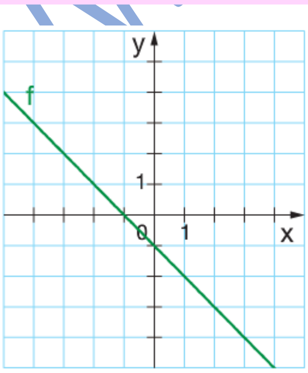
Fonction – **pas fonction**

a) f(2) =

b) $f(x)$ = 3

~~$x \in [-2 ; -1]$~~

Série 4 : COMPLÈTE les informations relatives à chaque graphique lorsque cela est possible.



f(–3) = **2**

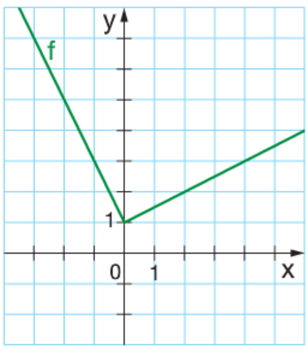
f(0) = **-1**

f(3) = **-4**

f(**1**) = –2

f(**-1**) = 0

f(**-4**) = 3



f(–2) = **5**

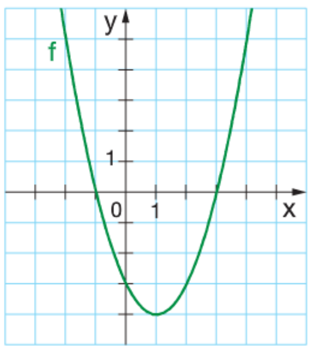
f(1) = **1,5**

f(2) = **2**

f(**0**) = 1

f(**-1 et 4**) = 3

f(**/**) = –1



f(–2) = **5**

f(0) = **-3**

f(4) = **5**

f(**-1 et 3**) = 0

f(**1**) = –4

f(**/**) = –5

Fonction ou relation – Vocabulaire : *Exercices Suite*

Série 5 : **DÉTERMINE** si les tables de valeurs suivantes correspondent à des fonctions.

a)

x	*1*	*2*	*2*	*3*	*4*	*5*
y	2	3	4	5	6	7

____

b)

x	*1*	*3*	*5*	*7*	*8*	*9*
y	2	3	4	5	6	7

____

c)

x	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
y	3	3	4	4	4	5

____

d)

x	10	10	10	10	10	10
y	2	5	11	14	17	19

____

Série 6 : Soient les deux fonctions $f(x) = 4x - 5$ et $g(x) = 8 - 2x$

CALCULE la valeur des images suivantes.

a) $g(-3) =$

b) $f(-2) =$

c) $f(-0{,}5) =$

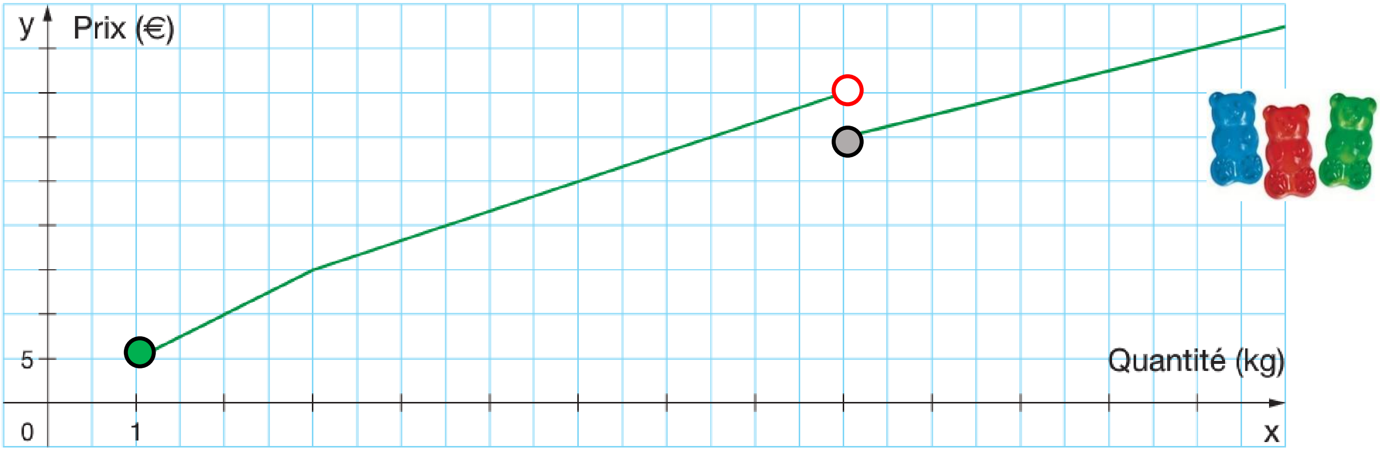
f) $g(0) =$

g) $g(0{,}5) =$

h) $g(1) =$

<u>Série 7 :</u>

Voici un graphique utilisé par un grossiste en confiseries qui représente la relation entre deux grandeurs.



a) Vérifie qu'il s'agit du graphique d'une fonction.
Si f désigne cette fonction, exprime à l'aide d'une phrase la variable qui dépend de l'autre.

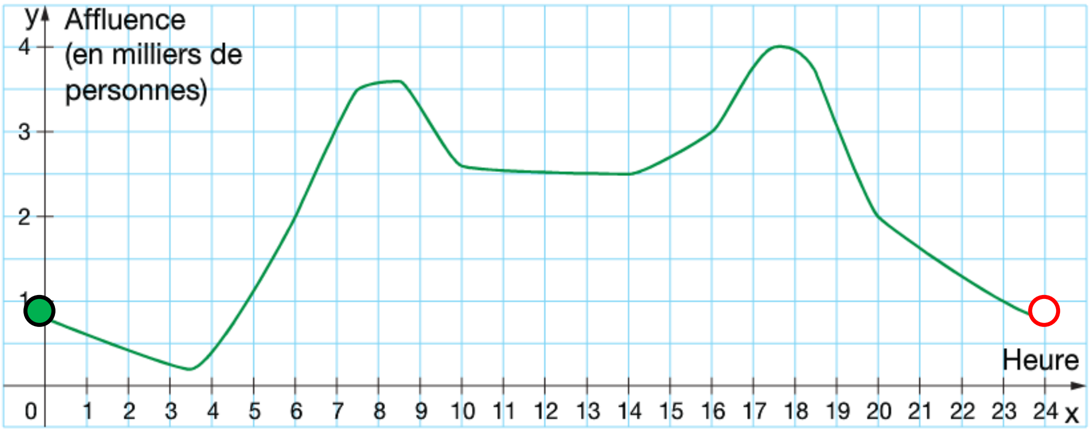
b) **DÉTERMINE** : 1) f(2)= **10** 2) f(3)= **15**. 3) f(4,5)= ……. 4) f(9)= **30**. 5) f(13)= **45**

c) **DÉTERMINE** le ou les réels a tels que : 1) f(a)= 5 2) f(a)=25 3) f(a)=30 4) f(a)=35

a = 1……………… **a = 6**… **a = 7,5 ou a = 9** **a = 11**

<u>Série 8 :</u>

Les portails électroniques situés à l'entrée des stations de métro permettent à la société de transport en commun de connaître la fréquentation de l'ensemble des stations à chaque instant. Le graphique ci-dessous, sur les axes duquel sont notés l'heure de la journée et l'affluence en milliers de personnes, indique la fréquentation de la journée du 5 avril 2015.



a) **DÉTERMINE** si la courbe est ou n'est pas la représentation graphique d'une fonction. **JUSTIFIE**

Oui car à toute valeur de *x* il correspond au plus une valeur de *y*……………………………………………………………

b) **DÉTERMINE** les variables indépendante et dépendante.

Variable indépendante : **heure** ……………………………………………………………………………………

Variable dépendante : **Affluence**……………………………………………………………………………………

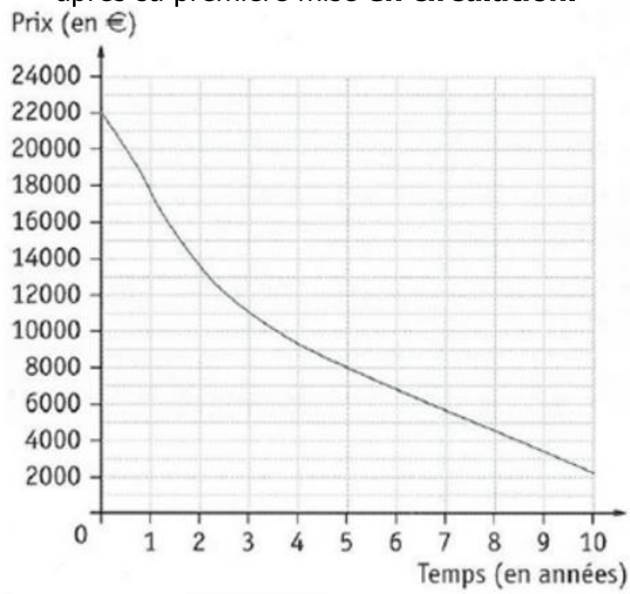
c) Si on appelle *f* la fonction représentée, **DÉTERMINE** f(16). JUSTIFIE en traçant les pointillés sur le graphique . *f*(16)= **3**.

d) A l'aide d'une phrase, **EXPRIME** ce que représentent f(16) et sa valeur dans le contexte présenté.

A 16h, il y avait 3 milliers de personnes dans les stations de métro.

Série 9 :

Le graphique ci-contre illustre le prix d'une voiture en fonction du temps passé après sa première mise **en circulation.**



a) **DÉTERMINE** les variables indépendante et dépendante.

Variable indépendante : **temps**.....................

Variable dépendante : **prix** ....

b) Si on appelle g la fonction représentée, **DÉTERMINE** $g(5)$ et **EXPRIME** ce que représentent $g(5)$ et sa valeur dans le contexte présenté.

$g(5) =$ **800**...............

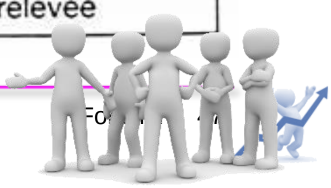
5 ans après sa première mise en circulation, la voiture vaut 8 000 euros.

c) **DÉTERMINE** le nombre d'années après lesquelles la voiture aura perdu la moitié de sa valeur. **EXPRIME** ta réponse en langage mathématique.

Après 3 ans $\forall x \in \Re^+ : x > 3$ ....

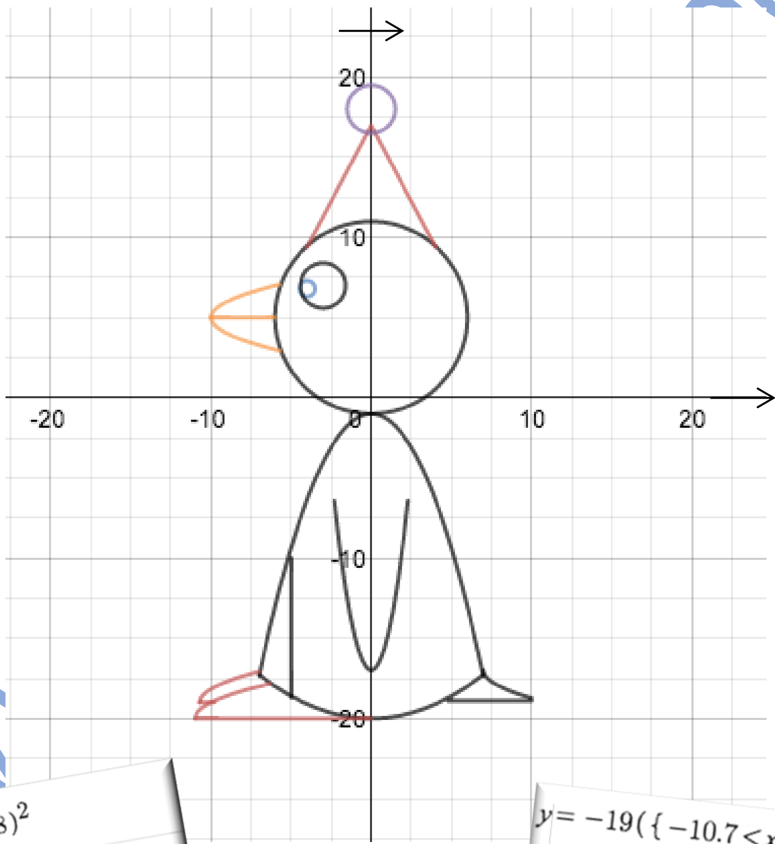
Série 8 : Voici quelques situations. Pour chacune d'elles, **COMPLÈTE** la phrase « .... dépend ... » à l'aide des deux variables observées et déduis-en la variable indépendante.

	Situation	Variables observées	
a)	Après avoir effectué une course en taxi, on paie le taximan.	le montant à payer	le nombre de kilomètres parcourus
b)	Lors des soldes, un magasin affiche « Tout à 50 % ».	le prix avant soldes	le montant de la réduction
c)	Fred envoie, par la poste, un colis à son amie.	le montant de l'affranchissement	la masse du colis
d)	Une éolienne produit de l'énergie électrique.	la vitesse du vent	la quantité d'électricité produite
e)	Après de fortes pluies, la rivière est en crue.	le niveau de la rivière	la quantité de pluie tombée
f)	On observe la température extérieure lors d'une journée de printemps.	l'heure de la journée	la température relevée



PARTIE 2 :

Analyse de fonctions



$2.25=x^2+(y-18)^2$

$y=-\left(\frac{1}{3}x^2\right)-1(\{-7<x<7\})$

$y=\frac{1}{18}x^2-20(\{-7<x<7\})$

$y=\sqrt{x+11}-20(\{-11<x<-6$

$y=-20(\{-11<x<0\})$

$y=-19(\{-10.7<x<-9.8\})$

$y=2x^2-17(\{-2.3<x<2.3\})$

$x=-5(\{-18.7<y<-10\})$

Qr codes

5 Lien entre graphique – tableau et formule : Fonction ou pas ?

- Marc belot

https://www.youtube.com/watch?v=DZ-xwo7MZ_s

6 Notations : intervalles……

https://www.youtube.com/watch?v=WIo_itGkjBI

7 Domaine et image

Marc belot : tout

https://www.youtube.com/channel/UCIW7bnwFJN6-73VcJdppWzw/videos?view=0&sort=dd&shelf_id=1

https://www.youtube.com/watch?v=IYtTyn2da_w

- Cours canada résumé mais que dom et imf

https://www.youtube.com/watch?v=shaSaS4I1Iw

- Cours khan accadémie dom et imf

https://www.youtube.com/watch?v=vOr5uff3IFY

8 Racine(s) ou zéro(s) de la fonction

https://www.youtube.com/watch?v=OmBFKBfgCro

9 Ordonnée à l'origine

https://www.youtube.com/watch?v=qnXdZy5QmZI

10 Signe d'une fonction

https://www.youtube.com/watch?v=N8nrd-J8hQE

11 Croissance d'une fonction

https://www.youtube.com/watch?v=_VaEeKPjywM

12 Tableau de signes et croissance : synthèse

https://www.youtube.com/watch?v=cq6NhQ5j_sM

13 Comparaison de fonctions

https://www.youtube.com/watch?v=JFqNiUgKNJU

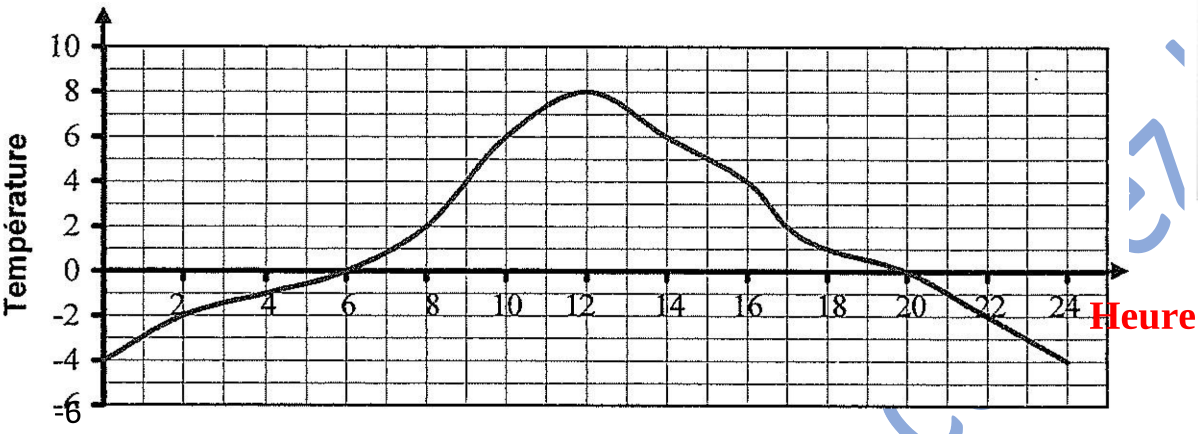
14 Exercices résolus

https://fr.calameo.com/read/001678183884971aff3b6

I. Mission découverte 2 : Le froid de l'hiver

Graphique de températures

On a observé la température extérieure pendant une journée d'hiver et on a noté les observations faites heure par heure sur le graphique ci-dessous en indiquant les heures sur l'axe horizontal et les températures correspondantes sur l'axe vertical. La subdivision de l'axe horizontal est faite de telle manière que 0 = minuit, 1= 1h, 2= 2h, ...



I. Pendant quel intervalle de temps les températures ont-elles été mesurées ?

0 h → 24 h **dom *f***

2. Entre quelles valeurs les températures sont-elles comprises ?

Entre – 4 et 8 **ensemble image : im *f***

3. Quelle température y avait-il :

a) à 4h? **-1°C** b) à 8 h 30 ? **3°C** c) à 18 h ? **1°C** d) à 23h ? **-3°C**

4. A quelle heure la température était-elle de :

a) -2 ° ? **2 h et 22 h** b) 4° ? **9 h et 16 h** c) 8° ? **12 h** d) ~~2~~ -6° **jamais**

5. Pendant quel(s) intervalle(s) de temps la température a—t—elle été : **(rechercher les x tels que…**

a) strictement positive ? après **6 h à** après **20 h** ....

b) strictement négative ? après **0 h à** après **6 h** ....

6. A quelle heure la température a-t-elle été nulle ? **6 h et 20 h** **Zéro(s) de la fonction**.........

7. Pendant quel(s) intervalle(s) de temps la température a-t-elle :

a) augmenté ? **de 0 h à 12 h** ....

b) diminué ? **de 12 h à 24 h**..

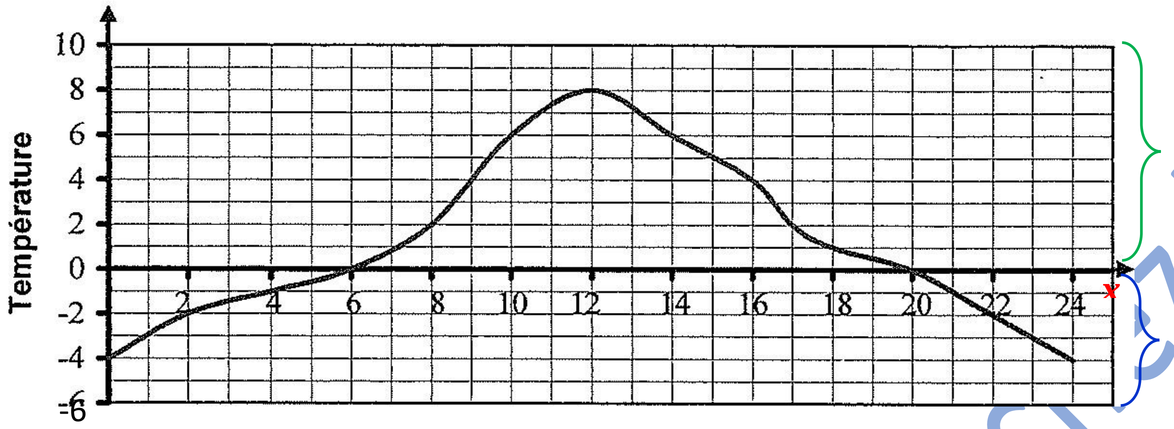
8. A quelle heure la température a-t-elle été :

a) maximale ? **12 h (il faisait 8°C)** ....

b) minimale ? **0h et 24 h (il faisait -4°C)** ....

Et si on parlait math ?

On donne ci-dessous le graphique de $y = f(x)$en fonction de x.



I . Quel est le domaine de f(x) ?

dom f = [0 ; 24]...

2. Quel est l'ensemble image de f(x) ?

im f = [-4 ; 8]...

3. Quelle est l'image de :

a)4 ? **-1** b) 8,5 ? **3** c) 18 ? **1** d) 23 ? **-3**

4. Quel est l'antécédent de :

a) -2 ? **x = 2 et x =22** b) 4 ? **x = 9 et x =16** c) 8 ? **x = 12** d) **-6** ? jamais

5. Pour quelle(s) valeurs de x, la fonction est-elle :

a) strictement positive ? $\forall x \in$ **]6 ; 20[**..

b) strictement négative ? $\forall x \in$ **[0 ; 6[$\cup$]20 ; 24]** ....

6) Quel(s) est (sont) le(s) zéro(s) de $f(x)$? **x = 6 et x = 20** ....

7. Pour quelles valeurs de x la fonction est-elle :

a) croissante ? $\forall x \in$ **[0 ; 12]** ....

b) décroissante ? $\forall x \in$ **[12 ; 24]**...

8. Pour quelles valeurs de x, la fonction admet-elle :

a) un maximum ? **x = 12** **(pour y = 8)** **(12 ; 8)** ....

la fonction f admet un maximum en x = 12 qui vaut 8

b) un minimum ? **x = 0 et x = 24** **(pour y = -4)** **(0 ; -4) et (24 ;-4)**............................

la fonction f admet un minimum en x = 0 qui vaut -4
en x = 24 qui vaut -4

II. Notions (Théorie)

A) Partie(s) de $\Re$ - Notation en intervalle

L'ensemble des réels $\Re$ est souvent représenté sur une droite graduée.
En utilisant ce procédé, il est facile de noter des parties de cet ensemble.

[a , b] : inclus, inclus
[a , b [: inclus, exclu
] a , b [: exclu, exclu
] a , b] : exclu, inclus

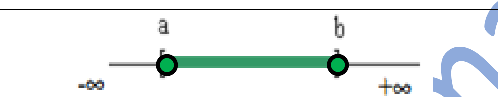
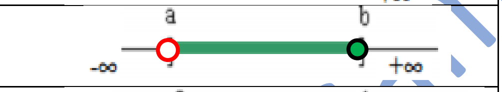
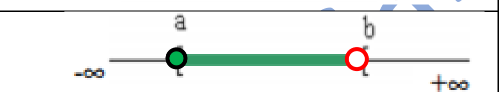
SI ……
Le crochet est vers l'intérieur (face au nombre) : le nombre est inclus
Le crochet est vers l'extérieur (dos au nombre) : Le nombre est exclu

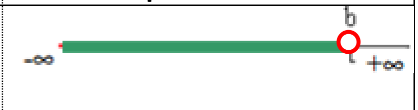
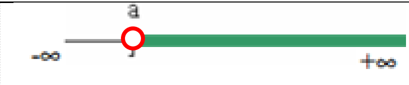
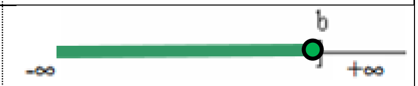
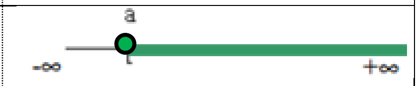
+∞ : « infini positif »
-∞ : « infini négatif »

L'infini est toujours exclu

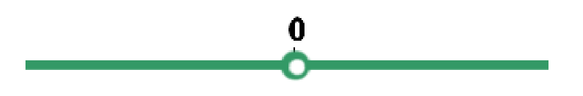
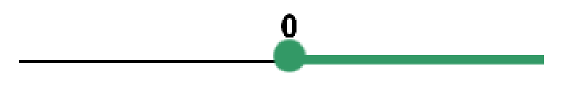
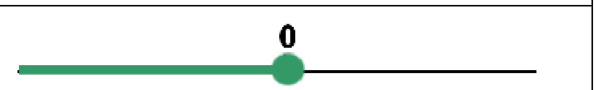
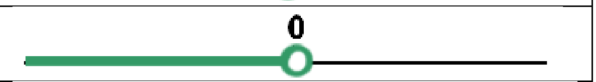
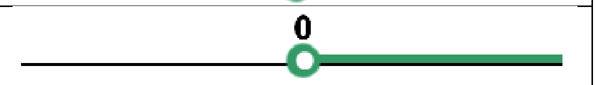
∪ : Union
\ : « moins »

Sur un graphique/une droite :
Rond plein (vert) → inclus
Rond vide (rouge)→ exclu

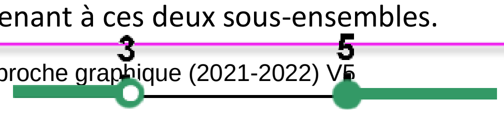
Notation	Représentation
$]a; b[$	
$[a\,; b]$	
$]a\,; b]$	
$[a\,; b[$	

Notation	Représentation
$]-\infty; b[$ ou $\leftarrow; b[$	
$]a; +\infty[$ ou $]a; \rightarrow$	
$]-\infty; b]$ ou $\leftarrow; b]$	
$[a; +\infty[$ ou $[a; \rightarrow$	

Certaines parties de $\Re$ possèdent une notation particulière.

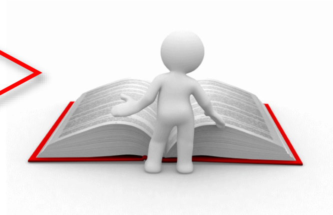
	Notation	Représentation
Ensemble des réels différents de a	$\Re\backslash\{a\}$	
Ensemble des réels non nuls	$\Re_0$	
Ensemble des réels positifs	$\Re^+$	
Ensemble des réels négatifs	$\Re^-$	
Ensemble des réels strictement négatifs	$\Re_0^-$	
Ensemble des réels strictement positifs	$\Re_0^+$	

Lorsqu'un ensemble est constitué de deux sous-ensembles, on utilise le symbole U (union) pour indiquer l'ensemble des éléments appartenant à ces deux sous-ensembles.



Exemple : $]-\infty\,;3[\ \ U\ [5;\ +\infty\ [$

B) Domaine et ensemble image.



a) Domaine d'une fonction

Le domaine d'une fonction f de $\Re$ dans $\Re$ est l'ensemble des réels x qui ont une image y par cette fonction f.

Notation : dom $f = \{\ x \in \Re \mid f(x) \in \Re\ \}$

Comment déterminer le domaine d'une fonction ?

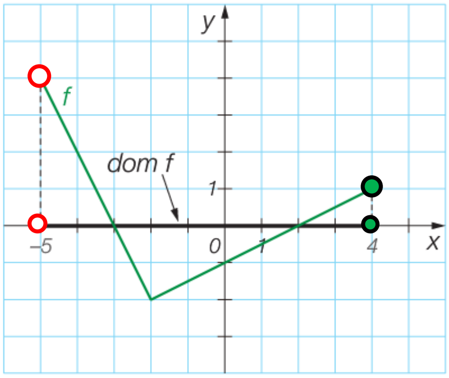
REMARQUES

Le **domaine** se lit sur l'axe des abscisse (l'axe des x).

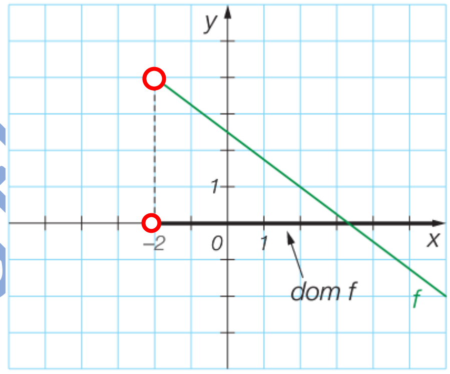
C'est **l'ensemble des abscisses** des points du graphique de $f(x)$.

Truc : Balayage de l'axe des x de gauche à droite

Exemples :



Dom f = ...]-5 ; 4].........



Dom f = ...]-2 ; +∞[..................

b) Ensemble image d'une fonction

L'ensemble image d'une fonction f de $\Re$ dans $\Re$ est l'ensemble des réels y image de x par cette fonction.

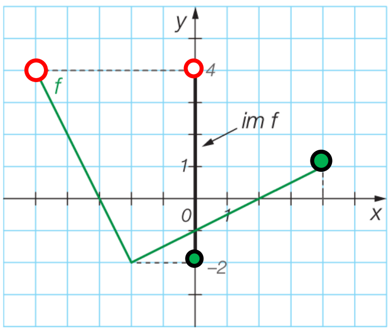
Notation : Im $f = \{\mathrm{y} \in \Re \mid \mathrm{y} = f(x) \in \Re\ \}$

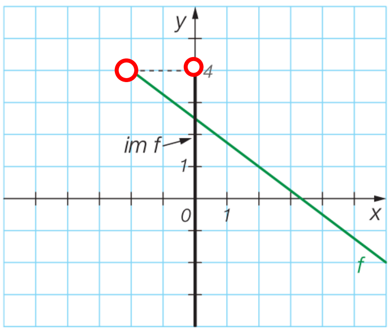
Truc : balayage de l'axe des y de bas en haut

Comment déterminer l'ensemble image d'une fonction ?

L'image se **lit sur l'axe des y**. C'est **l'ensemble des ordonnées** des points du graphique de $f(x)$.

Exemples :





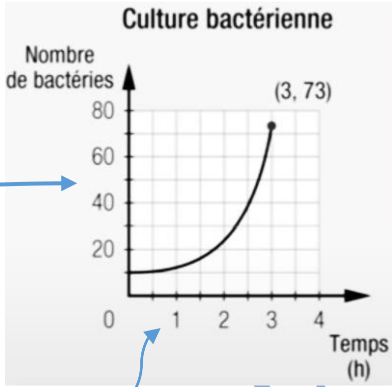
im f = [-2 ; 4[im f =]-∞ ; 4 [(ou ← ; 4 [ )

Exemples résolus

Sources A Biron (Point de mire P13)

Notation

Ensemble image : [10 ; 73] (bactéries)

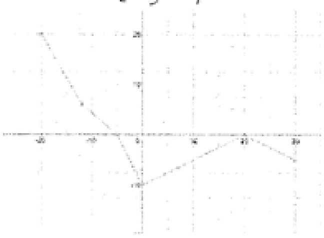


0 à 1:24

Domaine : [0 ; 3] (heures)

DÉTERMINE le domaine et l'image des fonctions suivantes :

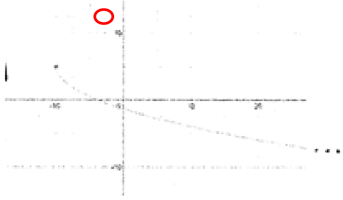
Graphique 1



dom f : [-20, 30]

im f : [-10, 20]

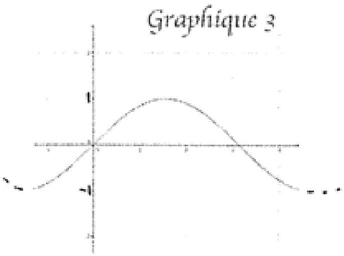
Graphique 2



dom f : [-10, +∞ [

im f :]-∞, 5]

Graphique 3

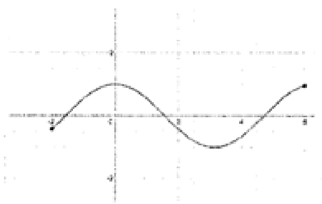


ou ℝ

dom f]-∞, +∞[

im f : [-1, 1]

Graphique 4



Dom f : [-2, 5]

Im f : [-1, 1]

C) Coordonnées à l'origine

1. Ordonnée à l'origine d'une fonction

L'ordonnée à l'origine d'une fonction f est **l'ordonnée** du point d'intersection du graphique de cette fonction avec l'axe vertical.

$b \in \mathbb{R}$ est l'ordonnée à l'origine de la fonction f car $f(0) = b$

L'ordonnée à l'origine est donc l'image de zéro par cette fonction.

Coordonnée du point : $(0, y) \rightarrow (\mathbf{0}\ ;\ b)$

⚠ Une fonction **ne peut pas** avoir plusieurs points d'intersection avec l'axe y ; elle ne peut donc **avoir qu'une ordonnée** à l'origine.

2. Zéros ou racines d'une fonction

Un zéro d'une fonction f est un nombre réel dont l'image de f est nulle.

Un zéro d'une fonction f est **l'abscisse** du point d'intersection du graphique de cette fonction avec horizontal (l'axe des abscisses)

a $\in \Re$ est un zéro de $f(x) \Leftrightarrow f(\text{a}) = 0$

Graphiquement ce sont les **abscisses** des points d'intersection du graphique de f(x) avec l'axe x.

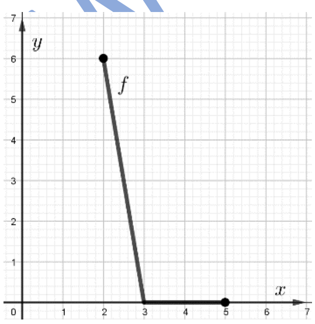
Le(s) zéro(s) de la fonction est (sont) donc le(s) antécédent(s) de 0 par cette fonction.

Les zéros d'une fonction doivent appartenir au domaine de cette fonction.

Un zéro d'une fonction est donc une valeur de x qui annule y.

Coordonnée : $(x, 0) \rightarrow (a\ ;\ 0)$

⚠ Une fonction **peut avoir plusieurs points** d'intersection avec l'axe x ; elle peut donc **avoir plusieurs zéros**.



Remarque : Dans certains cas, les zéros de la fonction doivent s'écrire sous la forme d'un intervalle ou d'une union d'intervalles.

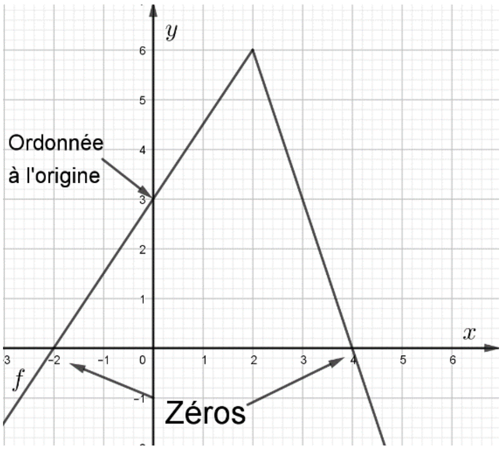
Les zéros de la fonction f : $x \in [\,3\,, 5\,]$

Remarque :

Une fonction possède au plus une ordonnée à l'origine mais peut posséder plusieurs zéros.

3. Exemples résolus

Exemple 1 :



☺ Le graphique de la fonction f coupe l'axe des y au point (0; **3**)

L'ordonnée à l'origine de la fonction f est donc **3**

$f(0) = \mathbf{3}$ .....

☺ Le graphique de la fonction f coupe l'axe des x aux points (**-2**... ; 0) et (**4** ; 0)

Les zéros de la fonctions f sont donc **-2 et 4**

$x =$ **-2**... et $x = \mathbf{4}$.

$$f(-2) = \mathbf{0} \quad et \quad f(4) = \mathbf{0}$$

Exemple 2 :

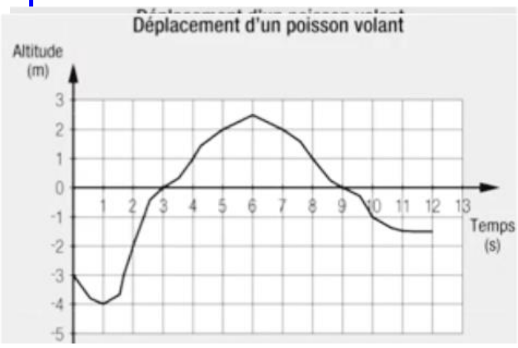
Coordonnées à l'origine

ZÉRO(S) (abscisse(s) à l'origine) : valeur de _x_ quand _y = 0_. (f(x) = 0)

Graphiquement : point(s) d'intersection entre la courbe et l'axe des «x».

ORDONNÉE À L'ORIGINE (valeur initiale) : valeur de _y_ quand _x = 0_.

Graphiquement : point d'intersection entre la courbe et l'axe des «y».



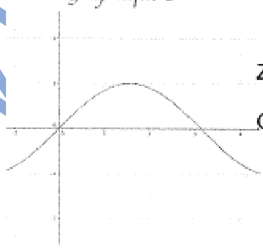
Zéro(s) : 3 ET 9

O.O. : -3

6:11à

Détermine les coordonnées à l'origine des fonctions suivantes

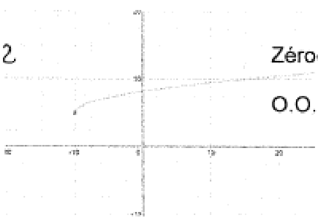
Graphique 1



Zéro(s) : 0 et 3,2

O.O. : 0

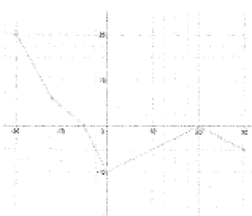
Graphique 2



Zéro(s) : aucun

O.O. : 8

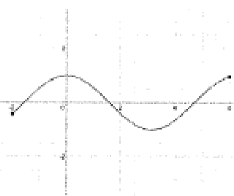
Graphique 3



Zéro(s) : -5 et 20

O.O. : -10

Graphique 4



Zéro(s) : -1,5 ; 1,5 ; 4,5

O.O. : 1

D) Signe d'une fonction

Sur un intervalle de nombre réels, si pour tout nombre a de celui-ci...

f(a) > 0 alors la fonction f est **strictement** positive,
f (a) < 0 alors la fonction f est **strictement** négative,

f(a) ≥ 0 alors la fonction f est **positive**
f (a) ≤ 0 alors la fonction f est **négative**

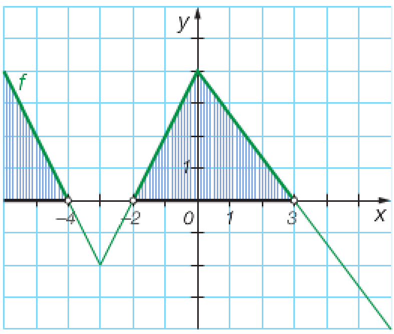
f (a) = 0 alors la fonction f est **nulle**

Comment déterminer le signe d'une fonction ?

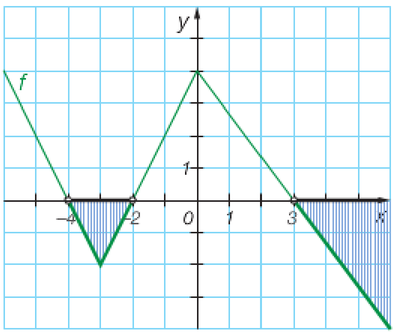
- ☞ Une fonction $f(x)$ est **strictement positive** (> 0)
  lorsque son graphique est situé **au-dessus de l'axe des** x.

- ☞ Une fonction $f(x)$ est **strictement négative** (< 0)
  lorsque son graphique est situé **en-dessous de l'axe des** x

1 Signe d'une fonction sur un intervalle

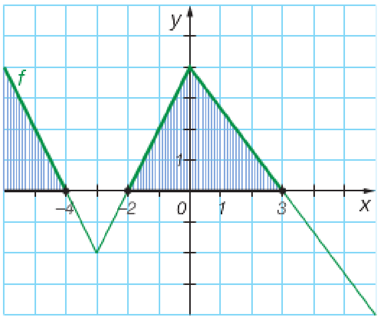


La fonction f est strictement positive sur les intervalles ← ; –4[et]–2 ; 3[
ou
f est strictement positive sur ← ; –4[U]–2 ; 3[

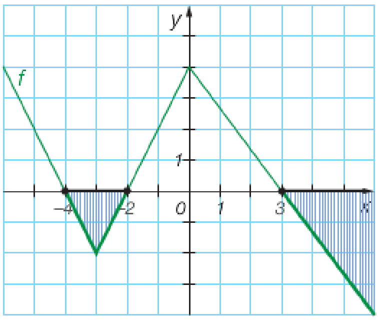


La fonction est strictement négative sur les intervalles]–4 ; –2[et]3 ; →
ou
f est strictement négative sur]–4 ; –2[U]3 ; →

La fonction f est nulle pour aucun x



La fonction f est positive
sur les intervalles ← ; –4] et [–2 ; 3]
ou
f est positive sur ← ; –4] U [–2 ; 3]



La fonction f est négative
sur les intervalles [–4 ; –2] et [3 ; →
ou
f est négative sur [–4 ; –2] U [3 ; →

La fonction *f* est nulle pour *x=4* , *x=2 et x=3*

2 Signe d'une fonction et tableau de signe

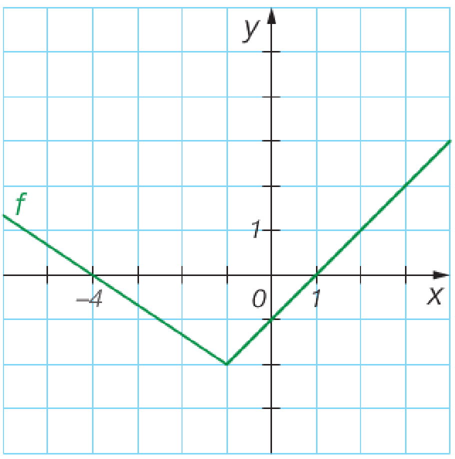
Comment dresser un tableau de signe d'une fonction ?

☺ **Sur la première ligne**, on indique les éventuelles bornes du domaine et les zéros de la fonction.

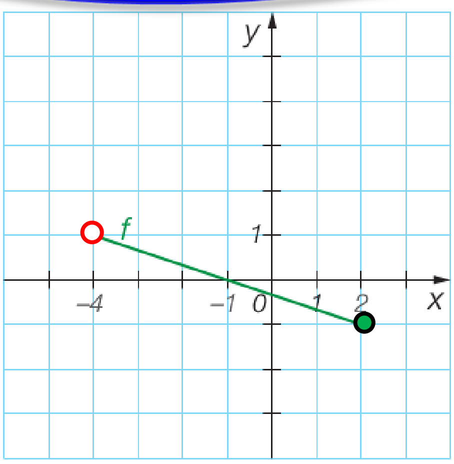
la seconde ligne on indique :

- ☞ 0 sous les zéros de la fonction ;
- ☞ **+** sous les bornes du domaine et les intervalles dont les **images** par *f* sont **positives**.
- ☞ **-** sous les bornes du domaine et les intervalles dont les **images** par *f* sont **négatives**.
- ☞ **/** sous les bornes du domaine qui **ne possèdent pas d'image** par *f* et les intervalles dont les réels n'ont pas d'image par *f*.

Exemples :



dom f = ℝ
–4 et 1 sont les zéros de f.



dom f =]–4 ; 2]
–1 est le zéro de f.

Tableau de signe

Zéro(s) de f

x		**-4**		**1**	
y	+	**0**	-	**0**	+

Zéro(s) de f

x	/	-4		**1**		2	/
y	/	/	+	**0**	-	-1	/

Il faudra toujours déterminer

le domaine et les zéros de la fonction

3 Signe d'une fonction : Exemples résolus

Signe : positif ou négatif

Sur un intervalle du domaine, une fonction est :

- ***POSITIVE*** (0 inclus) si les valeurs de y ou f(x) sont positives

  Truc : courbe en **haut** de l'axe des «x».

  Notation : $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [10, 30]$ mois

- ***NÉGATIVE*** (0 inclus) si les valeurs de y ou f(x) sont négatives

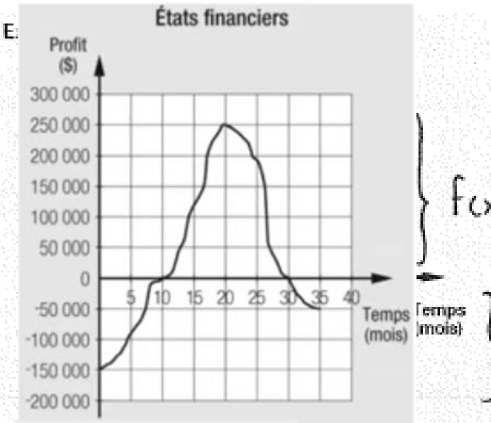
  Truc : courbe en **bas** de l'axe des «x».

  Notation : $f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [0, 10] \cup [30, 35]$

- Une fonction peut être strictement positive ou strictement négative si on exclut ce qui se passe quand f(x) = 0.

  Strictement positive : $f(x) > 0 \quad \forall x \in]10, 30[$
  Strictement négative : $f(x) < 0 \quad \forall x \in [0, 10[\cup]30, 35]$

E:

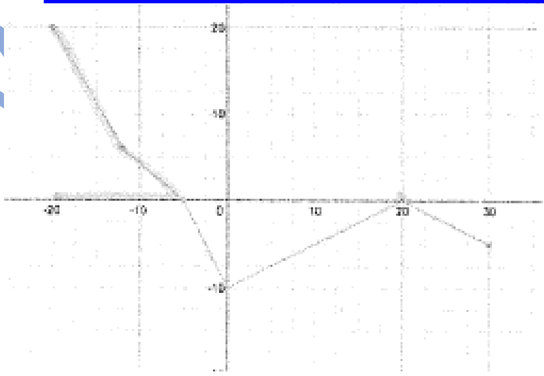


Négatif : [0, 10] ∪ [30, 35] mois
Positif : [10, 30] mois

$f(x) \geq 0$ positif

$f(x) \leq 0$ négatif

4:47 à



Fonction positive
$f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-20, -5] \cup \{20\}$

Fonction négative
$f(x) \leq 0 \quad \forall x \in [-5, 30]$

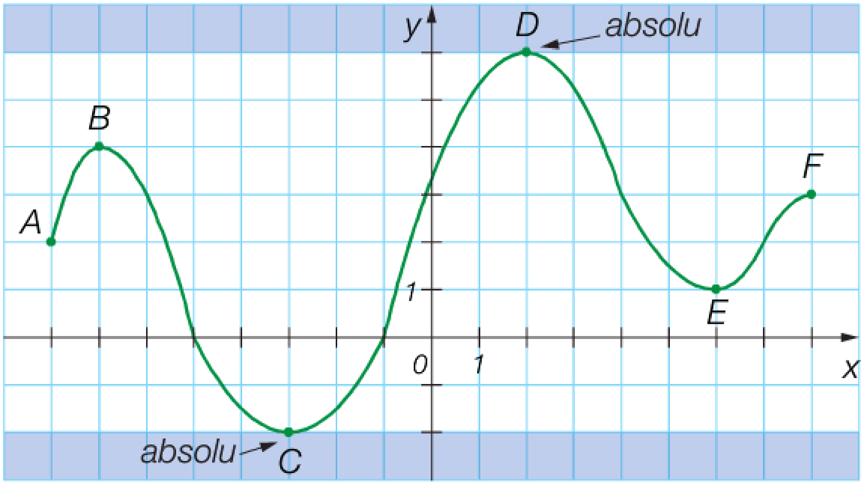
Strictement positive
$f(x) > 0 \quad \forall x \in [-20, -5[$

Strictement négative
$f(x) < 0 \quad \forall x \in]-5, 30[\; / \; \{20\}$

Pour quel(s) x la fonction est-elle ….. ?

E) Extremums d'une fonction : maximum et minimum

1 . Exemple



☺ Les points *B*, *D* et *F*[2] sont des **maximums locaux**.

☺ Le point *D* est le **maximum absolu.** (Max : $y = 6$)

☺ Les points *A*[*],*C et E* sont des **minimums locaux.**

☺ Le point *C* est le **minimum absolu.** (Min: $y = -2$)

<u>Remarque :</u> par convention, on dira maximum ou minimum pour désigner un maximum et un minimum local.

2 . Synthèse

Une fonction *f* admet, sur son domaine,

☺ Un **maximum absolu** en un point
si **l'ordonnée** de ce point est **supérieure** à celles de tous les points du graphique *f*.

☺ Un **minimum absolu** en un point
si **l'ordonnée** de ce point est **inférieure** à celles de tous les points du graphique *f*.

☺ Un **maximum local** (ou relatif) en un point
si **l'ordonnée** de ce point est **supérieure** à celles des points du graphique de *f* situés dans son **voisinage**.

☺ Un **minimum local** (ou relatif) en un point
si **l'ordonnée** de ce point est **inférieure** à celles des points du graphique de *f* situés dans son **voisinage**.

---

as un maximum ou minimum dans sa définition mathématique (liée à la notion de dérivées) car sa variation ne change pas. Cependant, lorsque l'on va contextualiser le graphique on le considérera comme un maximum ou un minimum.

3:49 à 4:47

MINIMUM : plus petite valeur que prend la variable dépendante. (y)

MAXIMUM : plus grande valeur que prend la variable dépendante (y)

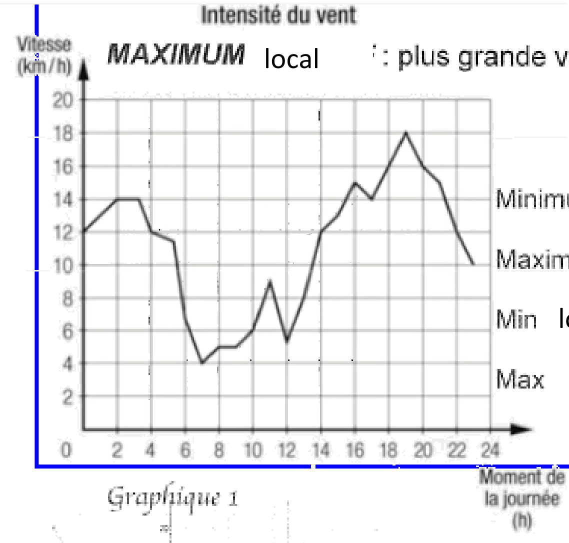
L'∞ n'est ni un minimum, ni un maximum. Il faut une valeur précise.

On dit qu'une fonction possède un maximum ou un minimum *relatif* en x_1 si, pour tout x de part et d'autre de x_1, on a selon le cas $f(x_1) \geq f(x)$ ou $f(x_1) \leq f(x)$.

En d'autres mots...

MINIMUM local : plus petite valeur de y dans la région

MAXIMUM local : plus grande valeur de y dans la région



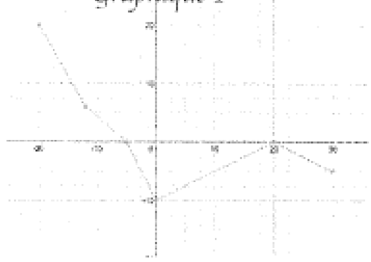
Minimum : 4 km/h

Maximum : 18 km/h

Min local 5 ET 14 km/h

Max local 9 ET 15 km/h

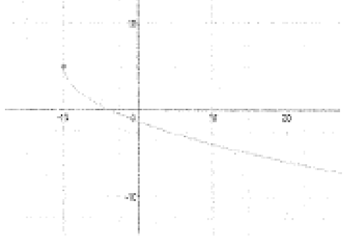
Graphique 1



Min : −10

Max : 20

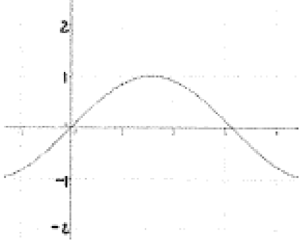
Graphique 2



Min : —

Max : 5

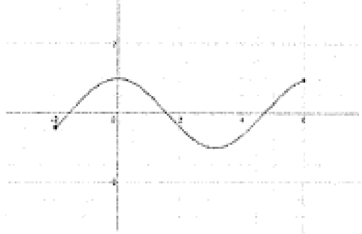
Graphique 3



Min : −1

Max : 1

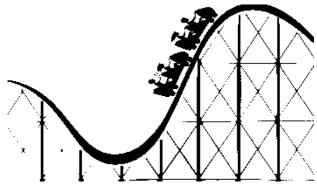
Graphique 4



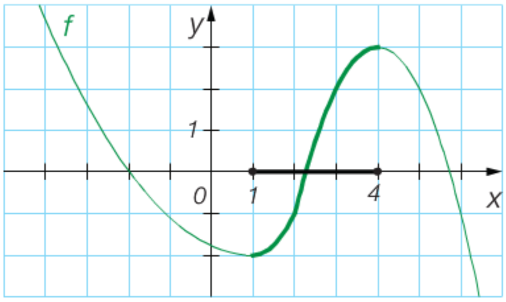
Min : −1

Max : 1

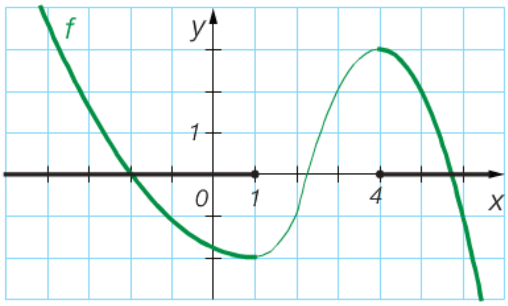
F) Variation d'une fonction : Croissance et décroissance



1 . Exemples



f est croissante sur l'intervalle [1 ; 4]

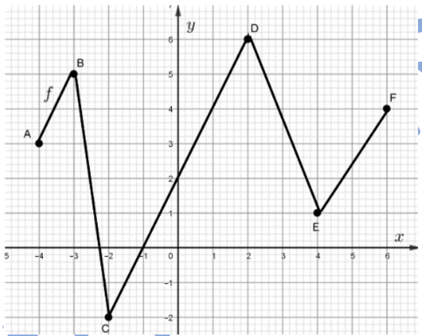


f est décroissante sur les intervalles ← ; 1] et [4 ; →

2 . Définitions

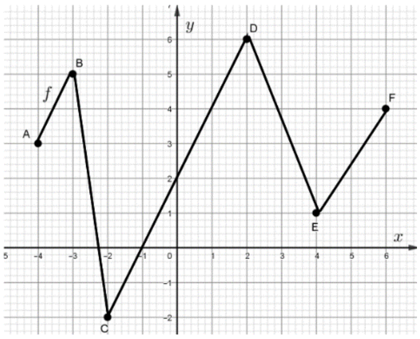
Une fonction f est **croissante** sur un intervalle si, lorsque x augmente dans cet intervalle, alors $f(x)$ augmente.

Une fonction f est **décroissante** sur un intervalle si, lorsque x augmente dans cet intervalle, alors $f(x)$ diminue.



f est croissante :

$\forall x \in [-4\,;-3] \cup [-2\,;2] \cup [4\,;6]$



f est décroissante :

$\forall x \in [-3\,;-2] \cup [2\,;4]$

Remarques :

- ✓ Si la fonction ne subit aucune variation elle est dite **constante.**
- ✓ on parle d'intervalle du domaine donc il faut regarder par rapport à l'axe des « x »

⚠ Truc : Petit bonhomme qui se promène sur la courbe de gauche à droite, s'il monte la fonction est croissante, s'il descend la fonction est décroissante

3. Tableau de variation (croissance, décroissance, constance)

Comment dresser un tableau de variation ?

☺ **Sur la première ligne**, on indique les éventuelles **bornes du domaine** et les **abscisses des extremums**.

☺ **Sur la seconde ligne**, on indique :

☒ Sous les réels : Leur image si elle existe ;

/ si les réels n'ont pas d'image par la fonction.

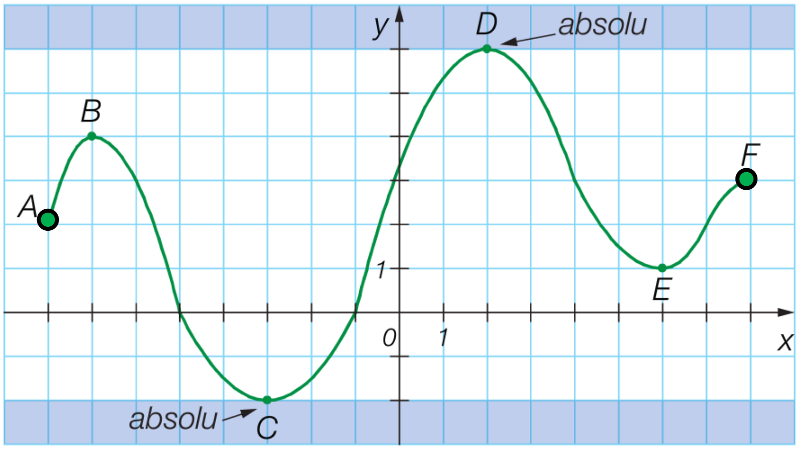
☒ Sous les intervalles,

↗ Pour indiquer une croissance ;

↘ Pour indiquer une décroissance.

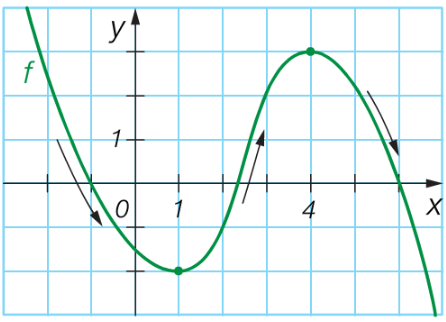
/ Si les réels de cet intervalle n'ont pas d'image.

Exemple 1



x	−∞	-8		-7		-3		2		6		8	+∞
y	/	2	↗	4	↘	-2	↗	6	↘	1	↗	3	/

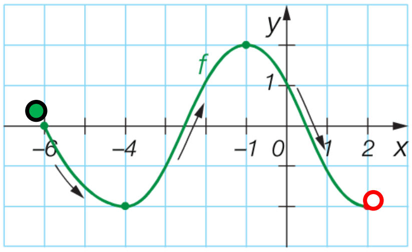
Exemple 2



dom $f = \mathbb{R}$

x		1		4	
y	↘	−2	↗	3	↘
		min. local		Max. local	

Exemple 3 : tableau de variation



dom $f = [-6\,;2[$

x		-6		-4		-1		2	
y		0	↘	-2	↗	2	↘		
		Max. local		min. absolu		Max. absolu			

Exemple 4 : variation : croissance, décroissance et constance

1:24 à 7:23

Sur un $\boxed{\text{intervalle du domaine}}$ une fonction est : On regarde l'axe des « x ».

- ***CROISSANTE*** si elle ne diminue jamais (inclus la constance)

  Truc : Petit bonhomme qui se promène de gauche à droite

  Notation : $f(x)\uparrow$ $\forall x \in$ [0,10] min

- ***DÉCROISSANTE*** si elle n'augmente jamais (inclus la constance)

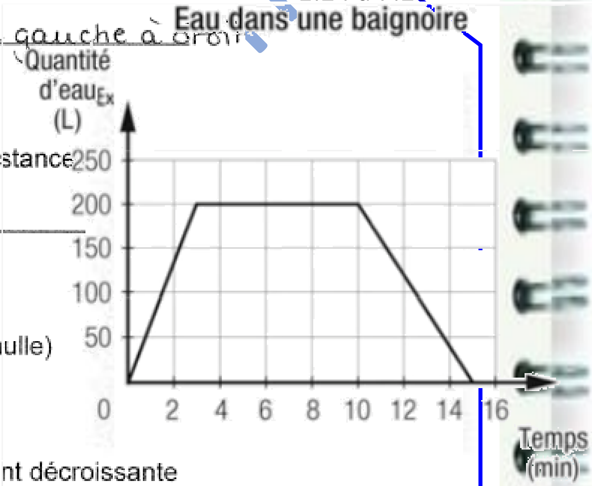
  Truc : Même truc

  Notation : $f(x)\downarrow$ $\forall x \in$ [3,15] min

- ***CONSTANTE*** si elle ne subit aucune variation (variation nulle)

  Notation : $f(x)\rightarrow$ $\forall x \in$ [3,10] min

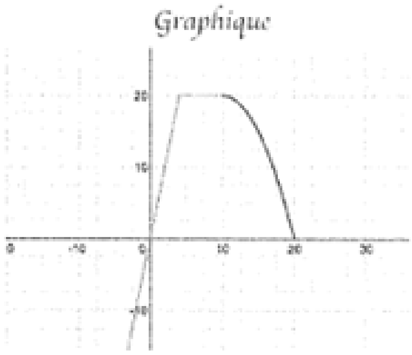
Eau dans une baignoire



- Une fonction peut être strictement croissante ou strictement décroissante si on exclut la constance.

Strictement croissante : $f(x)$stic.$\uparrow$ $\forall x \in$ [0,3] min
Strictement décroissante : $f(x)$stic.$\downarrow$ $\forall x \in$ [10,15] min

x													
y													



Croissante :]–∞, 10]

Décroissante : [3, 20]

Constante : [3, 10]

Strictement croissante :]–∞, 3]

Strictement décroissante : [10, 20]

x													

y													

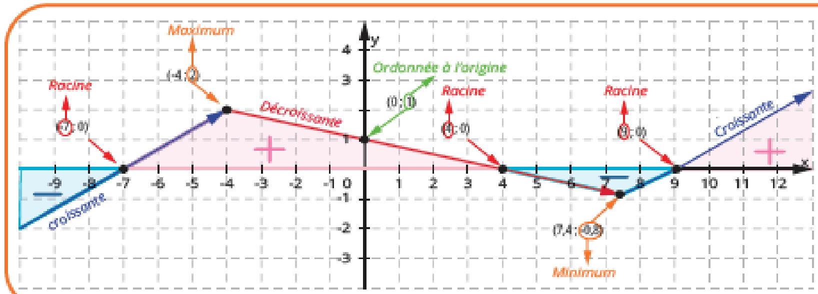
Analyse de fonctions

Propriétés des fonctions

Exercices

FONCTIONS

À partir du graphique



- Les racines / zéros sont les abscisses des points d'intersection du graphique avec l'axe x.
- L'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point d'intersection du graphique avec l'axe y.
- Le **tableau de signes** indique sur quels intervalles la fonction est positive ou négative.

x		-7		4		9	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

→ les racines

- Le **tableau de variation** indique sur quels intervalles la fonction est croissante ou décroissante.

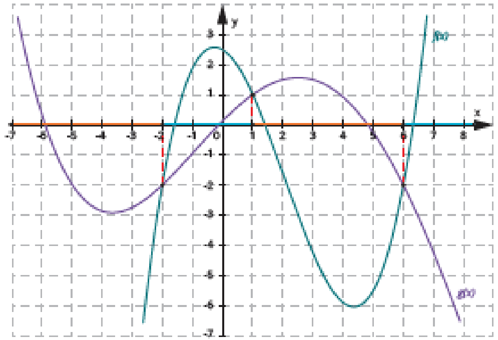
x		-4		$7{,}4$	
$f(x)$	↗	2	↘	$-0{,}8$	↗

→ les maxima ou les minima

On dit que la fonction atteint un maximum de 2 en $x = -4$ et un minimum de $-0{,}8$ en $x = 7{,}4$.

Équations et inéquations

On regarde pour quelles valeurs de x le graphique de $f(x)$ (ou $g(x)$) se trouve au-dessus, en dessous ou sur le graphique de $g(x)$ (ou $f(x)$).



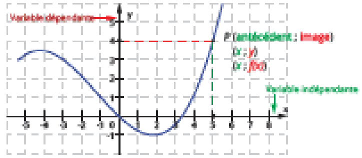
$f(x) = g(x)$ pour $x = -2$; $x = 1$; $x = 6$

$f(x) < g(x)$ pour $x \in \leftarrow ; -2[\cup]1 ; 6[$

$f(x) > g(x)$ pour $x \in]-2 ; 1[\cup]6 ; \rightarrow$

2 variables

Une variable est une lettre à laquelle on peut attribuer différentes valeurs. Dans une relation entre deux variables, l'une est dépendante de l'autre.

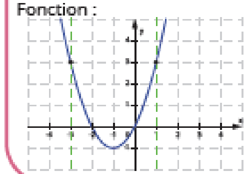


x = variable indépendante $\quad$ y = variable dépendante

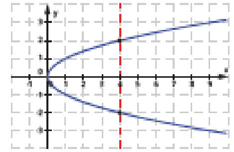
Fonction

Une **fonction** est une relation qui, à chaque valeur de la variable x, fait correspondre 0 ou 1 valeur pour la variable y.
x est appelé **antécédent** et y est appelé **image**.
On note $y = f(x)$.
Graphiquement on fait glisser une droite verticale imaginaire de gauche à droite. Si à au moins un endroit on a deux points d'intersection avec le graphique, il ne s'agit pas d'une fonction.

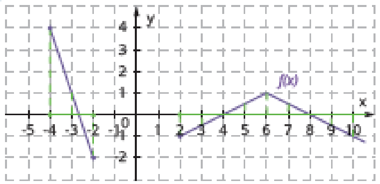
Fonction :



Relation non fonctionnelle :

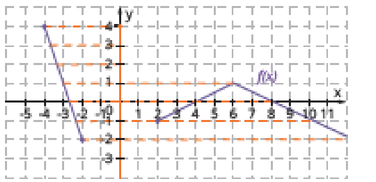


Domaine et ensemble-image



On détermine graphiquement le domaine de définition d'une fonction en repérant sur l'axe des abscisses (x) les nombres qui ont une image. C'est la projection orthogonale du graphique de la fonction sur l'axe des abscisses.

dom $f = [-4 ; -2] \cup [2 ; \rightarrow$



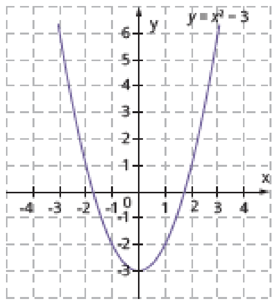
On détermine graphiquement l'ensemble-image d'une fonction en repérant sur l'axe des ordonnées (y) les nombres qui sont des images. C'est la projection orthogonale du graphique de la fonction sur l'axe des ordonnées.

im $f = \leftarrow ; 4]$

Représentation

Graphique

Le graphique cartésien d'une fonction de ℝ dans ℝ est l'ensemble des points $(x ; f(x))$. On note : G_f



Expression algébrique

Une expression algébrique détermine la relation entre les deux variables.
Par exemple : La fonction qui lie chaque nombre à son carré diminué de 3 se note : $f(x) = x^2 - 3$ ou $f : x \rightarrow x^2 - 3$

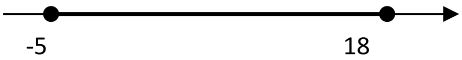
Tableau de valeurs

Un tableau de valeurs indique les antécédents x et leurs images $f(x)$.

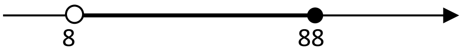
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	6	1	-2	-3	-2	1	6

A. Intervalles — Exercices

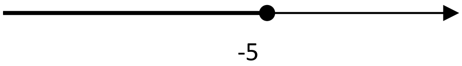
1. Écris les intervalles démontrés ci-dessous.

a) 

____

b) 

____

c) 

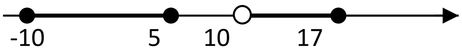
____

d) 

____

e) 

____

f) 

____

2. TRACE les intervalles donnés sur la droite numérique.

a) [-5, 9[

b)]5, 20]

c) [-20, 20] U]25, 30]

d)]- ∞, -100]

e) [-100, +∞[

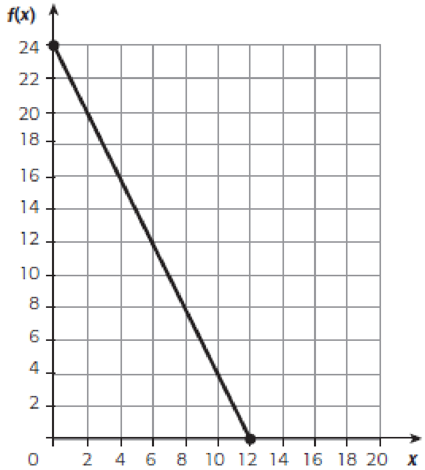
f)]-∞, 1000[

B. Notation, domaine et ensemble image

1. Pour chacune des fonctions suivantes, **DÉTERMINE** :

1 : **Le domaine**
2 : L'ensemble image
3 : $f(2) = x$ image de 2
4 : $f(x) = 4$ antécédent

a)



1 : **dom *f* =** [0 ; 12]...........

2 : im *f* = [0 ; 24]...........................

3 : f(2) = y où y = 20

4 : f(x) = 4 où x = 10...

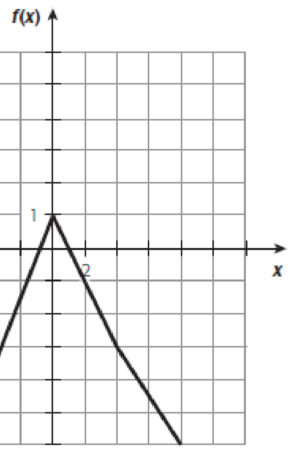
b)

1 : **dom *f* =** [-4 ; +∝[

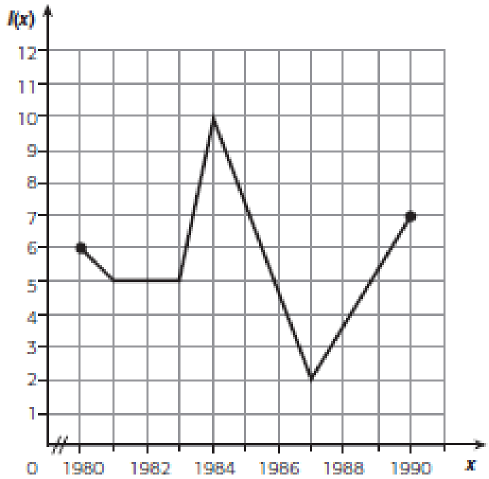
2 : im *f* =]-∝ ; 1]

3 : f(2) = -1.

4 : f(…/………) = 4 *aucun*



c)



1 : **dom *f* =** [1980 ;1990]…

2 : im *f* = [2 ; 10]……

3 : f(2) = /..

4 : f(………...) = 4 difficile à déterminer !
≈ 1986 et ≈1988

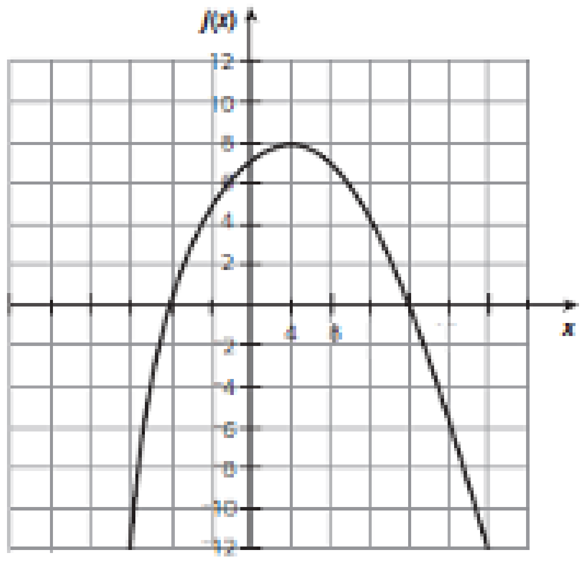
d)

1 : **dom *f* =** ℜ..........................

2 : im *f* = =]--∝ ; 8]…

3 : f(2) = ?

4 : f(… ?...) = 4

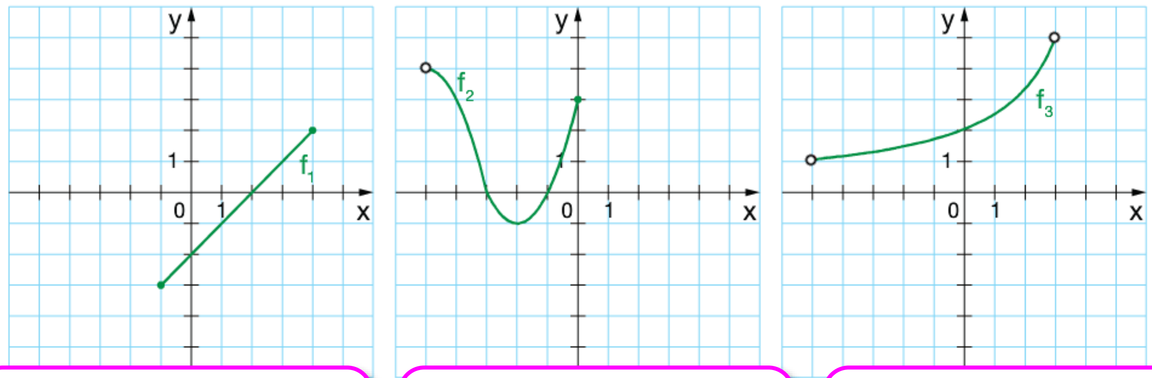


B. Domaine et ensemble image : *Exercices*

<u>Série 2</u> **Remarques** :]-∝ ; +∝ [= $\mathfrak{R}$ domaine sur l'axe des x ensemble image sur l'axe des y

DÉTERMINE le domaine et l'ensemble image pour chacune des fonctions suivantes.

a)

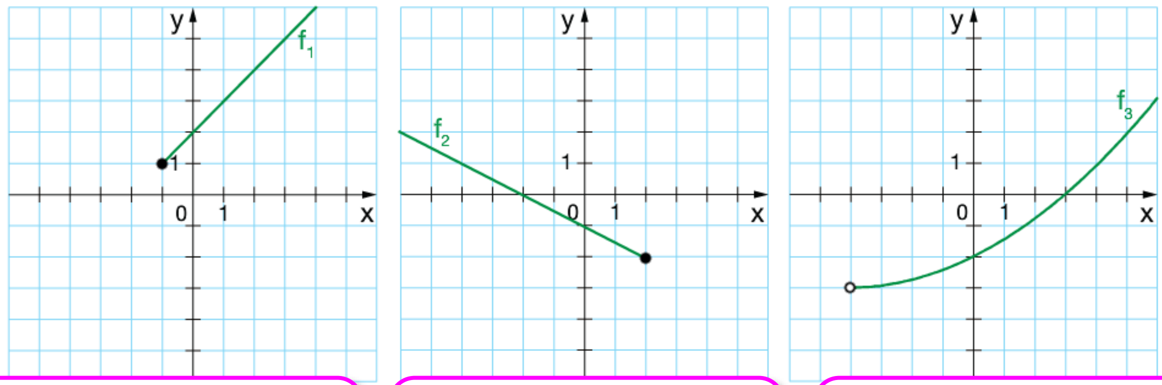


dom *f* = [-1 ; 4]
im *f* = [-3 ; 2]…………

dom *f* =]-5 ; 0]………………
im *f* = [-1 ; 3[……………

dom *f* =]-5 ; 3 […………
im *f* =]1 ; 5[…………

b)

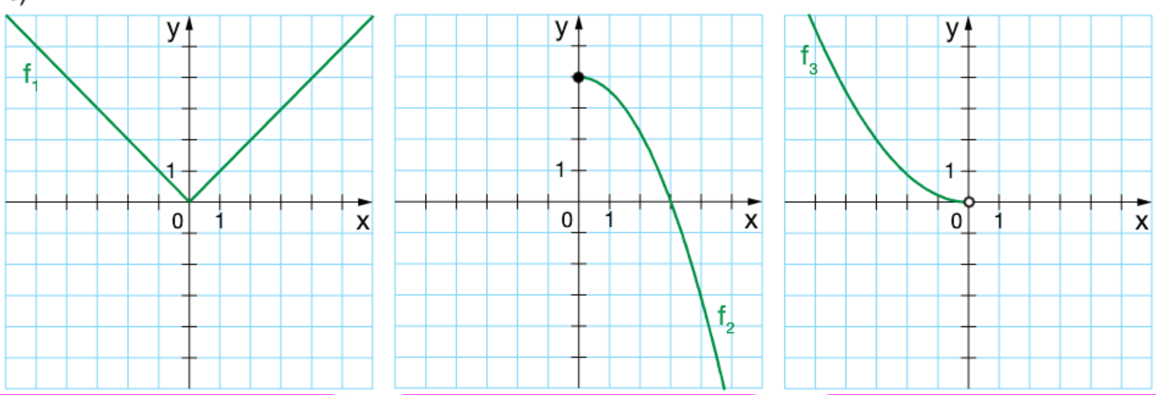


dom *f* = [-1 ; +∝ […………
im *f* = [1 ; +∝ [……………

dom *f* =]-∝ ; 2] ……
im *f* = [-2 ; +∝ [……………

dom *f* =]-4 ; +∝ […………
im *f* =] -3 ; +∝ [...

c)



dom *f* =]-∝ ; +∝ [= $\mathfrak{R}$
im *f* = [0 ; +∝ [= $\mathfrak{R}^+$

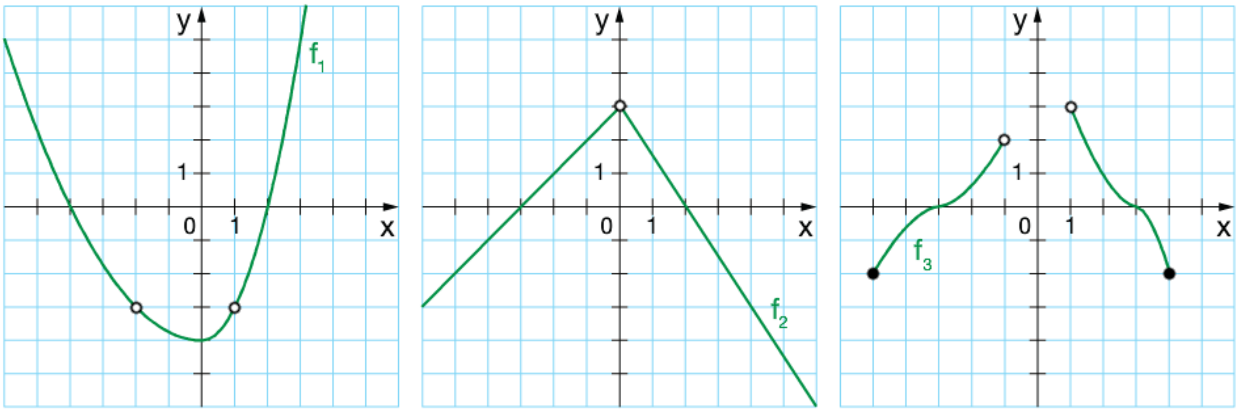
dom *f* = [0 ; +∝ [= $\mathfrak{R}^+$
im *f* =]-∝ ; 4]………

dom *f* =]-∝ ; 0 [ou $\mathfrak{R}_0^-$
im *f* =] 0 ; +∝ [… ou $\mathfrak{R}_0^+$

B. Domaine et ensemble image

Exercices suite

d)



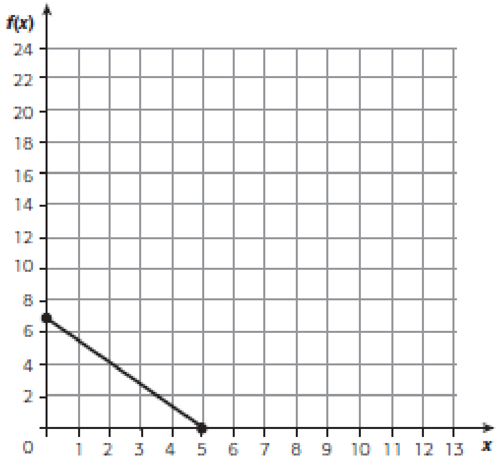
dom *f* = ℜ \{-2 ; 1} im *f* = [- 4 ; +∝ [\ {-3} ou [- 4 ; -3 [∪] -3 ; +∝ [	dom *f* = ℜ0… im *f* =]-∝ ; 3 [	dom *f* = [- 5 ;-1[∪]1 ; 4] im *f* = [- 2 ; 3 [

Série 3 : TRACE le graphique d'une fonction dont le domaine est :

a) ℝ\{3}	b) [3, + ∞[	c)]- 2, 3 [

1. DÉTERMINE les coordonnées à l'origine de chacune des fonctions représentées ci-dessous.

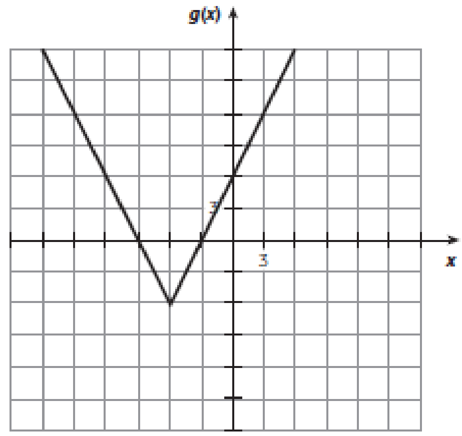
a)



Zéro(s) : $x = 5$ (5 ; 0)
ou Zérof ={5}

Ordonnée à l'origine : $y = 7$ (0 ; 7)

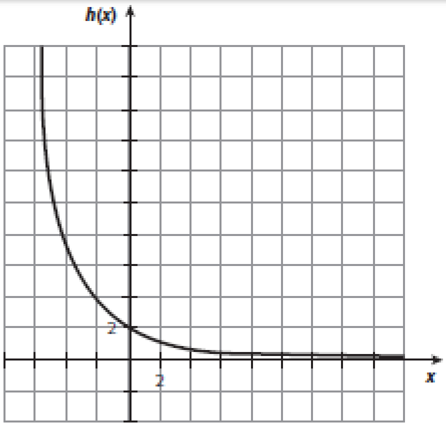
b)



Zéro(s) : $x = -9$ et $x = -3$………
(-9 ; 0) et (-3 ; 0)
ou Zérof ={-9 ; -3}

Ordonnée à l'origine : $y = 6$.
(0 ; 6)

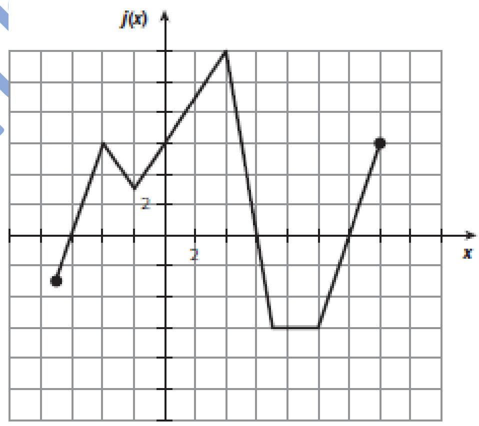
c)



Zéro(s) : ///////////

Ordonnée à l'origine : $y = 2$
(0 ; 2)

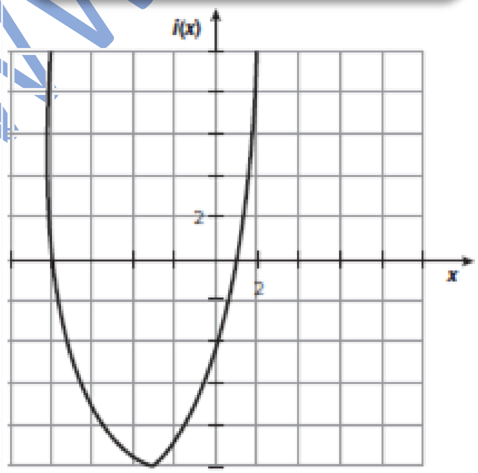
e)



Zéro(s) : $x = -6$; $x = 6$; $x = 12$
(-6 ; 0) et (6 ; 0) et (12 ; 0)
ou Zérof ={-6 ; 6 ; 12}

Ordonnée à l'origine : $y = 6$
(0 ; 6)

d)



Zéro(s) : $x = -8$ et $x = 1$
(-8 ; 0) (1 ; 0)

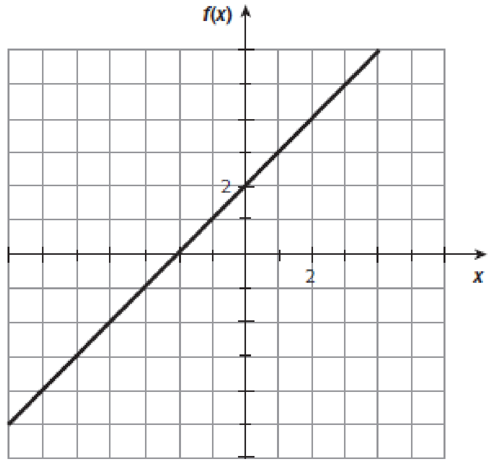
ou Zérof ={-8 ; 1}

Ordonnée à l'origine : $y = -4$
(0 ; -4)

> 0 strictement positive

FAIS l'étude du signe de chacune des fonctions représentées ci-dessous.

a)

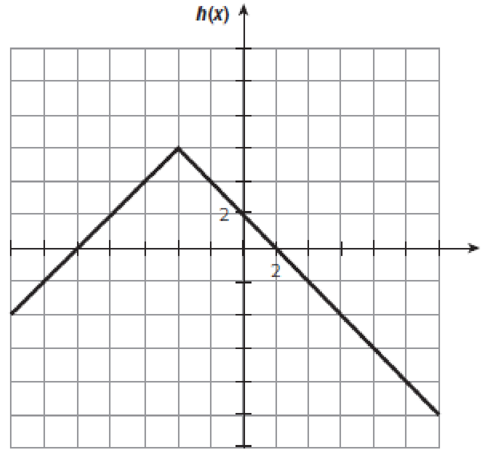


$f(x) > 0$ pour $x \in$]--2 ; +∝[…

$f(x) < 0$ pour $x \in$]-∝ ; -2[…

$f(x) = 0$ pour x =2

c)

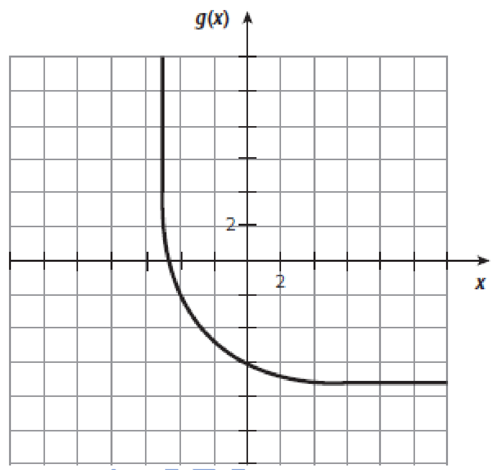


$h(x) > 0$ pour $x \in$]-10 ; 2[…

$h(x) < 0$ pour $x \in$]-∝ ;-10[∪]2;+∝[

$h(x) = 0$ pour x = -10 et x = 2

b)

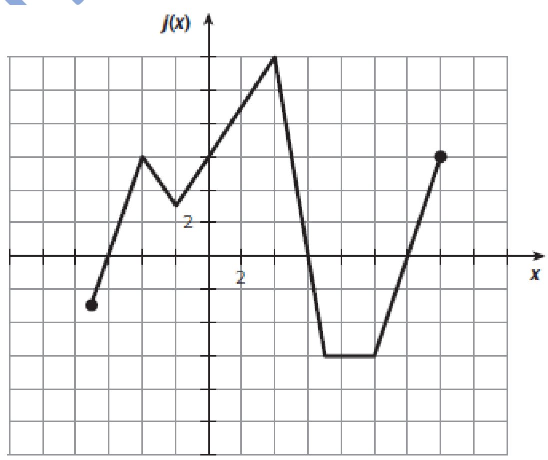


$g(x) > 0$ pour $x \in$]-5 ; -5[

$g(x) < 0$ pour $x \in$]-5 ; +∝[

$g(x) = 0$ pour x = -5

e)

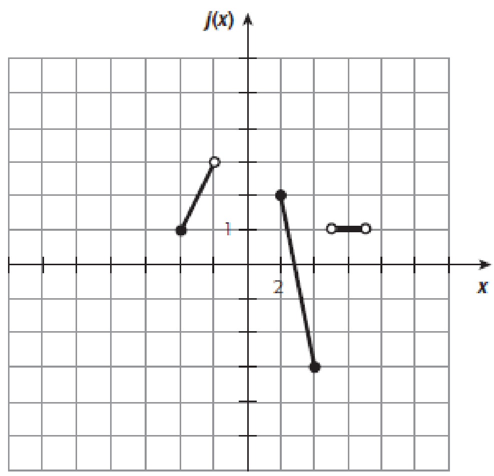


$f(x) > 0$ pour $x \in$]-6 ;-6[∪]12 ;14]

$f(x) < 0$ pour $x \in$[-7 ;-6[∪]6 ;12[

$f(x) = 0$ pour x =-6 ; x =6 et x = 12

f)



$f(x) > 0$ pour $x \in$ [-4 ;-2[∪ [2 ;3[∪]5 ; 7[

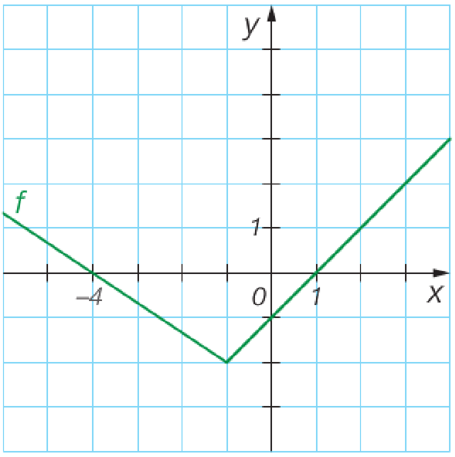
$f(x) < 0$ pour $x \in$]3 ; 4]

$f(x) = 0$ pour x = 3

D. Signe d'une fonction : tableau

Idée : repérer les zéros de la fonction

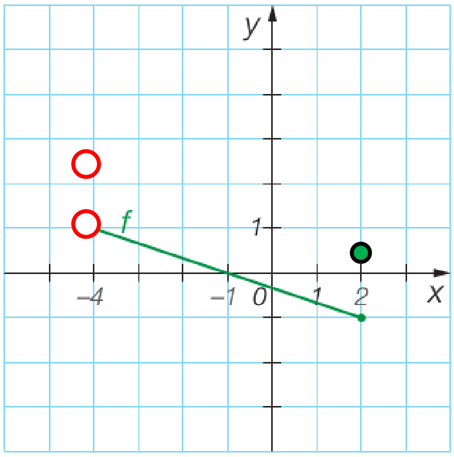
Exemples :



dom $f = \mathbb{R}$

–4 et 1 sont les zéros de f.

x		–4		1	
y	+	0	–	0	+

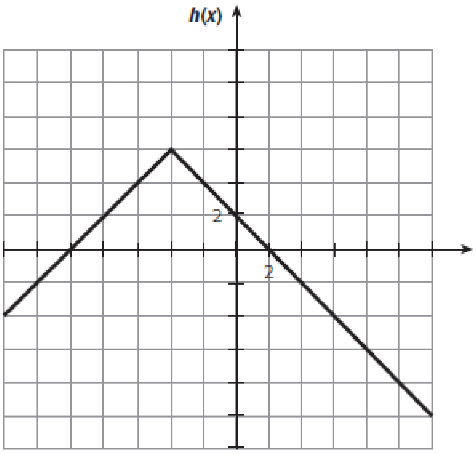


dom $f =]-4 ; 2]$

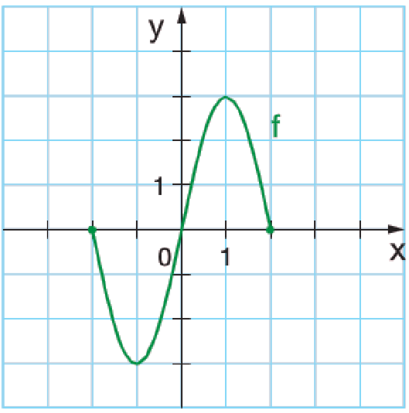
–1 est le zéro de f.

x		–4		–1		2	
y			+	0	–	–	

Exercices



x			-10		2		
y		-	0	+	0	-	



x		-2		0		2	
y		0	-	0	+	0	

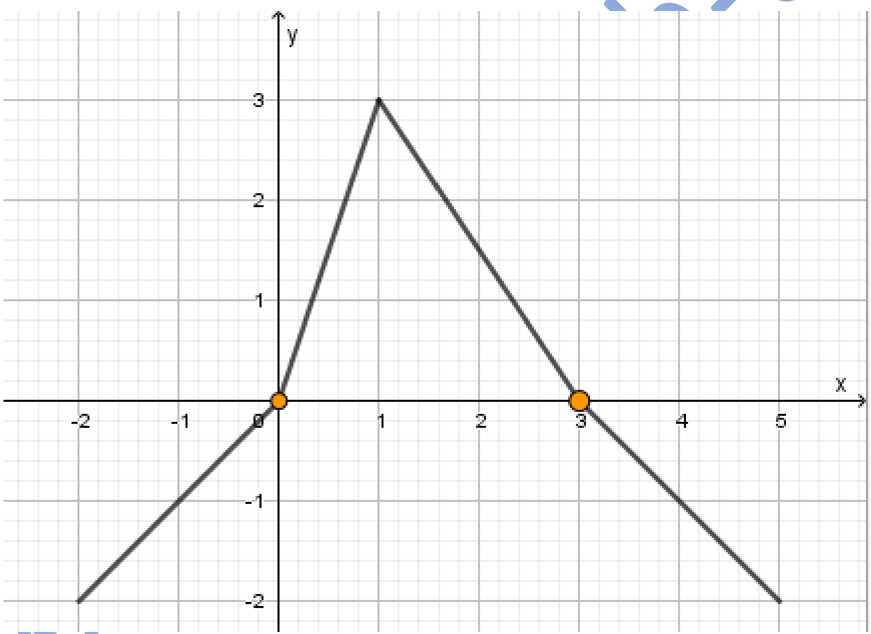
D. Signe d'une fonction : tableau Exercices

ESQUISSE le tracé d'une fonction dont le tableau de signes est donné ci-dessous :

x	-2		0		3		5
signe de f (x)		–	0	+	0	–	

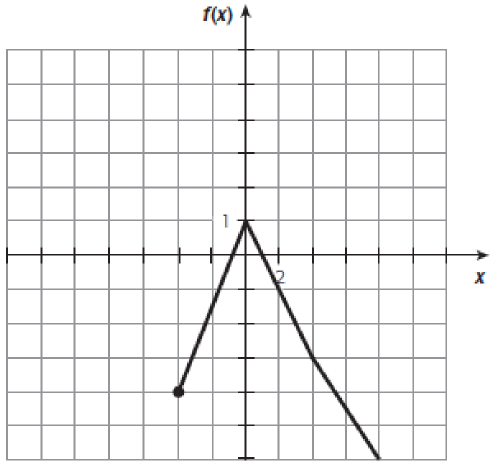
			0		0		0

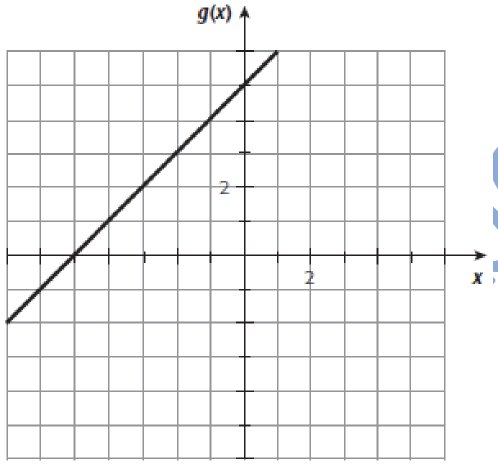
Une fonction parmi d'autres



E. Extrémums Exercices

Pour chacune des fonctions représentées ci-dessous, **DÉTERMINE**, s'il y a lieu, les extremums. (max et min)





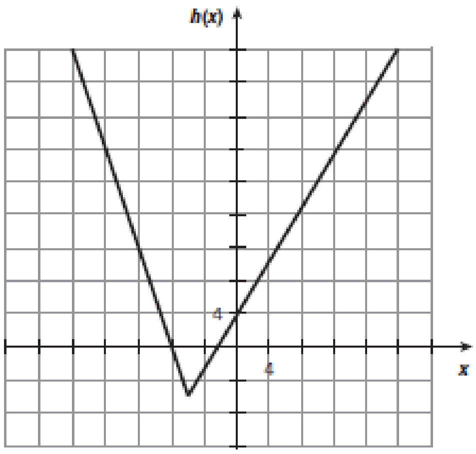
Minimum : aucun

Maximum : y = **1**………(0 ;1)

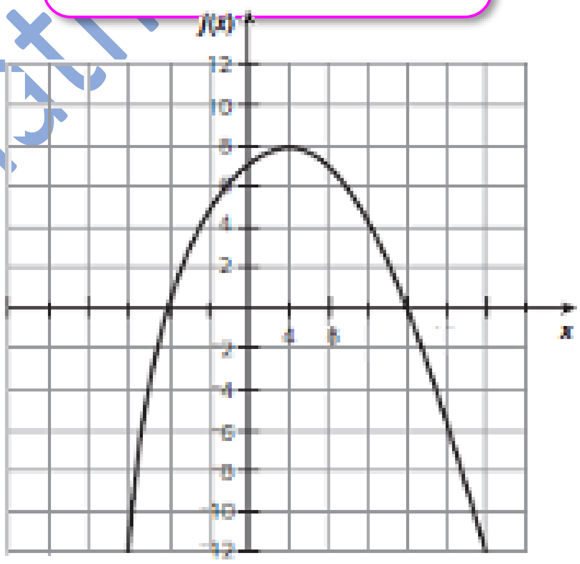
Minimum : aucun

Maximum : aucun

c)



e)



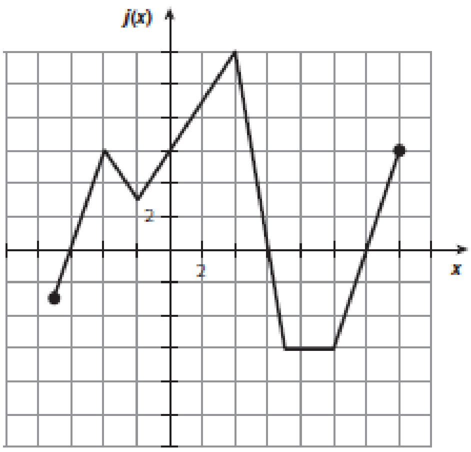
Minimum : y = **- 6** **(-6 ;-6)**

Maximum : aucun

Minimum : aucun

Maximum : y = 8

f)



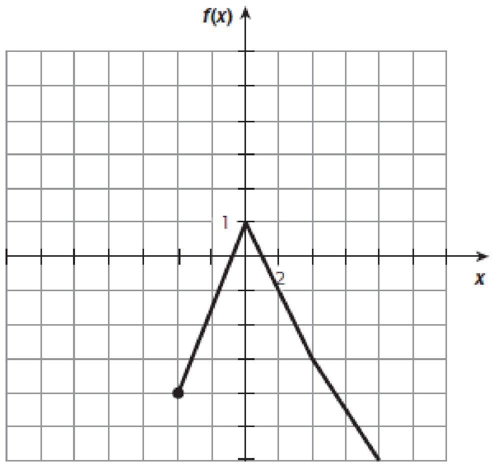
Minimum : y = - 6

Maximum : y = 12……

F. Variation d'une fonction : croissante, décroissante, constante

D2.2 P2

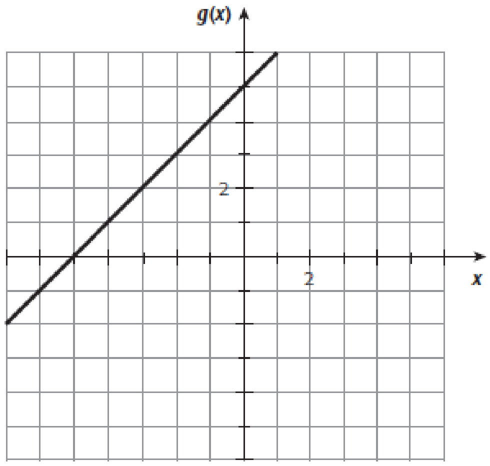
DÉTERMINE, s'il y a lieu, les intervalles de croissance, de décroissance et de constance pour chacune des fonctions représentées ci-dessous.



Croissante : $\forall\ x \in [-4 ; 0]$

Décroissante : $\forall\ x \in [0 ; +\infty[$

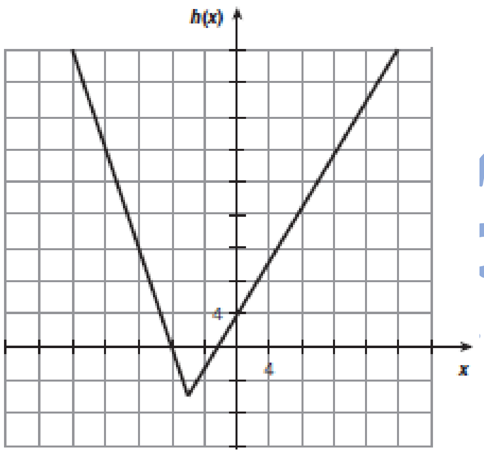
$\forall\ x \in \Re$



Croissante : $\forall\ x \in \Re$

Décroissante : //////

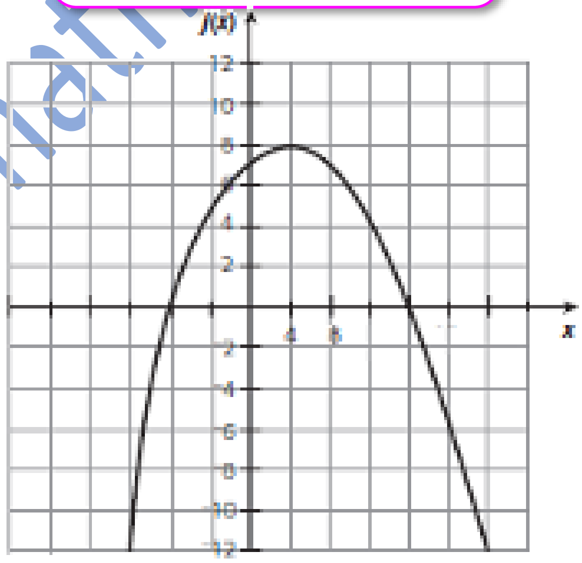
c)



Croissante : $\forall\ x \in [-6 ; +\infty[$

Décroissante : $\forall\ x \in]-\infty ; -6]$

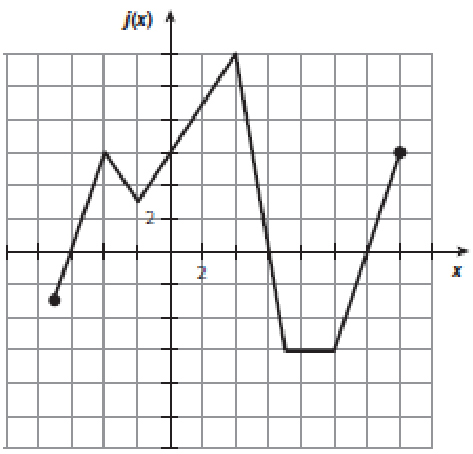
d)



Croissante : $\forall\ x \in]-\infty ; 4]$

Décroissante : $\forall\ x \in [4 ; +\infty [$

e)



Croissante : $\forall\ x \in [-7 ; -4] \cup [-2 ;4] \cup[10 ;14]$

Décroissante : $\forall\ x \in [-4 ;-2] \cup [4 ; 7]$

Constante $\forall\ x \in\ [7 ; 10]$

F. Croissance, décroissance, constance : tableau de variation

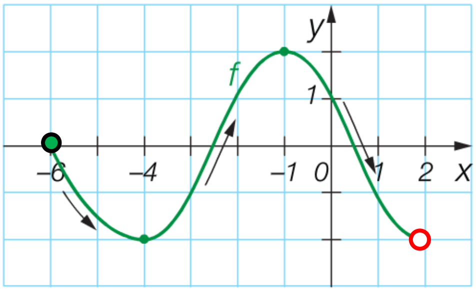
Idée : repérer les extrémum de la fonction

Notions :

Une fonction f est croissante sur un intervalle si, lorsque x augmente dans cet intervalle, alors f(x) augmente.

Une fonction f est décroissante sur un intervalle si, lorsque x augmente dans cet intervalle, alors f(x) diminue.

Exemple :

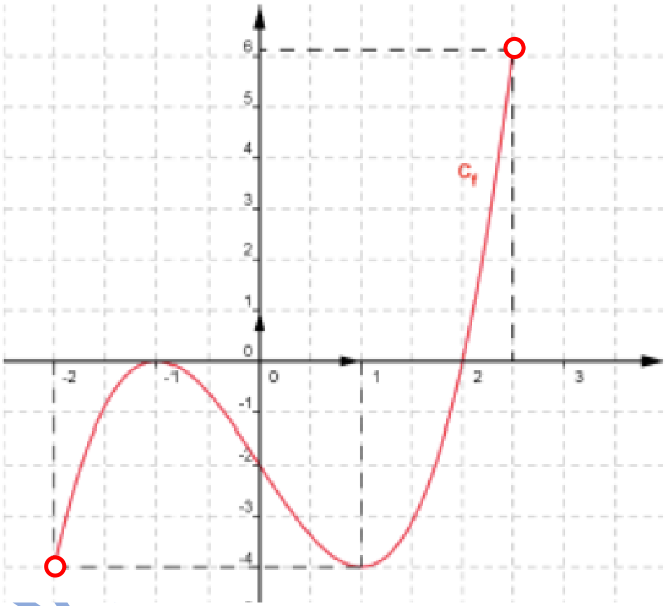


dom f = [–6 ; 2[

x		–6		–4		–1		2	
y		0	↘	–2	↗	2	↘		
		Max. local		min. absolu		Max. absolu			

Exercices :

Exercice 1

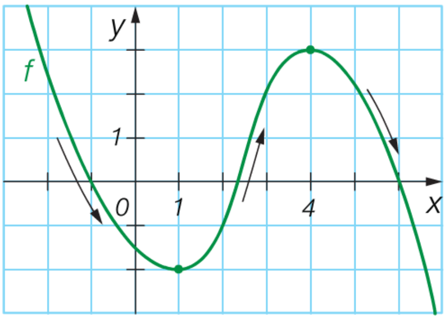


x	−2		−1		1		2,5
f(x)	−4	↗	0	↘	−4	↗	≃ 6,1

Dom *f* = [-2 ; 2,5]

x		- 2		-1		1		2,5	
y		- 4	↗	0	↘	- 4	↗	6,1	

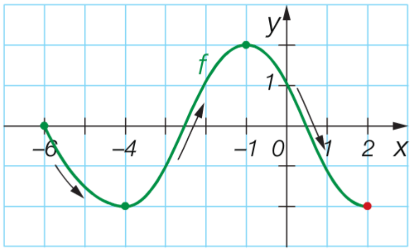
Exercice 2



Dom f = $\Re$

x			1		4		
y		↘	-2	↗	3	↘	
			Min local		Max local		

Exercice 3



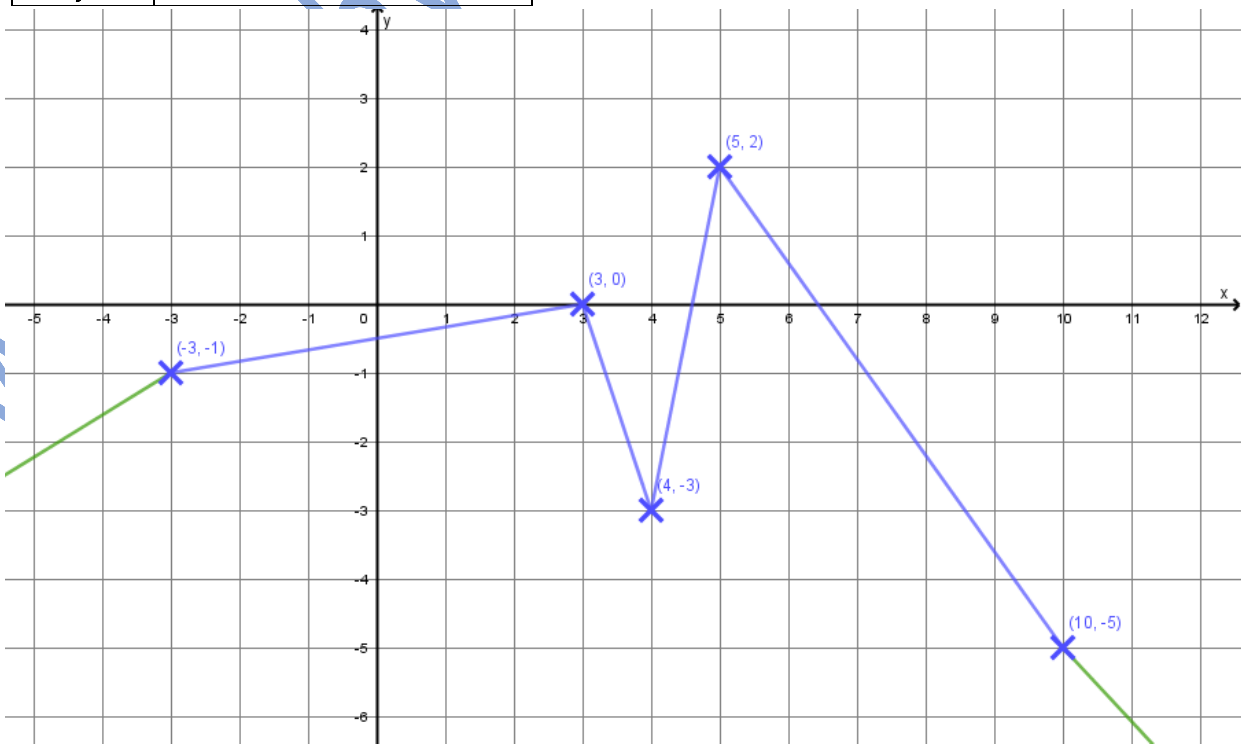
Dom f = **[-6 ; 2[**

x		-6		-4		-1		2
y		0	↘	-2	↗	2	↘	
		Max local		Min absolu		Max absolu		

Exercice de la page « 32 »du syllabus

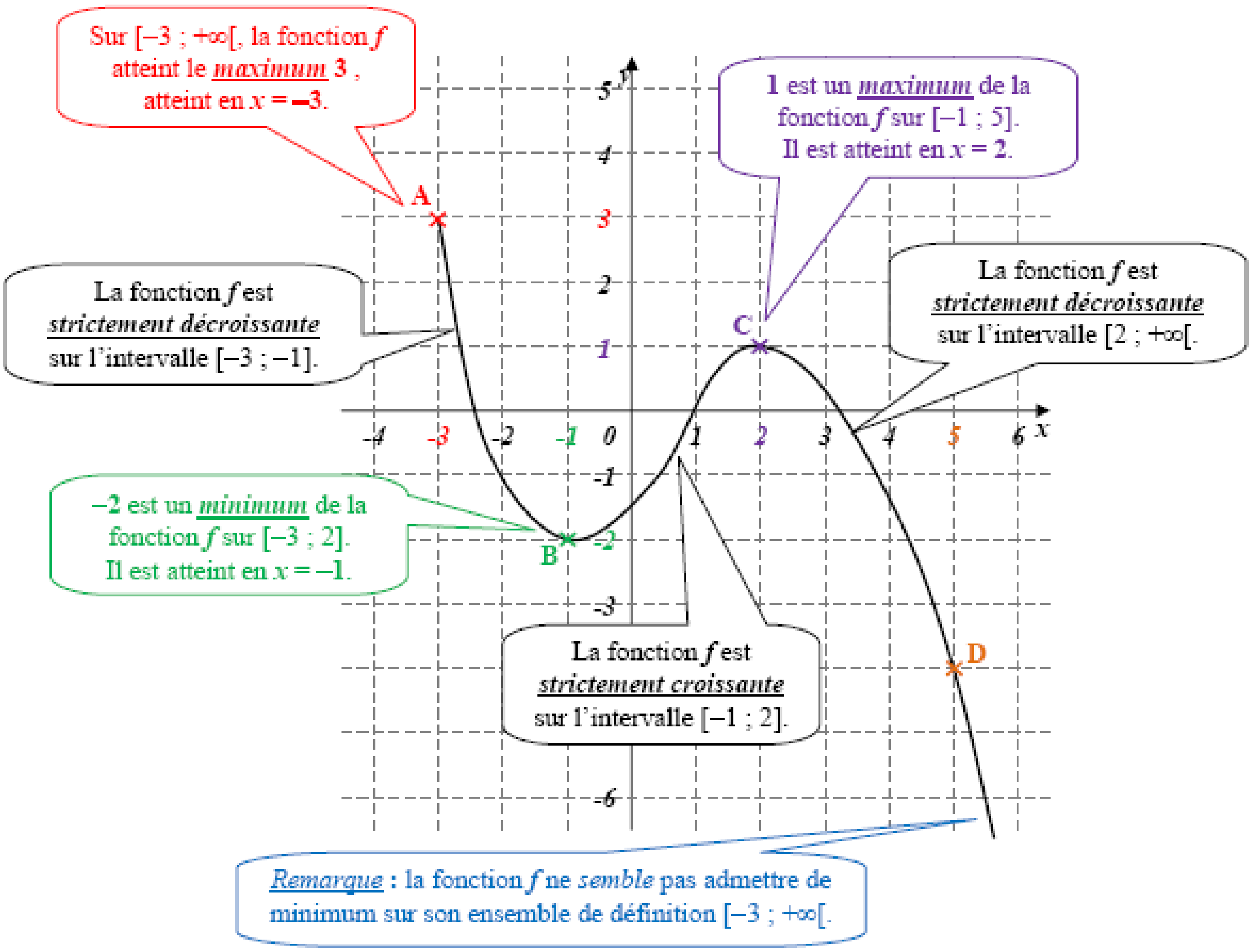
Exercice 4 : REPRÉSENTE une fonction dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	-3		3		4		5		10
variation de f	-1	↗	0	↘	-3	↗	2	↘	-5



Exercice type : Dresser un tableau de variation à partir de lectures graphiques

Soit une fonction ***f*** définie sur [-3 ; +∞[dont on donne la représentation graphique suivante :



Étudier ***le sens des variations*** d'une fonction, c'est indiquer si elle est strictement croissante ou strictement décroissante ou constante avec les intervalles correspondants.

Chercher un ***extremum***, c'est chercher un minimum et/ou un maximum sur l'intervalle donné.

On résume souvent toutes ces informations à l'aide d'un ***tableau de variation***

Solution

x	-3		-1		2		$+\infty$
$f(x)$	3	↘	-2	↗	1	↘	?

antécédents « abscisses »

images « ordonnées »

Comprendre un tableau de variation

On considère une fonction ***g*** définie sur [-4 ; 6] dont le tableau de variations est donné ci-dessous.

x	-4		0		2		6
$g(x)$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4

1. TRACE une courbe susceptible de représenter ***g*** dans un repère.

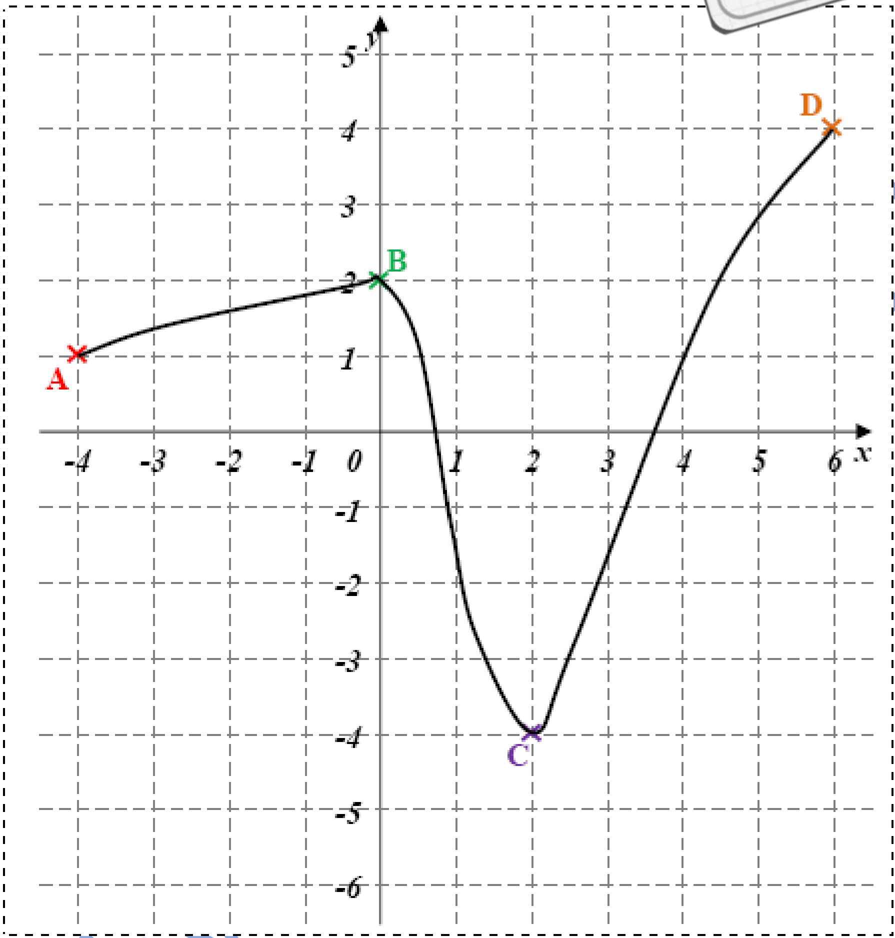
2. Pour chacun des intervalles, donner le minimum et le maximum de la fonction ***g*** et préciser pour quelles valeurs de ***x*** ils sont atteints.

a. sur [-2 ; 3] **b.** sur le domaine de définition [-4 ; 6]

Solution page suivante

Solutions

①



2. a. Sur l'intervalle [-2 ; 3] :

☺ la fonction ***g*** admet un minimum -**4** atteint en ***x*** = **2**

☺ et la fonction ***g*** admet un maximum **2** atteint en ***x*** = **0**

b. Sur le domaine de définition [-4 ; 6] :

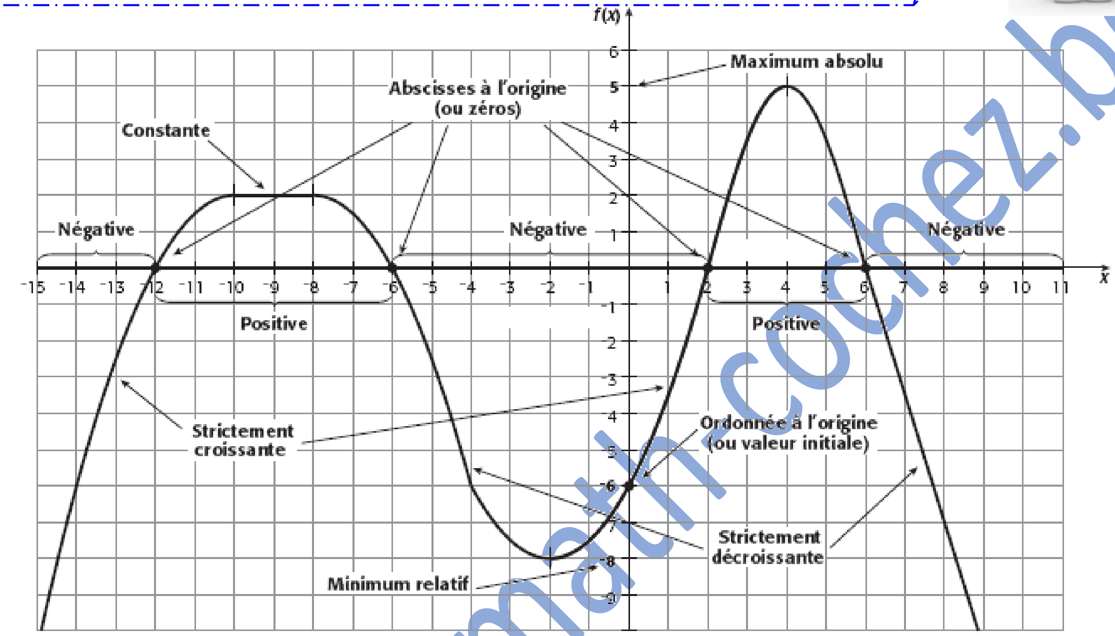
☺ la fonction ***g*** admet un minimum -**4** atteint en ***x*** = **2**

☺ et la fonction ***g*** admet un maximum **4** atteint en ***x*** = **6**

G. Analyse d'une fonction : résumé

Résumé

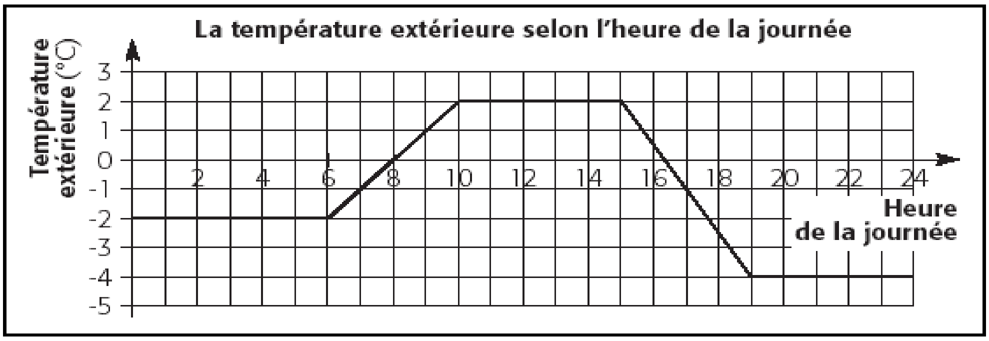
- Faire **l'analyse d'une fonction** consiste à décrire ses propriétés :
- Le domaine et l'ensemble image
- Les coordonnées à l'origine (zéro(s) et ordonnée)
- Le signe $(+/-)$
- La variation (croissant, décroissant, constant)
- Les extremums (max, min)



En ...	Propriétés		Intervalle ou valeur
x	Domaine	Dom f =	$]-\infty;+\infty[\ =\ \mathbb{R}$
y	Ensemble Image	Im f =	$]-\infty;5]$
y	Ordonnée à l'origine		-6
x	Zéro(s) ou racine(s)		-12 ; -6 ; 2 ; 6
x	La fonction est croissante		$]-\infty\,;\,-82]\cup[-2\,;4\,]$
	La fonction est décroissante		$[-10\,;2]\cup[4\,;\,+\infty[$
	La fonction est constante		$[-10\,;\,-8]$
x	La fonction est positive (signe)	$f(x)\geq 0$	$[-12\,;\,-6]\cup[2\,;6]$
	La fonction est négative (signe)	$f(x)\geq 0$	$]-\infty\,;\,-12]\cup[-6\,;2\,]\ \cup[6\,;\,+\infty[$
y	Maximum (extremum)		5
	Minimum (extremum)		/
	Maximum relatif		-8
	Minimum relatif		/

G. Analyse d'une fonction

Exemple résolu :



En ...	Propriétés	« Astuces »	Réponse de l'exemple
x	**Domaine** **Dom f**	Ensemble des valeurs que peut prendre la variable indépendante x	$dom\ f = [0\,;24]$
y	**Ensemble Image** Im f	Ensemble des valeurs que peut prendre la variable dépendante y	$im\ f = [-4\,;2]$
y	**Ordonnée à l'origine**	Il n'y en a jamais plus qu'une! Valeur de y lorsque la fonction croise l'axe des ordonnées ($x = 0$)	-2
x	zéros d'une fonction ou racine(s)	Il peut y en avoir plusieurs. Valeur de x lorsque la fonction croise l'axe des abscisses ($y = 0$)	8 et 16,5 Ou 8h et 16h30
x	**Variation** croissante	Si $x \uparrow alors\ y \uparrow$	$[6\,;10]$
	décroissante	Si $x \uparrow alors\ y \downarrow$	$[15\,;19]$
	Constante	Si $x \uparrow alors\ y\ est\ le\ même$	$[0\,;6] \cup [10\,;15] \cup [19\,;24]$
x	**Signe** Positive (+)	Attention! Zéro est positif et négatif! Les bornes sont donc toujours incluses. Lorsque « la fonction » se trouve au-dessus de l'axe des x.	$[8\,;16{,}5]$
	Strictement positive		$]8\,;16{,}5[$
	Négative (–)	Lorsque « la fonction » se trouve au-dessus de l'axe des x.	$[0\,;8] \cup [16{,}5\,;24]$
y	**Extrémums :** Maximum	Attention! L'infini n'est pas un extrémum! Plus grande valeur que peut prendre la variable dépendante y	2
	Minimum	Plus petite valeur que peut prendre la variable dépendante y	-4

G. Analyse d'une fonction : Exercices

Ex1 : **FAIS** l'étude de la fonction suivante. Ch3 note de cours

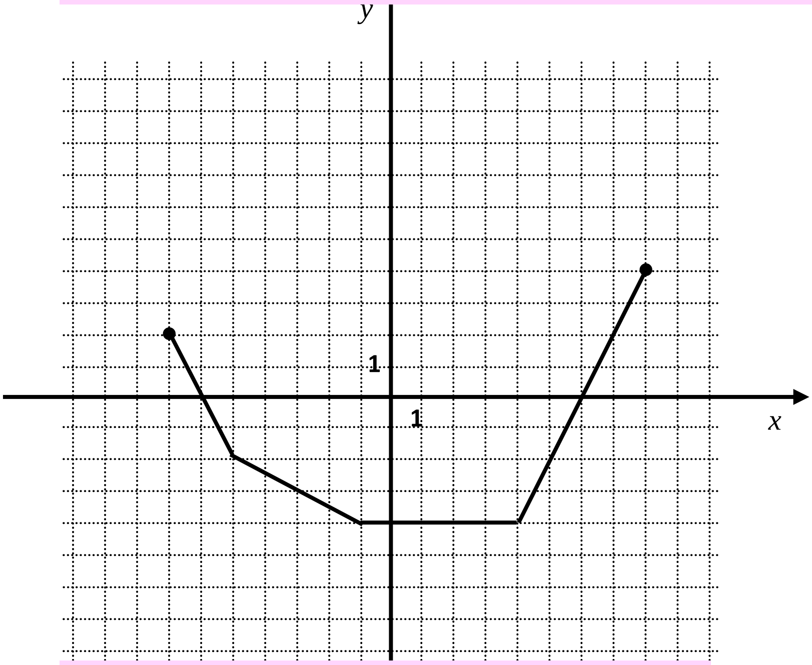


Tableau de variation :

x		-7		-1		4		8	
y			↘		→		↗		

Tableau de signe :

x	-7		-6			6		8	
y	2	+	0	-	-	0	+	4	

Domaine :
Dom f = [-7 ; 8]

Ensemble Image :
im f = [-4 : 4]

Ordonnée à l'origine :
y = - 4

Zéro(s) ou Racine(s) :
x = -6 et x = 6 ou Zéro$f$ ={-6 ; 6}

Extrémums : Min : y = - 4

Max : y = 4

Variation :
- Décroissante : $\forall x \in$ [-7 ; -1]
- Constante : $\forall x \in$ [-1 ; 4]
- Croissante : $\forall x \in$ [4 ; 8]

Signe :
- Positive : $\forall x \in$ [-7 ; -6] $\cup$[6 ; 8]
- Négative : $\forall x \in$ [-6 ; 6]
- Nulle : x =-6 et x =6 (Zéros)

Ex2 : **FAIS** l'étude de la fonction suivante.

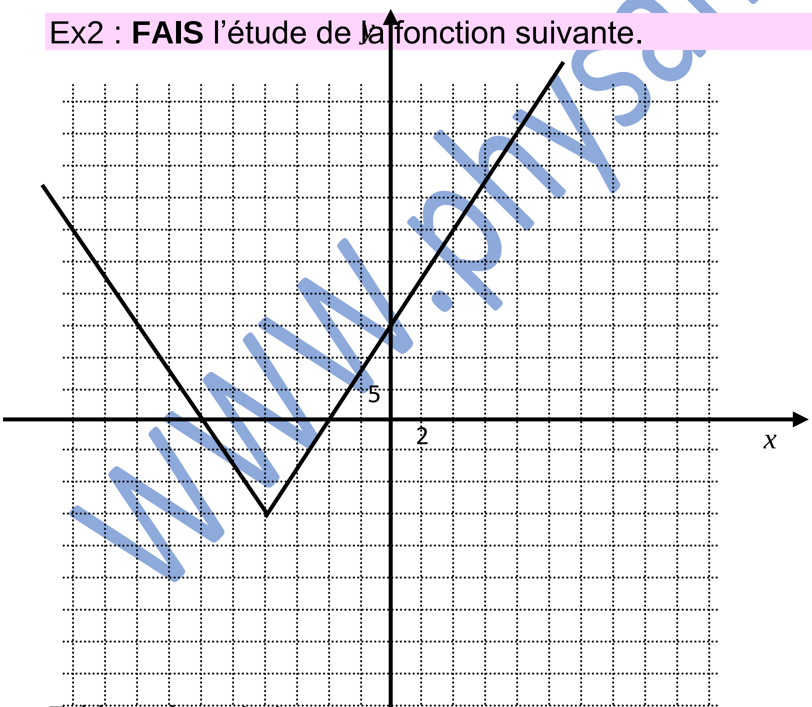


Tableau de variation :

x		-8	
y	↘	-15	↗

Tableau de signe :

x		-12		-4	

Domaine :
Dom f = $\Re$

Ensemble Image :
im f = [-15 ; + ∞[

Ordonnée à l'origine :
y = 15

Zéro(s) ou Racine(s) :

x = -12 et x = - 4 ou Zéro$f$ ={-12 ; -4}

Extrémums : Min : y = - 15
Max : y = aucun

Variation :
- Décroissante : $\forall x \in$]-∞ ; -8[
- Croissante : $\forall x \in$ [-8;+∞[
- Constante : ///

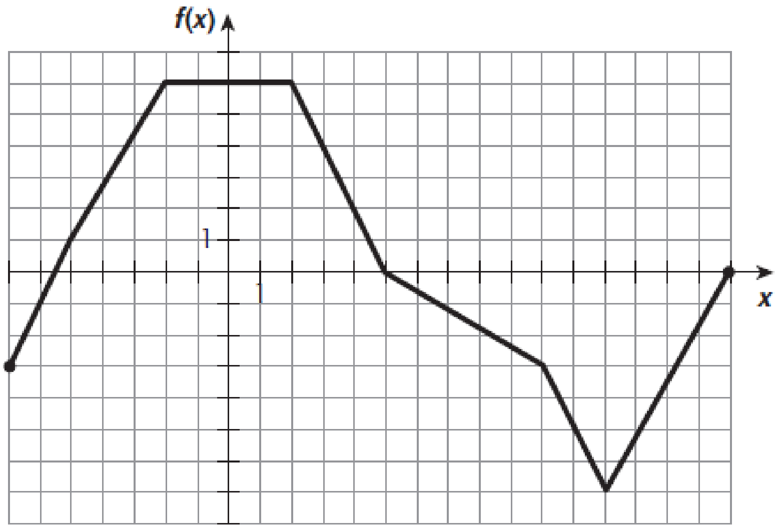
Signe :
- Positive : $\forall x \in$]-∞;-12]$\cup$[-4 ; +∞[
- Négative : $\forall x \in$[-12 ; -4]

y	+	0	-	0	+

NOM : .... PRENOM : .... CLASSE : 3A DATE : / / n°....

G. Analyse d'une fonction D 2.3.1 Exercices

a)



1) Domaine ; dom f = [-7 ;16]

2) Ensemble image : im f = [-7 ; 6]

3) Ordonnée à l'origine : y = 6

4) Zéro(s) : x = -5,5 ; x = 5 et x = 16 ou Zérof = {-5,5 ; 5 ;16}

5) variation : $f(x)$ est croissante $\forall\ x \in$ [-7 ; -2] $\cup$ [12 ; 16]

$f(x)$ est décroissante $\forall\ x \in$ [2 ; 12]

$f(x)$ est constante $\forall\ x \in$ [-2 ; 2]

x		-7		-2		2		12		16	
y		-3	↗	6	→	6	↘	-7	↗	0	

6) signe : $f(x) \geq 0$ (positive) $\forall\ x \in$ [-5,5 ; 5] $\cup$ {16}

$f(x) \leq 0$ (négative) $\forall\ x \in$ [-7 ; -5,5] $\cup$ [5 ; 16]

x		-7		-5.5		5		16	
y		-3	-	0	+	0	-	0	

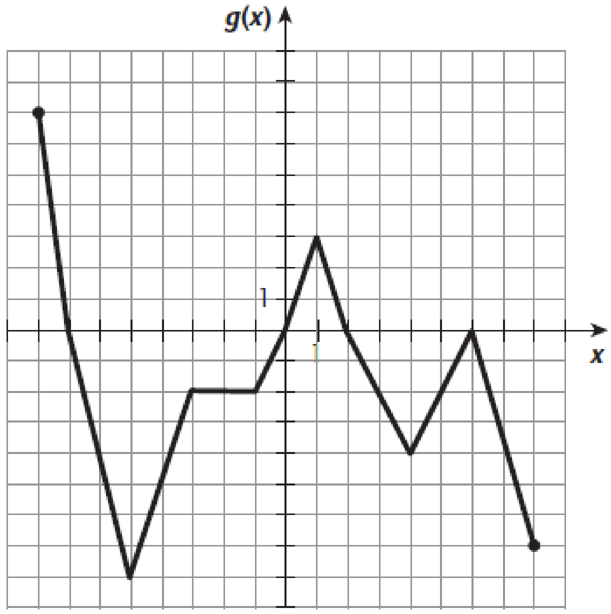
7) Extrémum : maximum : y = 6

Minimum : $y = -7$

NOM : ……………. PRENOM : …………… CLASSE : 3 DATE :……… n°….

G. Analyse d'une fonction D 2.3. ex b Exercices

b)



1) Domaine ; dom g = [-8 ; 8]

2) Ensemble image : im g = [-8 ; 7]

3) Ordonnée à l'origine ; y = 0

4) Zéro(s) : x = -7 ; x = 0 ; x = 2 et x = 6 ou Zérof = {-7 ; 2 ; 6}

5) variation : $g(x)$ est croissante $\forall\, x \in$ [-5 ; -3] ∪ [-1 ; 1] ∪ [4 ; 6]

$gx)$ est décroissante $\forall\, x \in$ [-8 ; -5] ∪ [1 ; 4] ∪ [6 ; 8]

$g(x)$ est constante $\forall\, x \in$ [-3 ; -1]

x		-8		-5		-3		-1		1		4		6		8	
y		7	↘	-8	↗	-2	→	-2	↗	3	↘	-4	↗	0	↘	-7	

6) signe : $g(x) \geq 0$ (positive) $\forall\, x \in$ [-8 ; -7] ∪ [0 ; 2]

$g(x) \leq 0$ (négative) $\forall\, x \in$ [-7 ; 0] ∪ [2 ; 8]

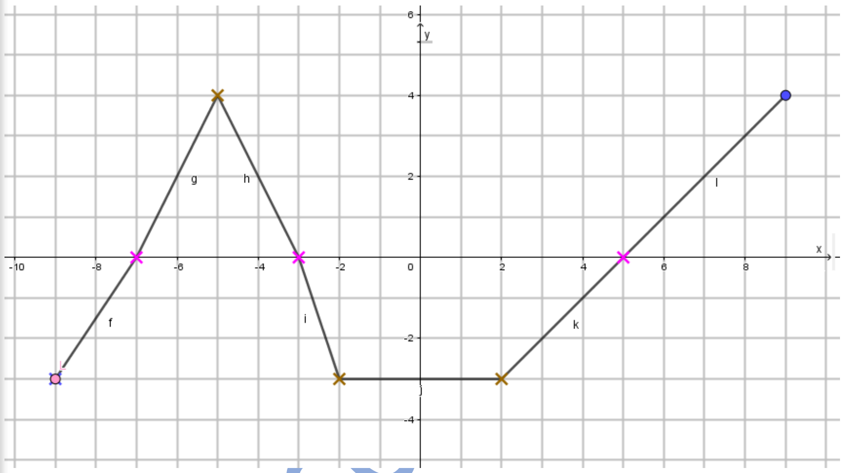
x		-8		-7		0		2		6		8		
y		7	+	0	-	0	+	0	-	0	-	-7		

7) Extrémum : maximum : y = 7

Minimum : y = -8

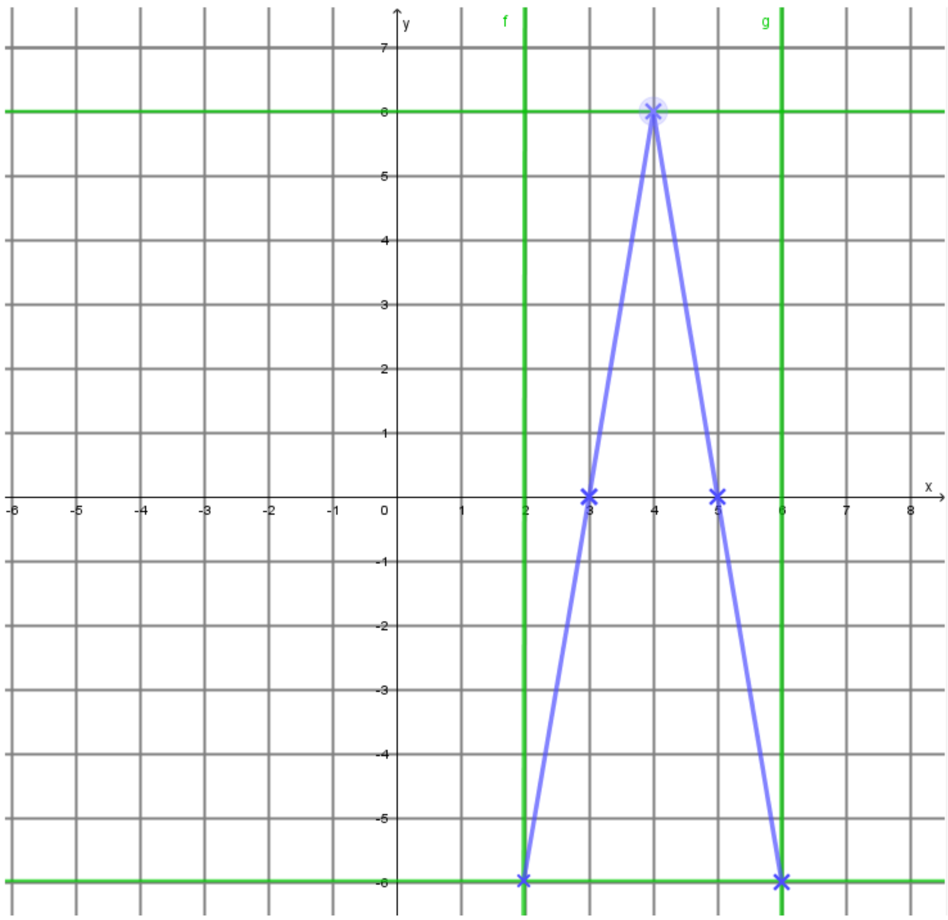
1. **TRACE** l'allure générale de la fonction à l'aide des propriétés données.

- dom f : [-9 , 9]
- im f : [-3 , 4]
- Ordonnée à l'origine ; = -3
- Zéros : -7 , -3, 5
- croissante $\forall x \in$ [-9 , -5] U [2 , 9]
- Décroissante $\forall x \in$[-5 , -2]
- Constante : [-2 , 2]
- signe : positive [-7 , -3] U [5 , 9]
  négative [-9 , -7] U [-3 , 5]
- Extrémum : maximum : 4
  Minimum :- 3



2 .**TRACE** le graphique d'une fonction qui a les propriétés suivantes.

	Domaine	Ensemble Image	Maximum	Minimum	Zéros	Ordonnée à l'origine	Croissance	Décroissance
b)	[2, 6]	[-6, 6]	6	-6	3 et 5	Aucune	[2, 4]	[4, 6]

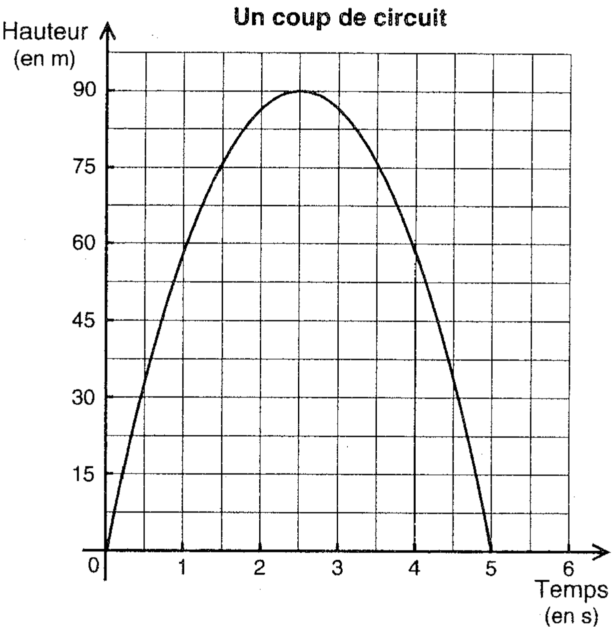


G. Analyse d'une fonction : exercices supplémentaires

Ch3 dev P5

1. Pour chacun des graphiques suivants, **FAIS** l'étude de la fonction.

a)



Domaine : Dom f = [0 ; 5]

Ensemble Image : im f = [0 ; 90]

Variation :

- ☞ Croissante : $\forall x \in$ [0 ; 2,5]
- ☞ Décroissante : $\forall x \in$ [2,5 ; 5]
- ☞ Constante : /

Extrémums :

- ☞ Max : $y = 90$
- ☞ Min : $y = 0$

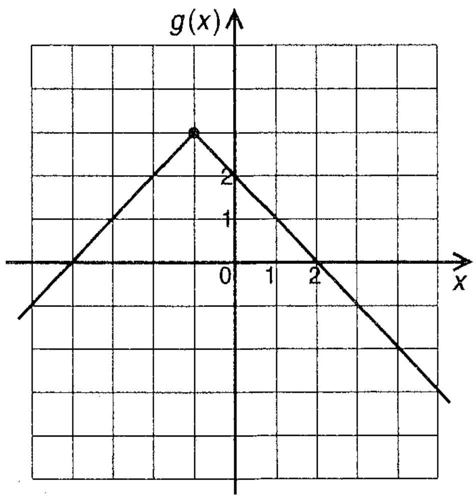
Signe :

- ☞ Positive : $\forall x \in$ [0 ; 5]
- ☞ Négative : //////

Zéro (s) : $x = 0$ et $x = 5$ ou Zéro$f$ = {0; 5}

Ordonnée à l'origine : $y = 0$

b)



Domaine : Dom $f = \Re$

Ensemble Image : im f =]-∝ ; 3]

Variation :

- ☞ Croissance :]-∝ ; -1]
- ☞ Décroissance : [-1 ; +∝[
- ☞ Constance : /____________________

Extrémums

- ☞ Maximum : $y = 3$______________
- ☞ Minimum : /_aucun________________

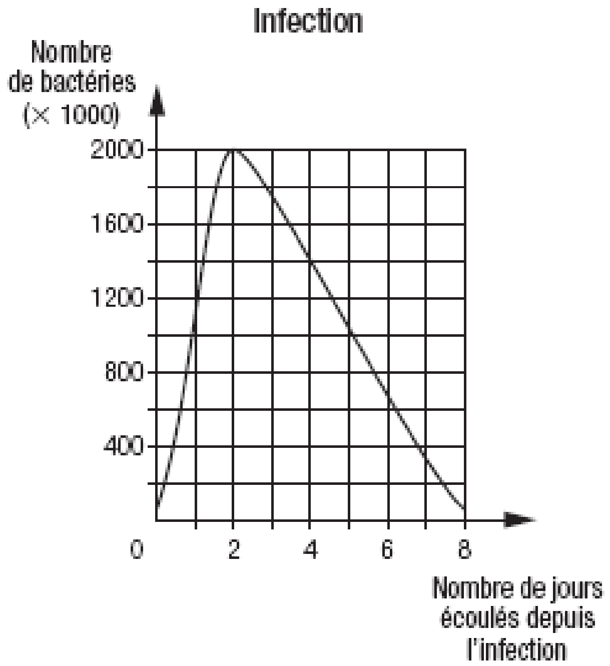
Signe :

- ☞ Positif : $\forall x \in$ [-4 ; 2] ___________
- ☞ Négatif : $\forall x \in$]-∝ ; -4] ∪[2 ; +∝[_______

Zéro(s) : $x = -4$ et $x = 2$ ou Zéro$f$ = {-4 ;2}

Ordonnée à l'origine : $y = 2$______

2. Le graphique ci-dessous montre l'évolution du nombre de bactéries dans un organisme à la suite d'un traitement aux antibiotiques.



a) DÉTERMINE :

1) le domaine ? [0 ; 8] ~~jours~~ ____________________

2) im f ? [100 000 ; 2000 000] ~~bactéries~~ _______

b) Sur quel intervalle observe-t-on :

1) la croissance de la courbe ?

[0 ; 2] ~~jours~~ ______________________

2) la décroissance de la courbe ?

[2 ; 8] ~~jours~~ ______________________

c) Quelle est l'ordonnée à l'origine et que représente-t-elle par rapport au contexte ?

y = 100 000

Au jour zéro (début de l'observation, il y avait 100 000 bactéries_____________

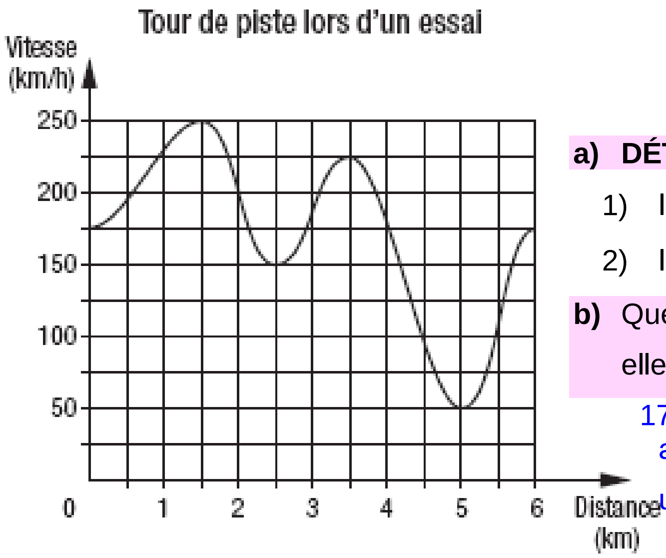
d) Combien de jours après le début de l'infection le nombre de bactéries a-t-il atteint son maximum ?

2 jours ____

e) Combien de jours après le début de l'infection l'organisme peut-t-il être considéré comme guéri (moins de 100 000 bactéries) ?

8 jours ____

3. Le graphique ci-dessous montre l'évolution de la vitesse de la voiture d'un coureur automobile en fonction de la distance parcourue pour un tour de piste lors d'un essai



a) DÉTERMINE :

1) le domaine ? [0 ; 6] ~~km~~ __________

2) l'ensemble Image ? [50 ; 250] ~~km/h~~ ______________

b) Quelle est l'ordonnée à l'origine et que représente-t-elle par rapport au contexte ?

175 km/h :
au début du tour de piste, l'automobiliste roulait à une vitesse de 175 km/h.

c) Quelle était la vitesse de la voiture à la fin de l'essai ? 175 km/h ___________

d) Quelle est la vitesse maximale atteinte par la voiture ? 250 km/h ____________

4. Le graphique ci-contre fournit des informations sur les activités de vol et de chasse d'un martin-pêcheur. En tenant compte du contexte, **FAIS** l'analyse complète de cette fonction.

a) Dom f [0 ; 20] ~~secondes~~___________

b) Im f [-2 ; 18] ~~mètres~~_____

c) Croissance [14 ; 20] ~~secondes~~ ____

d) Décroissance [0 ;14] ~~secondes~~ ____

e) Signe positif [0 ;10] ∪ [17 ; 20] ~~s~~_____

f) Signe négatif [10 ;17] ~~s~~____________

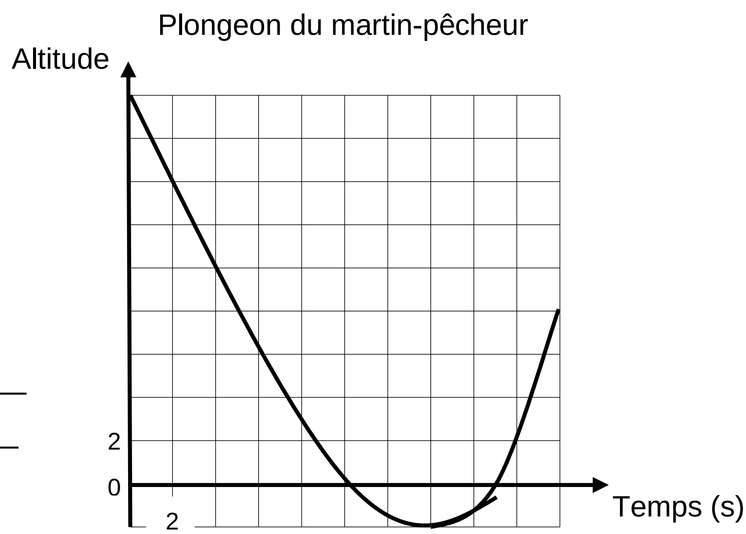
g) Ordonnée à l'origine $y = 18$ ~~m~~ ___________

h) Zéros de la fonction $x = 10$ ~~s~~ et $x = 17$ ~~s~~ ___

ou Zérof =10 ; 175}

i) Maximum $y = 18$ ~~m~~ ___________________

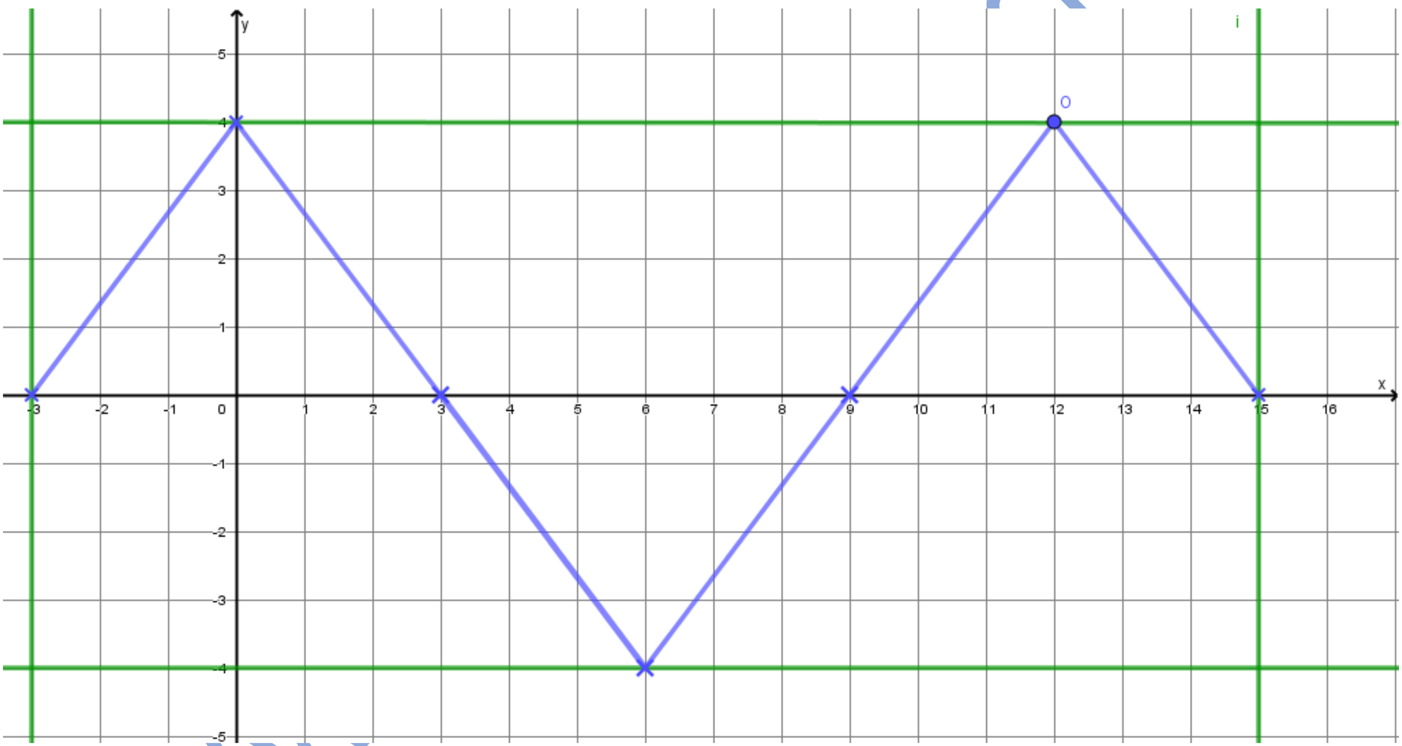
j) Minimum $y = -2$ ~~m~~ ___________________



5. DÉFI

TRACE le graphique d'une fonction qui a les propriétés suivantes :

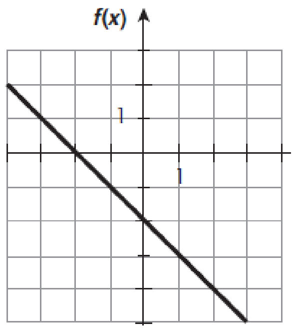
Domaine	Im f	Zéros	Ordonnée à l'origine	Croissance	Décroissance
[-3, 15]	[-4, 4]	-3, 3, 9 et 15	4	[-3, 0] U [6, 12]	[0, 6] U [12, 15]



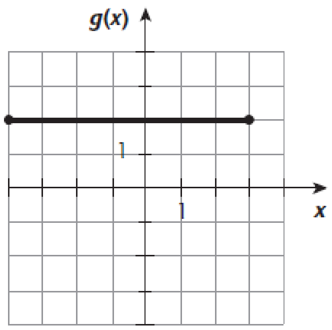
G. Analyse d'une fonction : histoire de droites

FAIS l'analyse complète des fonctions suivantes à l'aide du tableau ci-dessous.

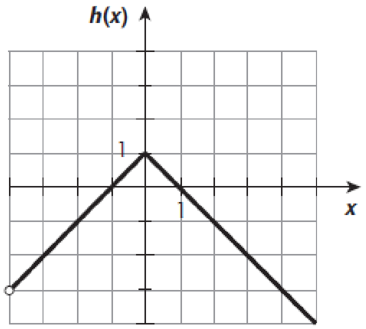
a)



b)



c)



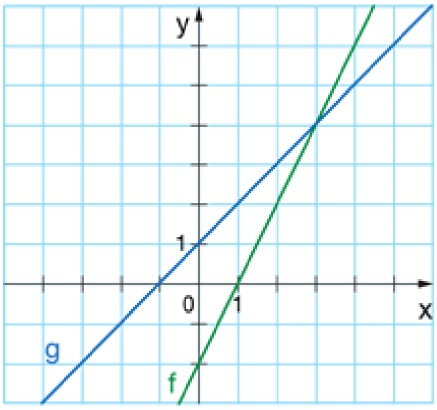
	a) *f*(*x*)	**b)** *g*(*x*)	**c)** *h*(*x*)
Domaine	$\Re$	[-4 ; 3]	]-4 ; +∝[
Ensemble Image	$\Re$	2	]-∝ ; 1]
Zéro(s) (Racines)	$x = -2$	///	$x = -1$ et $x = 1$
Ordonnée à l'origine	$y = -2$	$y = 2$	$y = 1$
Négative (y ≤ 0)	[-2 ; +∝[	///	$y \in$]-4 ;-1] ∪ [1 ;+∝[
Positive (y ≥ 0)	]-∝ ; -2]	[-4 ; 3]	[-1 ; 1]
Croissance	///	////	]-4 ; 0]
Constance	///	[-4 ; 3]	///
Décroissance	$\Re$	/////	[0 ; +∝[
Maximum absolu	2	////	1
Maximum relatif (local)	aucun	aucun	aucun
Minimum absolu	aucun	aucun	aucun
Minimum relatif (local)	aucun	aucun	aucun

x									
y									

NAI activité 7 P 95 ex 2

Exercice 1 : Voici les graphiques des fonctions

$f : x \to y = 2x - 2$ et $g : x \to y = x + 1$



a) **DÉTERMINE** graphiquement la solution de l'équation

$2x - 2 = x + 1$

Je recherche l'abscisse du point d'intersection.

Solution : $x = 3$

En faisant cela, je résous un système de 2 équations à 2 inconnues !
$\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = x + 1 \end{cases}$

b) **VÉRIFIE** algébriquement la solution

Il s'agit simplement d'une vérification d'équation

① $2x - 2 = x + 1$ OU ② $2x - 2 = x + 1$

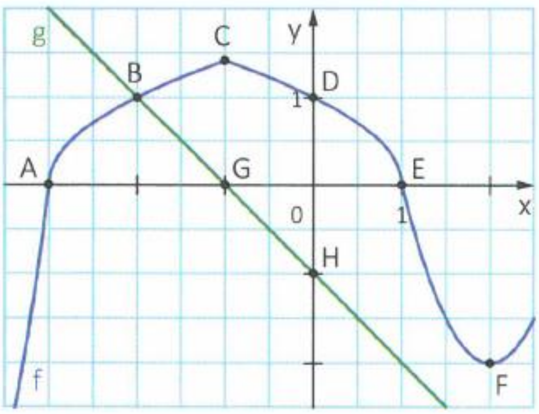
$2 \cdot 3 - 2 =?= 3 + 1$ $\qquad 2x - x = 1 + 2$

$6 - 2 =?= 4$ $\qquad x = 3$

$4 =?= 4$

oui

Exercice 2 : On a représenté ci-dessous, les fonctions *f* et *g*



a) Quel(s) point(s) du graphique te permet(tent) de résoudre l'équation ……

(1) $f(x) = 0$? **A et E** **ZERO(S)**

(2) $f(x) = g(x)$? **B**

(3) $g(x) = 0$? **G** **ZERO(S)**

b) **DÉTERMINE** les solutions de chacune des équations proposées à partir de tes réponses précédentes.

Réponses :

(1) $x_1 = -3$ et $x_2 = 1$

(2) $x = -2$

(3) $x = -1$

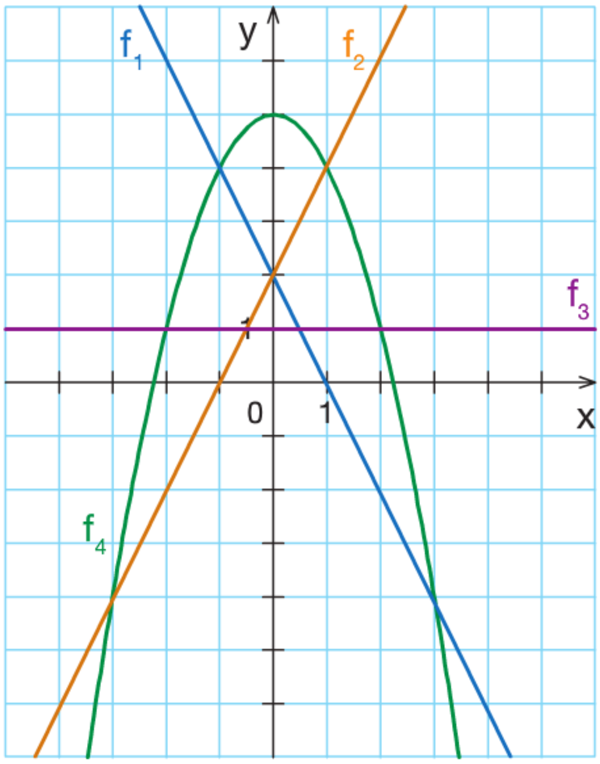
Exercice 3 : Dans un même repère, on a représenté les graphiques de quatre fonctions :

$f_1 : x \rightarrow y = -2\,x + 2$

$f_2 : x \rightarrow y = 2\,x + 2$

$f_3 : x \rightarrow y = 1$

$f_4 : x \rightarrow y = 5 - x^2$



UTILISE les graphiques pour résoudre les équations suivantes :

a) $2x + 2 = -\,2\,x + 2$

Intersection entre

$f_2 \cap f_1 = \{(0\,;\,1)\} \Rightarrow x = 0$

$\Rightarrow$ **Sol = { 0 }**

b) $5 - x^2 = 1$

$f_2 \cap f_3 = \{(-2\,;\,1)\,;\,(2\,;\,1)\}$

$\Rightarrow x_1 = -\,2$ et $x = 2$

Sol = { -2 ; 2 }

Ou $-\,x^2 + 5 - 1 = 0$

$-\,x^2 + 4 = 0$

$4 - x^2 = 0$

$(2 - x)\,(2 + x) = 0$

$2 - x = 0$ *ou* $2 + x = 0$

$\Rightarrow x_1 = -\,2$ et $x = 2$

c) $2x + 2 = 5 - x^2$

$f_2 \cap f_4 = \{(-3\,;\,4)\,;\,(1\,;\,4)\}$

$\Rightarrow x_1 = -3$ et $x = 1$

Sol = { -3 ; 1 }

Ou $x^2 + 2\,x + 2 - 5 = 0$

$x^2 + 2\,x - 3 = 0$

$(x + 3)\,(x - 1) = 0$

$x = -\,3$ ou $x = 1$

d) $5 - x^2 = -\,2\,x + 2$

$f_4 \cap f_1 = \{(-1\,;\,3)\,;\,(3\,;\,-4)\}$

$\Rightarrow x_1 = -1$ et $x = 3$

Sol = { -1 ; 3 }

Ou $-\,x^2 + 5 + 2\,x - 2 = 0$

$-\,x^2 + 2\,x + 3 = 0$

$x^2 - 2\,x - 3 = 0$

$(x - 3)\,(x + 1) = 0$

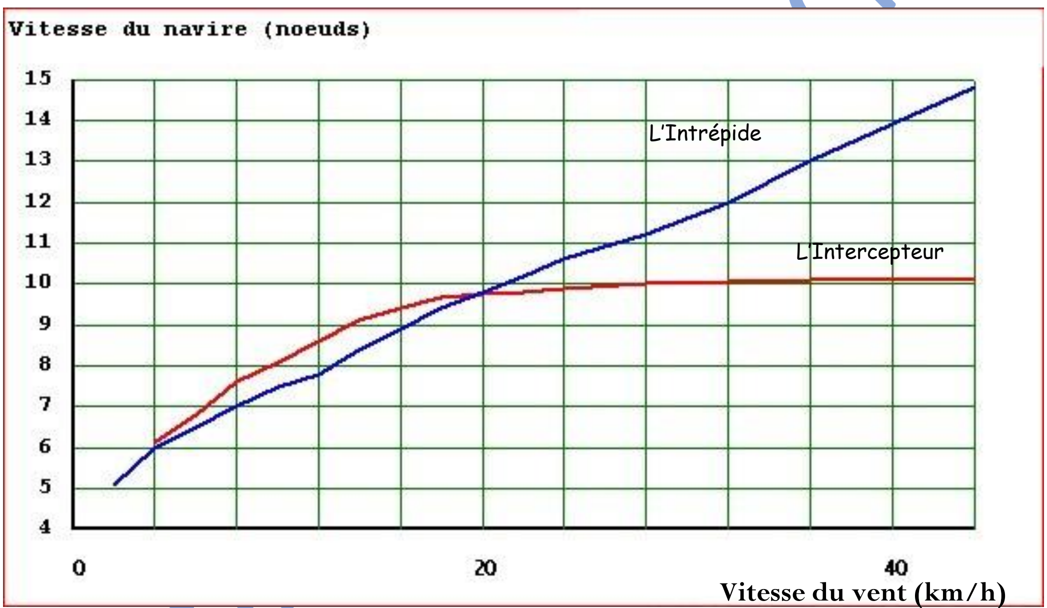
$x = 3$ ou $x = -1$

H. Comparaison de fonctions

Recherche

Le Commandant Norrington au commandement de « l'Intrépide » se lance à la poursuite de Jack Sparrow qui a volé « l'intercepteur ». Le graphique ci-dessous compare les vitesses de « L'Intrépide » et de « L'Intercepteur » .

Performances :



1) Représentation graphique de :

la **vitesse** du **navire** en **nœuds** en fonction de

la **vitesse** du vent en **km/h**.

2) Quel est le plus rapide des 2 navires ?

L'Intrépide pour des vitesses de vent de plus de 20 km/h..

3) Quelle est la vitesse maximale des 2 navires et à quelle vitesse du vent correspond t-elle ? **COMPLÈTE**.

1 : → INTREPIDE : 15...... **noeuds pour une vitesse du vent de** 44 .... **km/h.**

2 : → INTERCEPTEUR : 10......... **noeuds pour une vitesse du vent de** 28...................... **km/h.**

4) Quelle est la vitesse du vent lorsque « l'Intrépide » vogue à une vitesse de 12 nœuds **?**

L'Intrépide vogue à une vitesse de 12 nœuds lorsque la vitesse du vent est **de** **<u>32 km/h</u>**

5) A quelle vitesse « l'Intercepteur » vogue-t-il lorsque la vitesse du vent est de 16 km/h **?**

L'Intercepteur » vogue à une vitesse <u>de **9,5 nœuds**</u> lorsque la vitesse du vent est de 16 km/h.....

6) Quelle est la vitesse du vent pour laquelle les 2 navires voguent à la même vitesse ?

les 2 navires voguent à la même vitesse lorsque la vitesse du vent est de <u>20 km/h</u> ....

7) Sur quel intervalle de valeurs les mesures ont-elles été effectuées ?

Les mesures ont été effectuées pour des vitesses du vent variant entre **<u>2 et 44 km/h</u>** ....

....

....

8) Indique l'intervalle de valeurs de la vitesse du vent pour lequel la vitesse de « L'Intrépide » est supérieure à celle de « l'Intercepteur ».

La vitesse de « L'Intrépide » est supérieure à celle de « l'Intercepteur » sur l'intervalle [**20 ; 44**]

....

....

H. Comparaison de fonctions : synthèse

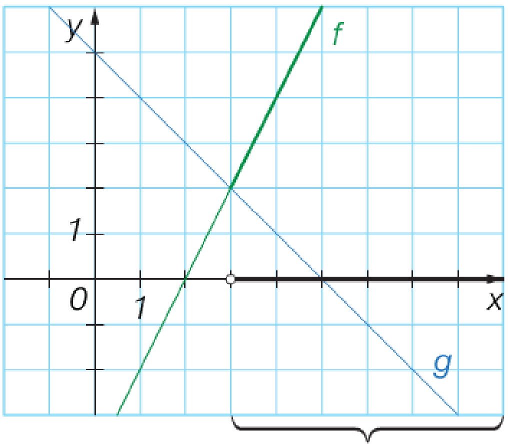
Notions

Si f et g sont deux fonctions,

$f(x) > g(x)$ sur un intervalle si pour tout réel a de cet intervalle, $f(a) > g(a)$.

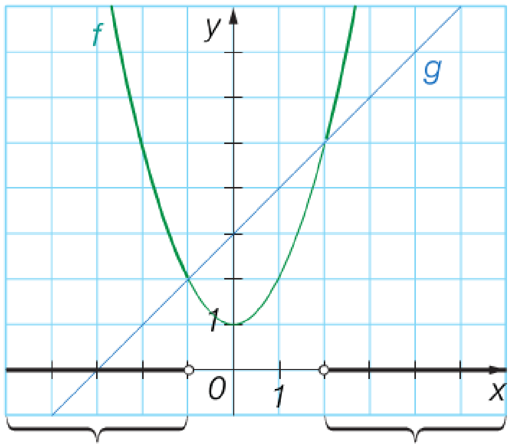
$f(x) \geqslant g(x)$ sur un intervalle si pour tout réel a de cet intervalle, $f(a) \geqslant g(a)$.

Exemples



$f(x) > g(x)$

$]3\,;\rightarrow$



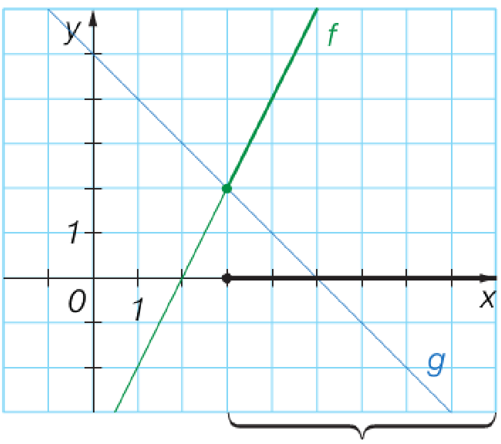
$f(x) > g(x)$

$\leftarrow ; -1[$

$f(x) > g(x)$

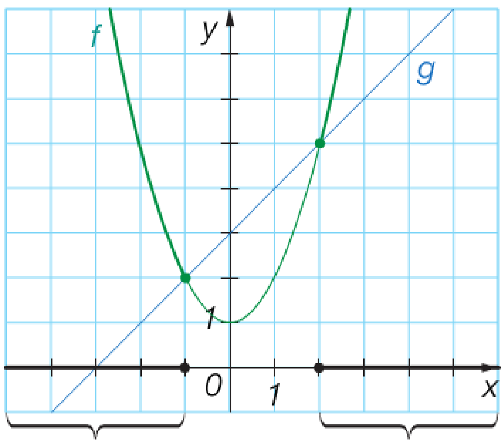
$]2\,;\rightarrow$

Truc : repérer le point d'intersection et repérer lorsque f(x) est « au-dessus » de g(x)



$f(x) \geqslant g(x)$

$[3\,;\rightarrow$



$f(x) \geqslant g(x)$

$\leftarrow ; -1]$

$f(x) \geqslant g(x)$

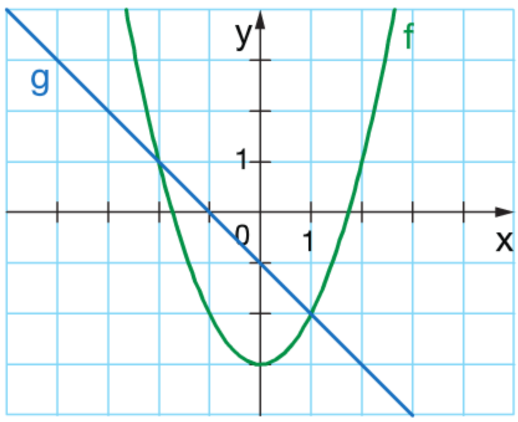
$[2\,;\rightarrow$

Comparaison de fonctions — Exercices

- ☺ Repérer les points d'intersection ;
- ☺ Repasser les fonctions avec des fluos.
- ☺ Balayer l'axe des x avec la latte et comparer les y.

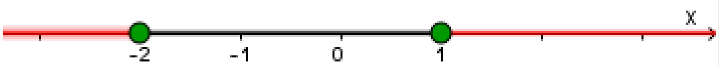
Voici les graphiques des fonctions

$f : x \to y = x^2 - 3$ et $g : x \to y = -x - 1$.



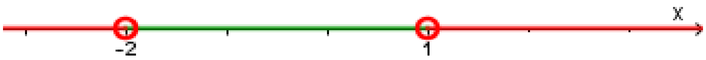
DÉTERMINE les parties de $\Re$ où ....

a) $f(x) \leq g(x)$ $(x^2 - 3 \leq -x - 1)$



$\forall x \in$ [-2 ; 1]

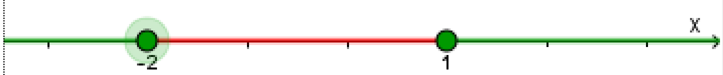
b) $f(x) < g(x)$ $(x^2 - 3 < -x - 1)$



$\forall x \in$]-2 ; 1[

c) $f(x) \geq g(x)$ $(x^2 - 3 \geq -x - 1)$

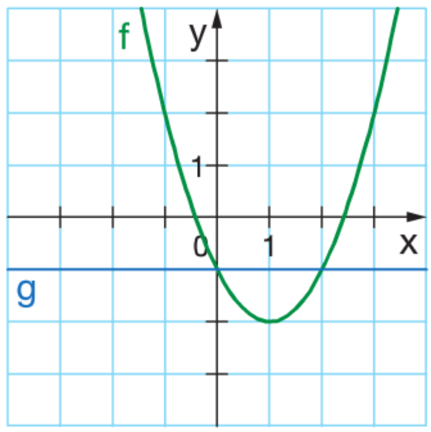
d)



$\forall x \in$]-∝ ; -2] ∪[1 ; +∝[

Voici les graphiques des fonctions

$f : x \to y = x^2 - 2x - 1$ et $g : x \to y = -1$.

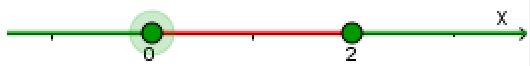


DÉTERMINE les parties de $\Re$ où ....

a) $f(x) \leq g(x)$ $(x^2 - 2x - 1 \leq -1)$

$\forall x \in$ [0 ; 2]

b) $f(x) > g(x)$ $(x^2 - 2x - 1 > -1)$



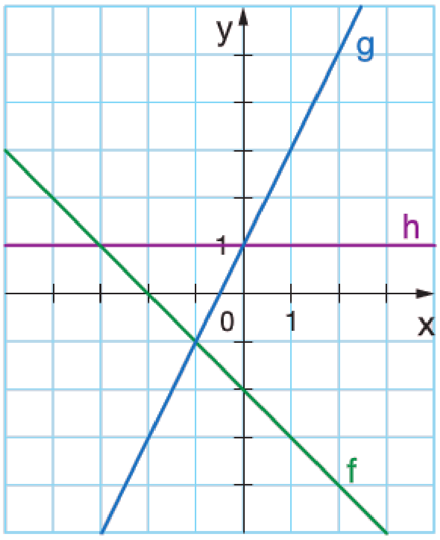
$x \in$]-∝ ; 0 [∪ [2 ; +∝[

Comparaison de fonctions : Exercices

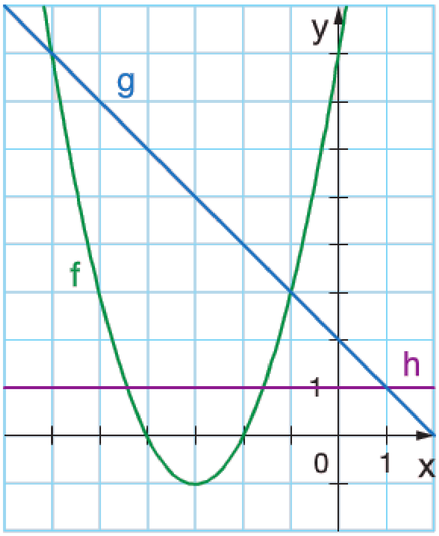
NAI ex 5 8 P100

EX 3 :

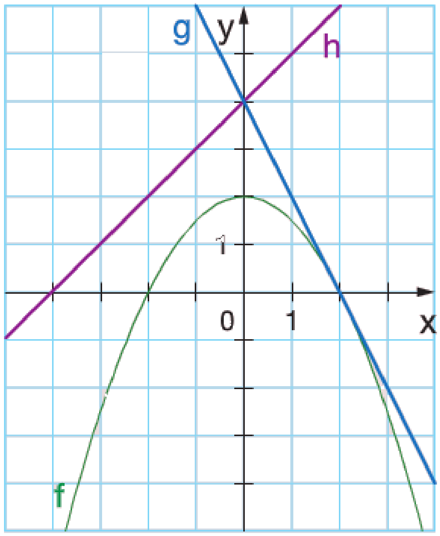
a)



b)



c)



a)

$f(x) = g(x)$

$x = -1$

abscisse du point d'intersection

$f(x) = h(x)$

$x = -3$

$g(x) = 0$ zéro de la fonction

$x = \frac{-1}{2}$

$f(x) \geq 0$ fonction positive

$\forall x \in \,]-\infty\,;\,-2\,]$

$g(x) < h(x)$

$\forall x \in \,]-\infty\,;\,0\,[$

$g(x) > f(x)$

$\forall x \in \,]-1\,;\,+\infty[$

b)

$f(x) = 0$ zéro de la fonction

$x \in \{-4\,;\,-2\}$

$f(x) = g(x)$

$x \in \{-6\,;\,-1\}$

$g(x) = h(x)$

$x = 1$

$f(x) \leq 0$ fonction négative

$\forall x \in [-4\,;\,-2\,]$

$f(x) > 0$ strictement positive

$\forall x \in \,]-\infty\,;\,-4\,[\, \cup \,]-2\,;\,+\infty[$

$f(x) < g(x)$

$\forall x \in \,]-8\,;\,-1\,[$

c)

$f(x) = g(x)$

$x = 2$

$f(x) = 0$ zéro de la fonction

$x \in \{-2\,;\,2\}$

$f(x) = h(x)$

/

$f(x) \leq 0$ fonction négative

$\forall x \in \,]-\infty\,;\,-2\,] \cup [2\,;\,+\infty[$

$f(x) < h(x)$

$\forall x \in \Re$

$g(x) \geq h(x)$

$\forall x \in \,]-\infty\,;\,0]$

Méli-mélo

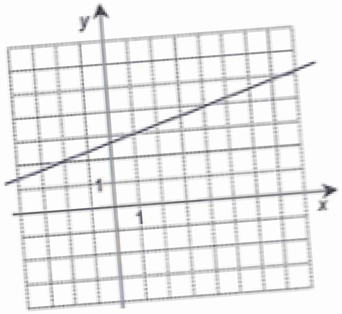
Questions d'examen du MELS d'années antérieures.

Voici quelques caractéristiques d'une fonction f :

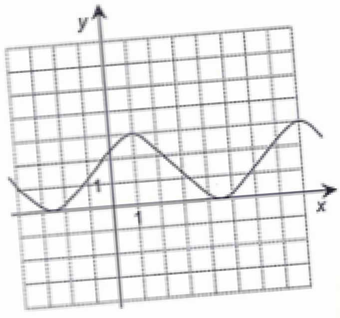
- la fonction f est croissante sur $]-\infty, 1]$
- le maximum de la fonction f est 3.

Parmi les graphiques suivants, lequel peut représenter cette fonction f ?

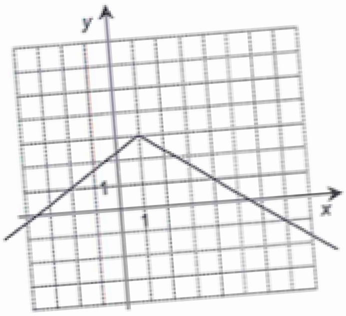
A)



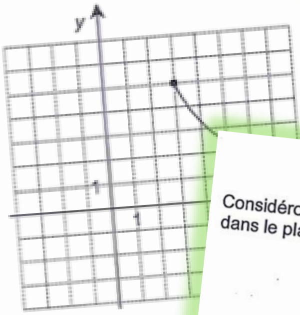
C)



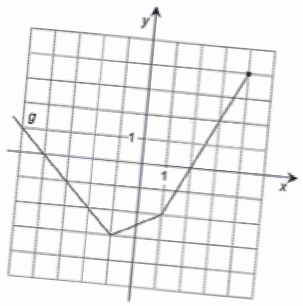
B)



D)



Considérons la fonction g représentée dans le plan cartésien ci-dessous.



Laquelle des affirmations suivantes est vraie?

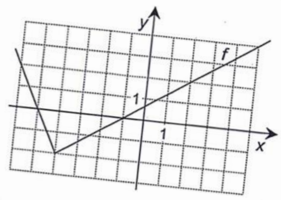
A) La somme des zéros est égale à -2.

B) Le domaine de la fonction g est $[-3, +\infty[$.

C) La fonction g est négative sur l'intervalle $]-\infty, -1]$.

D) La fonction g est croissante sur l'intervalle $[-3, 4]$.

Considérons la fonction f représentée dans le plan cartésien ci-contre.



Laquelle des affirmations suivantes est vraie?

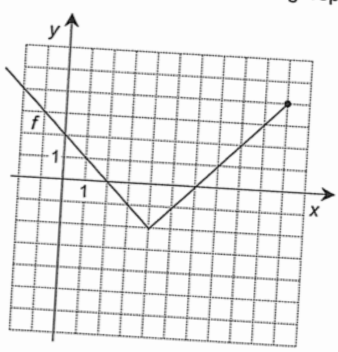
A) $f(0) = -1$

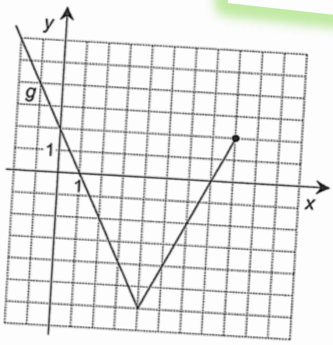
B) $\text{ima } f = [-2, +\infty[$

C) Le minimum de la fonction f est -4.

D) La fonction f est décroissante sur l'intervalle $]-\infty, -2]$.

Considérons les fonctions f et g représentées ci-dessous.





Lequel des énoncés suivants est vrai?

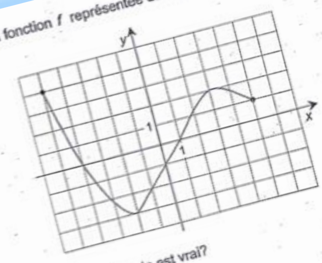
A) L'image de la fonction f est égale à l'image de la fonction g.

B) Le domaine de la fonction f est égal au domaine de la fonction g.

C) Les fonctions f et g ont le même minimum.

D) Les fonctions f et g sont décroissantes sur le même intervalle.

Considérons la fonction f représentée dans le plan cartésien ci-dessous.



Lequel des énoncés suivants est vrai?

A) $f(0) = 1$

B) $\text{ima } f = [-5, 5]$

C) La fonction f est négative sur l'intervalle $[-4, 1]$.

D) La fonction f est croissante sur l'intervalle $[-3, 2]$.

Table des matières

Relation – Fonction

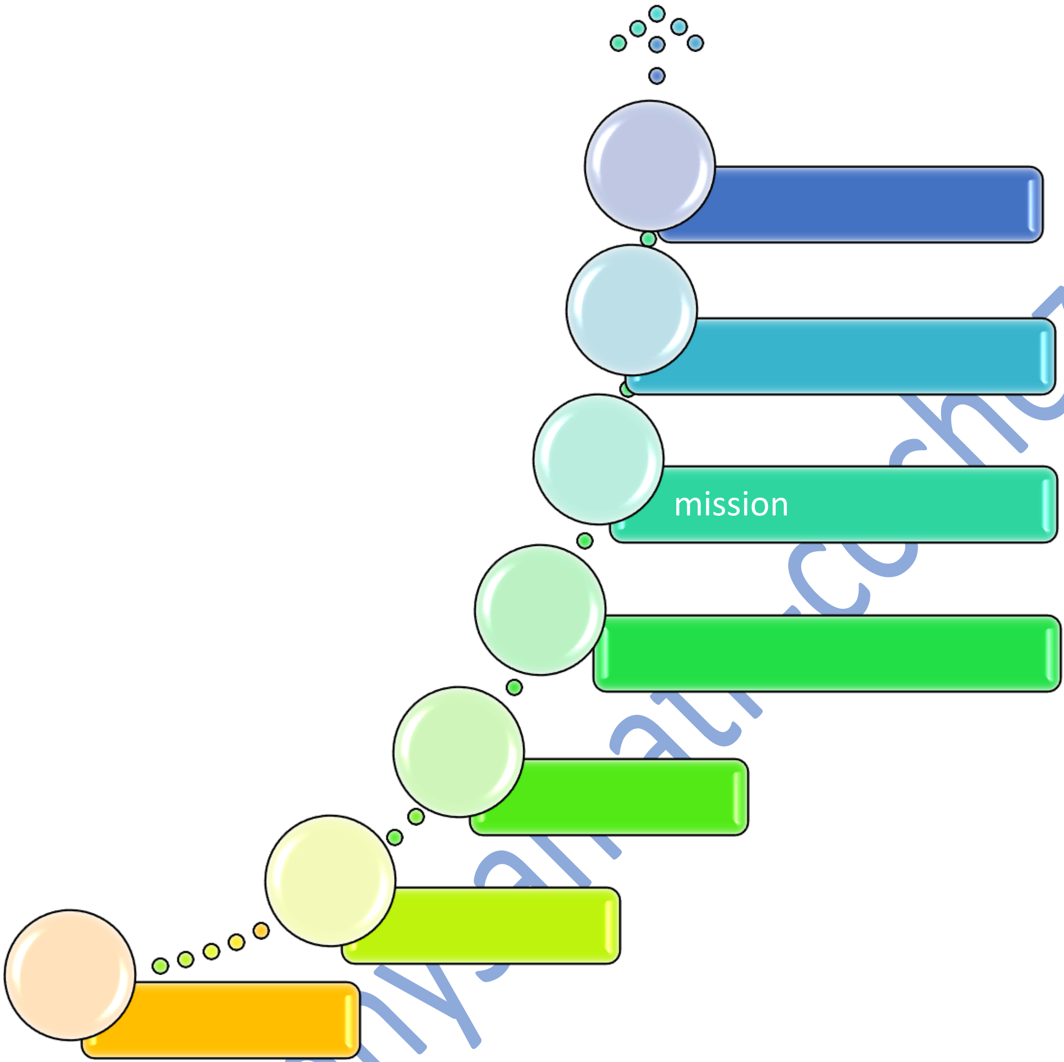
Propriétés des fonctions : théorie - *exercices*

A Partie de R – : intervalle

Domaine et ensemble image

A Partie de R - : intervalle

Domaine et ensemble image


mission

A utiliser
Dossier cours internet fonctions prof internet doc

Représenter une fonction dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	-3		3		4		5		10
variation de f	-1	↗	0	↘	-3	↗	2	↘	-5

x	-3		-2		0		2		3
variation de f	2	↘	-3	↗	2	↘	-2	↗	0

Exercice 7 :

Représenter une fonction dont le tableau de signes est donné ci-dessous :

x	-2		0		3		5
signe de $f(x)$		−	0	+	0	−	

x	-3		-2		0		2		3
signe de $f(x)$		−	0	−	0	+	0	−	