3e

Réciproque du théorème de Pythagore :

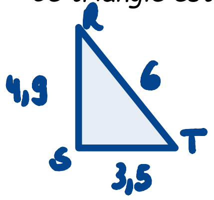
ESPACE ET GEOMETRIE

Exercices

Exercice n°1:

Les unités sont les mêmes

RST est un triangle tel que |RS| = 4,9m, |ST| = 3,5m et |RT| = 6m.
Ce triangle est-il rectangle ?



$|RT|^2 \overset{?}{=} |RS|^2 + |ST|^2$

$6^2 \overset{?}{=} 4{,}9^2 + 3{,}5^2$

$36 \overset{?}{=} 24{,}01 + 12{,}25$

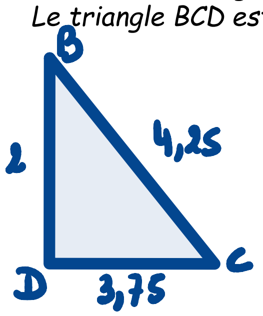
$36 \overset{?}{=} 36{,}26$

NON

Par la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle RTS n'est PAS rectangle.

Exercice n°2:

BCD est un triangle tel que |BC| = 4,25cm, |BD| = 2cm et |DC| = 3,75cm.
Le triangle BCD est-il rectangle ?



$|BC|^2 \overset{?}{=} |BD|^2 + |DC|^2$

$4{,}25^2 \overset{?}{=} 2^2 + 3{,}75^2$

$18{,}0625 \overset{?}{=} 4 + 14{,}0625$

$18{,}0625 \overset{?}{=} 18{,}0625$

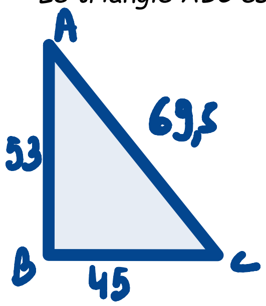
$\frac{289}{16} \overset{?}{=} \frac{289}{16}$

oui

Par la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BDC est rectangle en D

Exercice n°3:

ABC est un triangle tel que |AB| = 53mm, |BC| = 45mm et |AC| = 69,5mm.
Le triangle ABC est-il rectangle ?



$|AC|^2 \overset{?}{=} |AB|^2 + |BC|^2$

$69{,}5^2 \overset{?}{=} 53^2 + 45^2$

$4830{,}25 \overset{?}{=} 2809 + 2025$

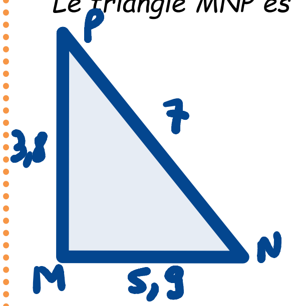
$4830{,}25 \overset{?}{=} 4834$

NON

Par la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est PAS rectangle.

Exercice n°4:

MNP est un triangle tel que |PM| = 3,8cm, |PN| = 7cm et |MN| = 5,9cm.
Le triangle MNP est-il rectangle ?



$|PN|^2 \overset{?}{=} |MN|^2 + |PM|^2$

$7^2 \overset{?}{=} 5{,}9^2 + 3{,}8^2$

$49 \overset{?}{=} 34{,}81 + 14{,}44$

$49 \overset{?}{=} 49{,}25$

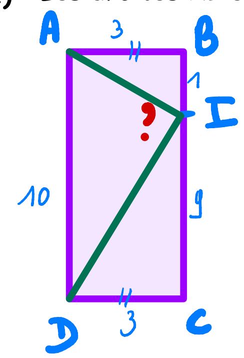
NON

Par la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle PNM n'est PAS rectangle.

Exercice n°5:

ABCD est un rectangle avec |AB| = 3cm et |BC| = 10cm.
I est le point du côté [BC] tel que |BI| = 1cm.

1) *TRACE la figure.*
2) *Les droites AI et ID sont perpendiculaires. JUSTIFIE.* ≡ Le triangle AID est-il rectangle ?



Δ ABI rect en I, Δ IDC rectangle en C,
le théorème de Pythagore peut s'appliquer.

$\boxed{|AI| = ?}$

$|AI|^2 = |AB|^2 + |BI|^2$

$|AI|^2 = 3^2 + 1^2$

$\boxed{|AI|^2 = 10}$

$\boxed{|ID| = ?}$

$|ID|^2 = |IC|^2 + |DC|^2$

$|ID|^2 = 9^2 + 3^2$

$|ID|^2 = 81 + 9$

$\boxed{|ID|^2 = 90}$

Par la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AID est rectangle en I

Δ AID $\quad |AD|^2 \overset{?}{=} |AI|^2 + |ID|^2$

$10^2 \overset{?}{=} 10 + 90$

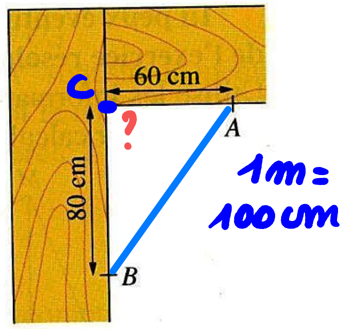
$100 \overset{?}{=} 100$

oui

Donc les droites AI et ID sont perpendiculaires.

Exercice n°6:

Le menuisier s'interroge :
« Les deux montants de cette huisserie sont-ils bien à angle droit ? ».
Il trace un trait à 60 cm du coin et un autre trait à 80 cm du coin.
Il mesure ensuite la distance entre les deux traits.
Il trouve 1m et s'en va satisfait. 1m = 100 cm
JUSTIFIE



Δ ABC $\quad |AB|^2 \overset{?}{=} |AC|^2 + |BC|^2$

$100^2 \overset{?}{=} 60^2 + 80^2$

$10\,000 \overset{?}{=} 3600 + 6400$

$10\,000 \overset{?}{=} 10\,000$

oui

Par la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle ABC est rectangle en C

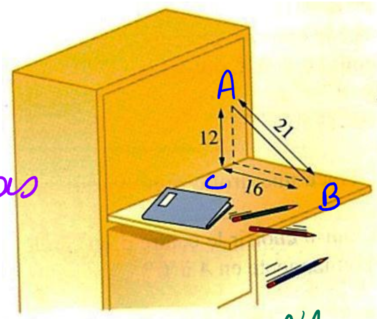
Les deux montants sont bien perpendiculaires !

Astuce utilisée depuis l'Antiquité ! :)

Exercice n°7:

Mathieu est perplexe… Ses parents lui ont acheté un secrétaire, mais ses stylos roulent et tombent.

Peux-tu lui expliquer pourquoi ?



ΔABC $|AB|^2 \overset{?}{=} |AC|^2 + |BC|^2$

$21^2 \overset{?}{=} 12^2 + 16^2$

$441 \overset{?}{=} 144 + 256$

$441 \overset{?}{=} 400$

NON

Par la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.

ccl $AC \not\perp BC$

le plateau du secrétaire n'est pas à l'horizontale.

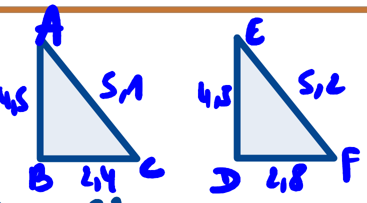
un peu court !

Exercice n°8:

ABC est un triangle avec |AB| = 4,5 cm, |BC| = 2,4 cm et |AC| = 5,1 cm

EF un autre triangle avec |DE| = 4,5 cm, |DF| = 2,8 cm et |EF| = 5,2 cm.

Ces triangles sont-ils rectangles ?



ΔABC $5{,}1^2 \overset{?}{=} 4{,}5^2 + 2{,}4^2$

$26{,}01 \overset{?}{=} 26{,}01$

OUI

⇒ rect en B

ΔEDF $5{,}2^2 \overset{?}{=} 4{,}5^2 + 2{,}8^2$

$27{,}04 \overset{?}{=} 28{,}09$

NON

⇒ ΔEDF pas rect en D

Exercice n°9:

On a fixé au mur une étagère [ET] en la soutenant par un support [SP].

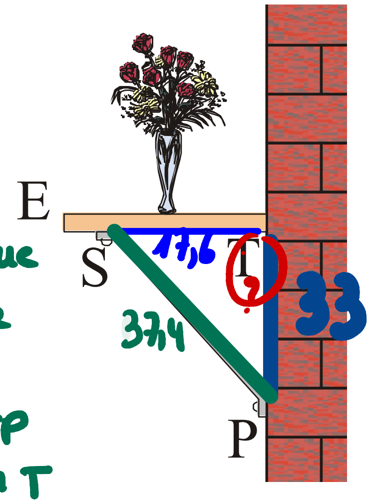
|ST| = 17,6 cm

|TP| = 33 cm

|SP| = 37,4 cm.

On suppose que le mur est vertical.

L'étagère est-elle horizontale ?



ΔSTP $|SP|^2 \overset{?}{=} |ST|^2 + |TP|^2$

$37{,}4^2 \overset{?}{=} 17{,}6^2 + 33^2$

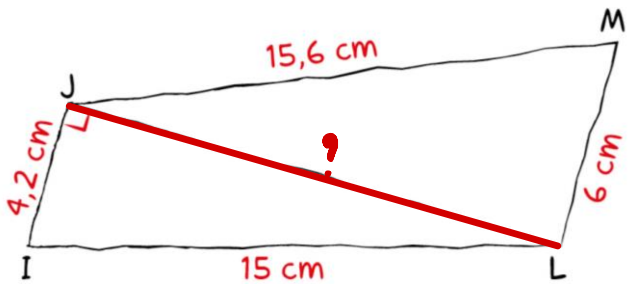
$1398{,}76 \overset{?}{=} 1398{,}76$

oui Par la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle STP est rectangle en T

Réponse : l'étagère étant perpendiculaire au mur, elle est horizontale.

Exercice n°10:

Voici une figure à main levée.

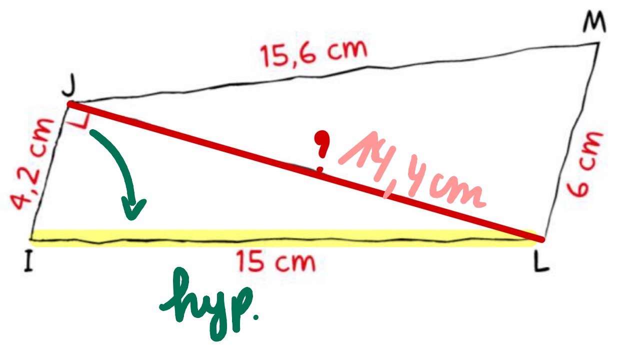


1. Calculer la longueur de la diagonale [JL] du quadrilatère *ILMJ*.
2. Le triangle *JLM* est rectangle. JUSTIFIE
3. les droites **IJ** et *LM* sont parallèles.

JUSTIFIE

Voir page suivante.

Exercice n°10:



1. Calculer la longueur de la diagonale [JL] du quadrilatère *ILMJ*.

Δ IJL rectangle en J par codage.

→ le théorème de Pythagore s'applique

|JL| ?

$|JL|^2 = |IL|^2 - |IJ|^2$

$|JL|^2 = 15^2 - 4{,}2^2$

$|JL|^2 = 225 - 17{,}64$

$|JL|^2 = 207{,}36$.

$|JL| = 14{,}4$

2. Le triangle *JLM* est rectangle. JUSTIFIE

$|JM|^2 \stackrel{?}{=} |JL|^2 + |LM|^2$

$15{,}6^2 \stackrel{?}{=} 14{,}4^2 + 6^2$

$243{,}36 \stackrel{?}{=} 207{,}36 + 36$

$243{,}36 \stackrel{?}{=} 243{,}36$

oui

Par la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle JLM est rectangle en L

3. les droites **IJ** et *LM* sont parallèles.

JUSTIFIE

$\left.\begin{array}{l} IJ \perp JL \text{ par codage} \\ LM \perp JL \text{ par } ② \end{array}\right\} \Rightarrow IJ \parallel LM$

Deux droites (IJ et LM) perpendiculaires à une même troisième (JL) sont parallèles entre elles!

Exercice n°9:

On a fixé au mur une étagère [ET] en la soutenant par un support [SP].

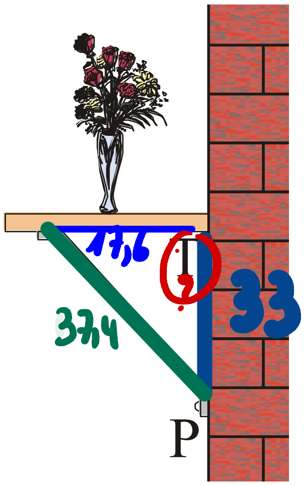
|ST| = 17,6 cm

|TP| = 33 cm

|SP| = 37,4 cm.

On suppose que le mur est vertical.

L'étagère est-elle horizontale ?



$\Delta STP \quad |SP|^2 \stackrel{?}{=} |ST|^2 + |TP|^2$

$37,4^2 \stackrel{?}{=} 17,6^2 + 33^2$

$1398,76 \stackrel{?}{=} 1398,76$

oui Par la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle STP est rectangle en T

Réponse : l'étagère étant perpendiculaire au mur, elle est horizontale.

Exercice n°10:

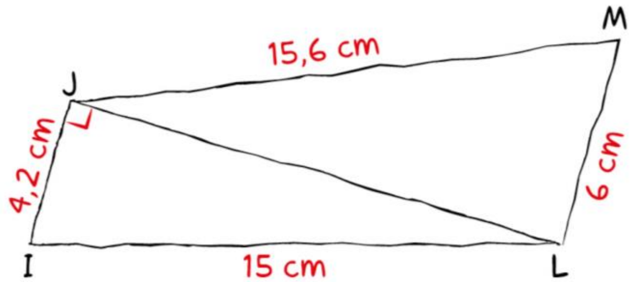
Voici une figure à main levée.

❶ Calculer la longueur de la diagonale [JL] du quadrilatère *ILMJ*.

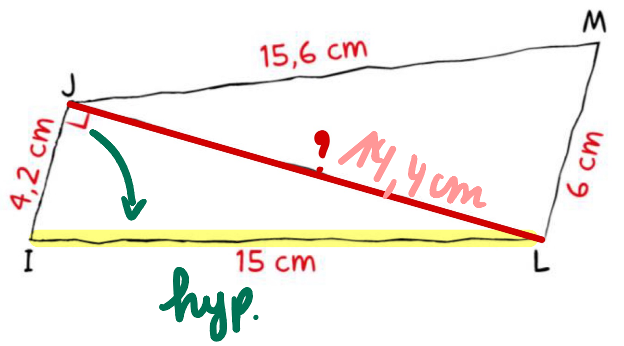
❷ Le triangle *JLM* est rectangle. JUSTIFIE

❸ les droites **IJ** et *LM* sont parallèles.

JUSTIFIE Page suivante.



Exercice n°10:



1. Calculer la longueur de la diagonale [JL] du quadrilatère $ILMJ$.

Δ IJL rectangle en J par codage.
→ le théorème de Pythagore s'applique

JL ?

$JL^2 = IL^2 - IJ^2$
$JL^2 = 15^2 - 4{,}2^2$
$JL^2 = 225 - 17{,}64$
$JL^2 = 207{,}36$
$JL = 14{,}4$

2. Le triangle JLM est rectangle. JUSTIFIE

$JM^2 \overset{?}{=} JL^2 + LM^2$
$15{,}6^2 \overset{?}{=} 14{,}4^2 + 6^2$
$243{,}36 \overset{?}{=} 207{,}36 + 36$
$243{,}36 \overset{?}{=} 243{,}36$
oui

Par la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle JLM est rectangle en L

3. les droites **IJ** et LM sont parallèles.

JUSTIFIE

IJ ⊥ JL par codage
LM ⊥ JL par 2
⇒ IJ // LM

Deux droites (IJ et LM) perpendiculaires à une même troisième (JL) sont parallèles entre elles!

Exercice n°11:

ABCD est un rectangle et M est un point du côté [CD].

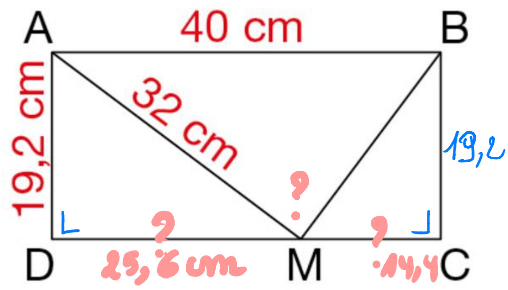
❶ **CALCULE** les longueurs :

a) |DM|

b) |CM|

c) |BM|

❷ Le triangle AMB est-il rectangle ? .



I

$|DM| = ?$

ΔADM rectangle en D

⇒ Théorème de Pythagore s'applique.

$|DM|^2 = |AM|^2 - |DA|^2$

$|DM|^2 = 32^2 - 19{,}2^2$

$|DM|^2 = 655{,}36$

$|DM| = \frac{128}{5}$

$\boxed{|DM| = 25{,}6}$ (cm)

$|CM| = ?$

$|CM| = |DC| - |DM|$

$|CM| = 40 - 25{,}6$

$|CM| = 14{,}4$ cm

ou

$\boxed{|CM| = \frac{72}{5}}$

$|BM| = ?$

ΔBCM rectangle en C

⇒ Théorème de Pythagore s'applique

$|BM|^2 = |BC|^2 + |MC|^2$

$|BM|^2 = 19{,}2^2 + 14{,}4^2$

$|BM|^2 = 368{,}64 + 207{,}36$

$= 576$

$\boxed{|BM| = 24}$

II ΔAMB rectangle ?

$|AB|^2 \overset{?}{=} |AM|^2 + |BM|^2$

$40^2 \overset{?}{=} 32^2 + 24^2$

$1600 \overset{?}{=} 1024 + 576$

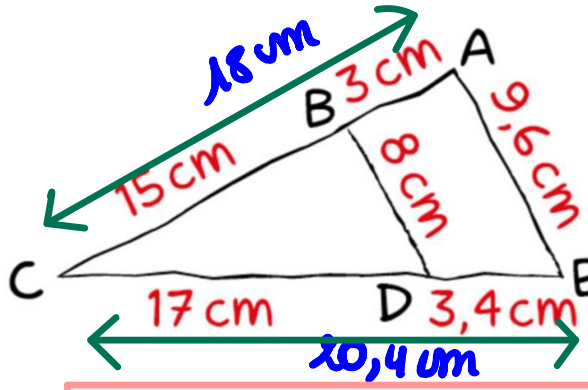
$1600 \overset{?}{=} 1600$

oui !

Par la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AMB est rectangle en M.

Exercice n°12:

Voici une figure à main levée.
Les droites BD et AE sont parallèles. JUSTIFIE



Δ BDC rectangle ?

$|CD|^2 \overset{?}{=} |BC|^2 + |BD|^2$

$17^2 \overset{?}{=} 15^2 + 8^2$

$289 \overset{?}{=} 225 + 64$

$289 \overset{?}{=} 289$

oui

Δ ACE rectangle ?

$|CE|^2 \overset{?}{=} |AC|^2 + |AE|^2$

$20{,}4^2 \overset{?}{=} 18^2 + 9{,}6^2$

$416{,}16 \overset{?}{=} 324 + 92{,}16$

$416{,}16 \overset{?}{=} 416{,}16$

oui

Par la réciproque du théorème de Pythagore,

- le triangle BDC est rectangle en B

et - le triangle ACE est rectangle en A.

ccl : $\left.\begin{array}{l} BD \perp AC \\ AE \perp AC \end{array}\right\} \Rightarrow BD \parallel AE$

Deux droites (BD et AE) perpendiculaires à une même troisième (AC) sont parallèles entre elles.