

Remédiation - Radicaux

Simplification des radicaux

- a) Pour simplifier un radical, tu dois décomposer le radicand en un produit de nombres entiers dont le premier facteur est un carré parfait (le plus grand possible) dont tu calculeras la racine carrée.

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot \sqrt{2}$$

$$5\sqrt{12} = 5 \cdot \sqrt{4 \cdot 3} = 5 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

Fais de même

$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$	$\sqrt{125} = \sqrt{5^2 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$
$\sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$	$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{2^2 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$
$\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = \sqrt{5^2 \cdot 2} = 5\sqrt{2}$	$\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$
$\sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$	$\sqrt{242} = \sqrt{121 \cdot 2} = \sqrt{11^2 \cdot 2} = 11\sqrt{2}$
$\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$	$\sqrt{225} = \sqrt{15^2} = 15$

$3\sqrt{8} = 3\sqrt{4 \cdot 2} = 3\sqrt{2^2 \cdot 2} = 3 \cdot 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$	
$2\sqrt{12} = 2\sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{2^2 \cdot 3} = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$	
$5\sqrt{18} = 5\sqrt{9 \cdot 2} = 5\sqrt{3^2 \cdot 2} = 5 \cdot 3\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$	
$4\sqrt{27} = 4\sqrt{9 \cdot 3} = 4 \cdot 3\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$	
$3\sqrt{500} = 3\sqrt{5 \cdot 100} = 3\sqrt{5 \cdot 10^2} = 3 \cdot 10\sqrt{5} = 30\sqrt{5}$	

- b) Vrai ou faux. Corrige si cela est nécessaire.

Énoncé	V ou F	Correction détaillée
$\sqrt{24} = 4\sqrt{6}$	F	$\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3} = 2\sqrt{6}$
$\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$	V	$\sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7} = \sqrt{2^2 \cdot 7} = 2\sqrt{7}$
$4\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$	F	$4\sqrt{12} = 4\sqrt{4 \cdot 3} = 4\sqrt{2^2 \cdot 3} = 4 \cdot 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$
$5\sqrt{100} = 50\sqrt{10}$	F	$5\sqrt{100} = 5\sqrt{10^2} = 5 \cdot 10 = 50$
$3\sqrt{200} = 30\sqrt{2}$	V	$3\sqrt{200} = 3\sqrt{100 \cdot 2} = 3\sqrt{10^2 \cdot 2} = 3 \cdot 10\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$
$\sqrt{21} = 3\sqrt{7}$	F	$\sqrt{21} = \sqrt{3 \cdot 7}$
$\sqrt{36} = \sqrt{25} + \sqrt{11}$	F	$\sqrt{36} = 6 \neq \sqrt{25} + \sqrt{11} = 5 + \sqrt{11}$
$\sqrt{36} = 6\sqrt{6}$	F	$\sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$
$\sqrt{48} = 4\sqrt{12}$	F	$\sqrt{48} = \sqrt{16 \cdot 3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = 4\sqrt{3}$

Somme ou produit ?

Attention, il ne faut pas confondre les règles d'addition et de multiplication.

- o La somme de deux radicaux semblables est un radical semblable dont le coefficient est la somme des coefficients.
- o Le produit de deux radicaux a pour coefficient le produit des coefficients et pour radicand le produit des radicands.

S $3\sqrt{5} + 8\sqrt{5} = (3 + 8) \sqrt{5} = 11\sqrt{5}$

$\sqrt{5}$ a été mis en évidence,
il suffit d'additionner les coefficients.

S $2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = (2 - 6)\sqrt{3} = -4\sqrt{3}$

$\sqrt{3}$ a été mis en évidence,
il suffit d'additionner les coefficients.

S $3\sqrt{2} + 2\sqrt{5} = ?$

Cette somme ne peut être réduite.

P $3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{5} = (3 \cdot 2) \cdot (\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}) = 6\sqrt{10}$

On multiplie les coefficients entre eux et les radicaux entre eux.

P $3\sqrt{5} \cdot 8\sqrt{5} = (3 \cdot 8) \cdot (\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}) = 24 \cdot 5 = 120$

a) Reconnais les sommes et les produits puis réduis en détaillant ton calcul (voir exemples).

S $5\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = (5+2)\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

S $3\sqrt{5} + 1\sqrt{5} = (3+1)\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

S $2\sqrt{7} - 5\sqrt{7} = (2-5)\sqrt{7} = -3\sqrt{7}$

P $2\sqrt{3} \cdot 1\sqrt{3} = (2 \cdot 1) \sqrt{3 \cdot 3} = 2 \cdot 3 = 6$

P $3\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{3} = (3 \cdot 4) \sqrt{5 \cdot 3} = 12\sqrt{15}$

S $5\sqrt{2} + \sqrt{2} = (5+1)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

P $2\sqrt{3} \cdot 5\sqrt{3} = (2 \cdot 5) \sqrt{3 \cdot 3} = 2 \cdot 5 \cdot 3 = 30$

P $7\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 7 \sqrt{5 \cdot 5} = 7 \cdot 5 = 35$

S $7\sqrt{5} + 2\sqrt{3} = ? = 7\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

S $8\sqrt{3} + \sqrt{2} = ? = 8\sqrt{3} + \sqrt{2}$

b) Réduis rapidement.

P $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = (\sqrt{3^2}) = 3$

S $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

S $\sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

S $\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

S $3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

P $\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5^2 \cdot 5} = 5\sqrt{5}$

S $\sqrt{5} + \sqrt{2} = ? = \sqrt{5} + \sqrt{2}$

P $2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = (2 \cdot \sqrt{3^2}) = 6$

S $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

P $\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{10}$

P $2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = (2 \sqrt{5 \cdot 2}) = 2\sqrt{10}$

S $\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5} + \sqrt{3}$

c) Vrai ou faux. Corrige si cela est nécessaire.

Enoncé	V ou F	Correction	Enoncé	V ou F	Correction
$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2$	F	$2\sqrt{2}$	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$	V	$\sqrt{3^2} = 3$
$3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$	V	/	$3\sqrt{2} + 5\sqrt{3} = 8\sqrt{5}$?	$3\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$
$3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 6$	V	$3\sqrt{2^2} = 6$	$\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = 4$	V	$\sqrt{8 \cdot 2} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2}$
$\sqrt{8} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$	V	$2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$	$\sqrt{7} \cdot \sqrt{14} = 7\sqrt{7}$	F	$\sqrt{7 \cdot 14} = \sqrt{7^2 \cdot 2} = 7\sqrt{2}$

d) Simplifie les radicaux qui peuvent l'être, reconnais s'il s'agit d'une somme ou d'un produit, puis réduis.

S $\sqrt{12} + \sqrt{75} = \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{5^2 \cdot 3} = 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

P $\sqrt{8} \cdot \sqrt{45} = \sqrt{2^2 \cdot 2} \cdot \sqrt{3^2 \cdot 5} = 2 \cdot 3 \sqrt{2 \cdot 5} = 6\sqrt{10}$

P $\sqrt{24} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 3 = 6$

S $\sqrt{50} + \sqrt{20} = \sqrt{5^2 \cdot 2} + \sqrt{2^2 \cdot 5} = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$

P $\sqrt{50} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{5^2 \cdot 2} \cdot \sqrt{2^2 \cdot 5} = 5 \cdot 2 \sqrt{2 \cdot 5} = 10\sqrt{10}$

S $3\sqrt{2} + \sqrt{32} = 3\sqrt{2} + \sqrt{4^2 \cdot 2} = 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

P $5\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = 5\sqrt{3 \cdot 3^3} = 5\sqrt{3^4} = 5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45$

P $5\sqrt{8} \cdot 3\sqrt{12} = 5 \cdot 3 \sqrt{2^3 \cdot 2^2 \cdot 3} = 5 \cdot 3 \sqrt{2^4 \cdot 2 \cdot 3} = 5 \cdot 3 \cdot 2^2 \sqrt{2 \cdot 3} = 60\sqrt{6}$

S $3\sqrt{20} \oplus 2\sqrt{45} = 3\sqrt{2^2 \cdot 5} + 2\sqrt{3^2 \cdot 5} = 3 \cdot 2 \sqrt{5} + 2 \cdot 3 \sqrt{5} = 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$

P $4\sqrt{3} \odot 5\sqrt{3} = 4 \cdot 5 \sqrt{3^2} = 4 \cdot 5 \cdot 3 = 60$

Distributivité

a) Simplifie les radicaux qui peuvent l'être puis distribue.

N'oublie pas de simplifier les radicaux obtenus et éventuellement de réduire l'expression si cela est possible.

$$\sqrt{3} \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{5}) = \sqrt{3} \sqrt{6} + \sqrt{3} \sqrt{5} = \sqrt{3 \cdot 2} + \sqrt{3 \cdot 5} = \sqrt{3^2 \cdot 2} + \sqrt{3 \cdot 5} = 3\sqrt{2} + \sqrt{15}$$

$$\sqrt{2} \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{2}) = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 5} - \sqrt{2^2} = \sqrt{2^2 \cdot 5} - \sqrt{2^2} = 2\sqrt{5} - 2$$

$$2\sqrt{3} \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3}) = 2\sqrt{3 \cdot 5} + 2\sqrt{3 \cdot 3} = 2\sqrt{15} + 2 \cdot 3 = 2\sqrt{15} + 6$$

$$\sqrt{12} \cdot (\sqrt{50} + \sqrt{18}) = \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 2} + \sqrt{2^2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2} = 2 \cdot 3 \sqrt{2} + 2 \cdot 3 \sqrt{3 \cdot 2} = 6\sqrt{2} + 6\sqrt{6} = 6\sqrt{2} + 6\sqrt{6}$$

$$\sqrt{45} \cdot (3\sqrt{8} - \sqrt{20}) = \sqrt{3^2 \cdot 5 \cdot 2} - \sqrt{3^2 \cdot 5 \cdot 2} = 3 \cdot 3 \sqrt{2} - 3 \cdot 2 \cdot 5 = 18\sqrt{2} - 30$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{2}) = \sqrt{3 \cdot 5} + \sqrt{3 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 5} + \sqrt{2^2} = \sqrt{15} + \sqrt{6} + \sqrt{10} + 2$$

$$(\sqrt{5} + 3) \cdot (\sqrt{5} - 2) = \sqrt{5^2} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 6 = 5 - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 6 = -1 + \sqrt{5}$$

$$(\sqrt{3} - 5) \cdot (\sqrt{2} + 1) = \sqrt{3 \cdot 2} + \sqrt{3} - 5\sqrt{2} - 5 = \sqrt{6} + \sqrt{3} - 5\sqrt{2} - 5$$

$$(2\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3} + 5\sqrt{2}) = 2\sqrt{3^2} + 10\sqrt{6} + \sqrt{6} + 5\sqrt{2^2} = 6 + 11\sqrt{6} + 10 = 16 + 11\sqrt{6}$$

$$(\sqrt{12} + \sqrt{5}) \cdot (5\sqrt{3} + \sqrt{20}) = 5 \cdot 2 \cdot 3 + \sqrt{4 \cdot 3 \cdot 5} + 5\sqrt{5 \cdot 3} + \sqrt{5^2 \cdot 4}$$

$$\begin{aligned} &= 30 + 4\sqrt{15} + 5\sqrt{15} + 10 \\ &= 40 + 9\sqrt{15} \end{aligned}$$

Formules

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Utilise la bonne formule.

$$(\sqrt{7})^2 = \sqrt{7^2} = 7$$

$$(3\sqrt{2})^2 = 3^2 (\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18$$

$$(2\sqrt{5})^2 = 2^2 (\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 5 = 20$$

$$(-4\sqrt{3})^2 = (-4)^2 (\sqrt{3})^2 = 16 \cdot 3 = 48$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{6} + 2 = 5 + 2\sqrt{6}$$

$$(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{5}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 5 - 2\sqrt{10} + 2 = 7 - 2\sqrt{10}$$

$$(\sqrt{6} + 3)^2 = (\sqrt{6})^2 + 2\sqrt{6} \cdot 3 + 3^2 = 6 + 6\sqrt{6} + 9 = 15 + 6\sqrt{6}$$

$$(2\sqrt{6} - \sqrt{10})^2 = (2\sqrt{6})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{10} + (\sqrt{10})^2 = 4 \cdot 6 - 4\sqrt{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} + 10 = 14 - 8\sqrt{15}$$

$$(\sqrt{5} - 3) \cdot (\sqrt{5} + 3) = (\sqrt{5})^2 - 3^2 = 5 - 9 = -4$$

$$(3\sqrt{6} + \sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{6} - \sqrt{3}) = (3\sqrt{6})^2 - (\sqrt{3})^2 = 9 \cdot 6 - 3 = 54 - 3 = 51$$

Actimath 3 - Chapitre 3 - Activité 3 p. 33, 7 p. 36 et 37

Actimath 3 - Chapitre 3 - Exercices : p. 39, 40 et 41