

Zoom avant et Zoom arrière



Défi :

A partir d'une photo 10 x 15,



tu désires effectuer un agrandissement dont l'aire vaut le quadruple de l'aire initiale.

Sur quelle(s) touche(s) de la photocopieuse dois-tu appuyer pour effectuer cette manœuvre ?



Hypothèse(s) : *Agrandissement 200 %*.....

.....

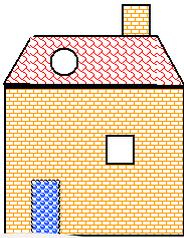
Afin d'infirmier ou de confirmer l'/ les hypothèse(s) émise(s), examine les différentes missions qui sont proposées.

D. Missions

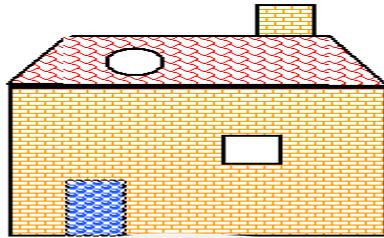
a) Dans la rue ...

Plocpic, les habitations se ressemblent : chacune possède les mêmes éléments que la voisine.

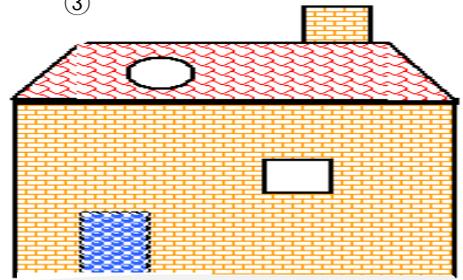
①



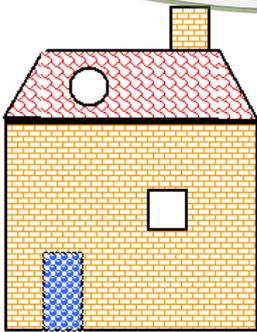
②



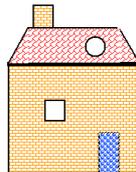
③



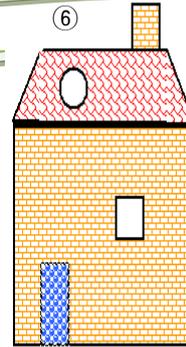
④



⑤



⑥



1°) Compare la forme et la disposition des éléments géométriques qui composent les façades.

Détermine la maison qui ressemble le plus à la n°①.

Pour justifier ta réponse, emploie des verbes ou des expressions comme « déformer », « agrandir », « réduire », « étirer », « élargir », « à l'échelle », ...



Tu peux combiner plusieurs verbes comme *déformé par étirement vertical*.

- la n°2 oui/non car *déformée par l'étirement horizontal. (la fenêtre carrée devient rectangulaire.)*
- la n°3 oui/ non car *déformée par l'étirement horizontal.*
- la n°4 oui/non car *agrandie à l'échelle*
- la n°5 oui/non car *rétrécie à l'échelle et retournée*
- la n°6 oui/ non car *déformée par l'étirement vertical.*

2°) Outre les maisons que tu as déterminées dans le point précédent, y-a-t-il deux autres maisons qui soient similaires ? Justifie.

Oui : les maisons ② et ③ sont « semblables » :
la maison ③ est un agrandissement (à l'échelle - proportionnellement) de la maison ②

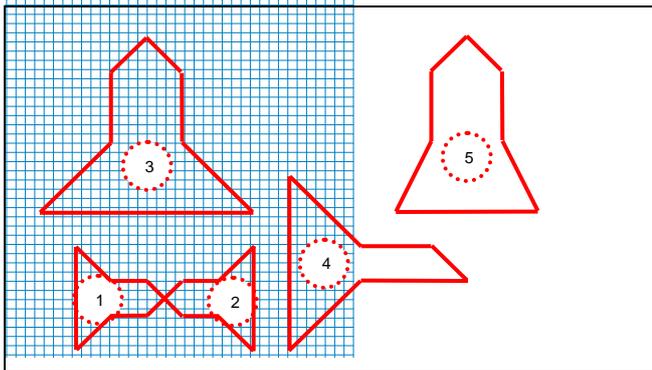
3°) Pour les maisons semblables que tu as repérées, examine les amplitudes des angles «qui se ressemblent»

Qu'observes-tu ? *Elles sont conservées*



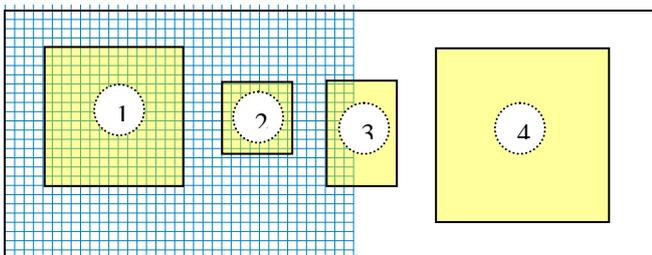
b) Quadrillage et formes géométriques

Voici des groupes de formes géométriques. Dans chaque groupe, des intrus se sont glissés.
Découvre-les. Justifie en t'aidant du quadrillage **et/ou** de l'amplitude des angles.



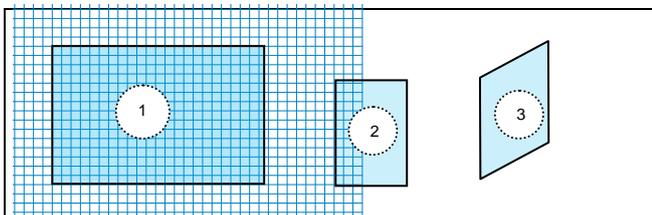
Les 2 intrus sont :

- 👤 le n°... ④ car *une partie de la fusée est manquante.*.....
(pas conservation de la forme.).....
- 👤 le n°... ⑤ car *la fusée a été étirée horizontalement.*.....
La proportionnalité des grandeurs n'a pas été conservée......



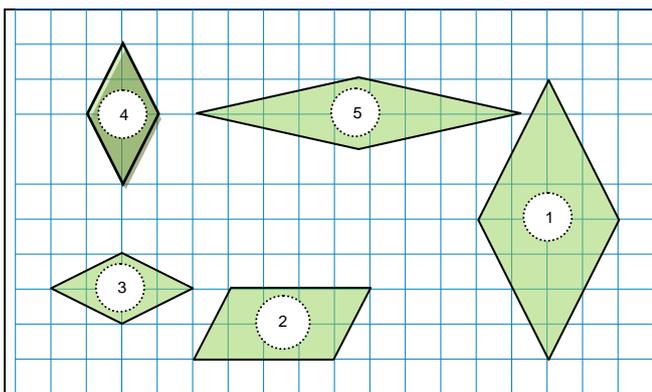
L'intrus est :

- 👤 le n° ③ car *le carré a été étiré verticalement: le carré est devenu un rectangle*.....
La proportionnalité des grandeurs n'a pas été conservée......



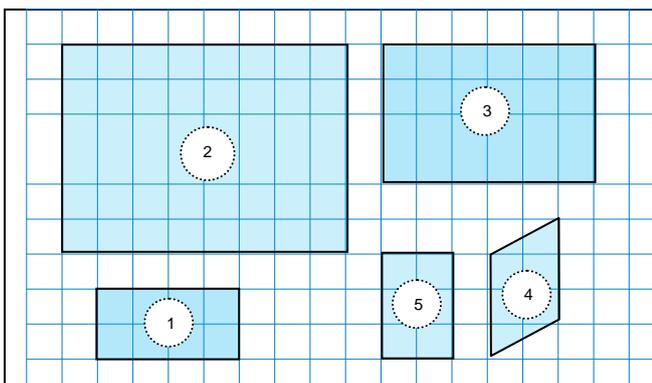
L'intrus est :

- 👤 le n° ③ car *le rectangle se transforme en un parallélogramme : l'amplitude des angles*.....
n'a pas été conservée......



Les 2 intrus sont :

- 👤 le n° ② car *le losange se transforme en un parallélogramme (forme pas conservée) :.....*
l'amplitude des angles n'a pas été conservée......
- 👤 le n° ⑤ car *le losange a été étiré :.....*
les dimensions ne sont plus proportionnelles.
La proportionnalité des grandeurs n'a pas été conservée......



Les 3 intrus sont :

- 👤 le n° ④ car le *rectangle se transforme en*.....
parallélogramme :
l'amplitude des angles n'a pas été conservée.....
- 👤 le n° ② car *la proportionnalité des grandeurs n'a pas été conservée.*.....
- 👤 le n° ① car *la proportionnalité des grandeurs n'a pas été conservée.*.....

Réfléchissons

Pour les figures que tu as conservées que peux-tu dire

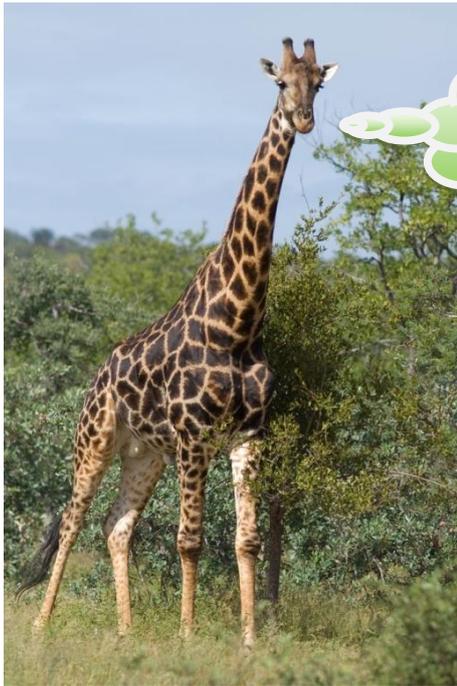
- 👤 des amplitudes des angles « semblables » ? (N'hésite pas à les mesurer !) *Elles sont conservées.*.....
- 👤 de la proportionnalité des côtés « semblables » ? *Elle est conservée.*.....

c) Dans la savane, j'ai rencontré ...Bella la girafe.

Elle était tellement belle que j'ai fait des photocopies de la photo originale. Examine-les !

1°) Observations

Figure 1



Je suis la seule et l'unique !

Figure 2



Figure 3

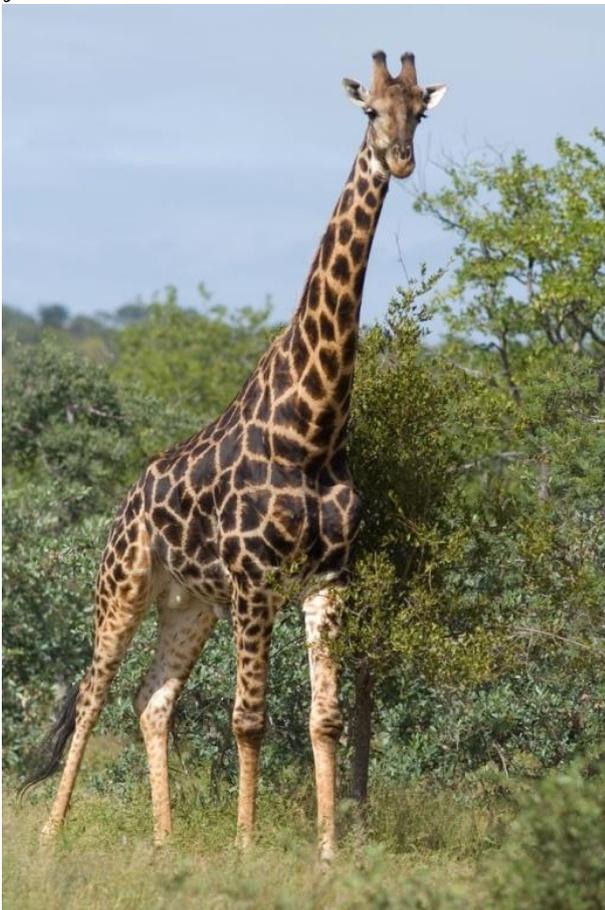


Figure 4



Pour les trois « copies » de Bella qui te sont proposées, précise s'il s'agit d'un **agrandissement** ou d'une **réduction**

 La figure 2 *est une réduction* de la figure 1

 La figure 3 *est un agrandissement* de la figure 1

 La figure 4 *n'est ni un agrandissement ni une réduction : mêmes dimensions que* de la figure 1



2°) Recherche le coefficient d'agrandissement ou de réduction des photos de Bella

Mesure et complète les tableaux sachant que

L est la longueur, l est la largeur de la photo.



Cas 1 : Pour passer de la figure 1 à la figure 2

Fig1	Fig 2	rapport
$L_1 = 9$	$L_2 = 4,5$	$\frac{L_2}{L_1} = \frac{4,5}{9} = \frac{1}{2} = 0,5$
$l_1 = 6$	$l_2 = 3$	$\frac{l_2}{l_1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$

Compare les rapports et complète

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Pour passer de la figure 1 à la figure 2,

Il faut **multiplier** les dimensions de la figure 1 par $\frac{1}{2}$

Et donc $L_2 = \frac{1}{2} \cdot L_1$

$$l_2 = \frac{1}{2} \cdot l_1$$

Cas 2 : Pour passer de la figure 1 à la figure 3

Fig1	Fig 3	rapport
$L_1 = 9$	$L_3 = 12$	$\frac{L_3}{L_1} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \cong 1,3$
$l_1 = 6$	$l_3 = 8$	$\frac{l_3}{l_1} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \cong 1,3$

Compare les rapports et complète

$$\frac{L_3}{L_1} = \frac{l_3}{l_1} = \frac{4}{3} \cong 1,3$$

Pour passer de la figure 1 à la figure 3,

Il faut **multiplier** les dimensions de la figure 1 par $\frac{4}{3}$

Et donc $L_3 = \frac{4}{3} \cdot L_1$

$$l_3 = \frac{4}{3} \cdot l_1$$

Cas 3 : Pour passer de la figure 1 à la figure 4

Fig1	Fig 4	rapport
$L_1 = 9$	$L_4 = 9$	$\frac{L_4}{L_1} = \frac{9}{9} = 1$
$l_1 = 6$	$l_4 = 6$	$\frac{l_4}{l_1} = \frac{6}{6} = 1$

Compare les rapports et complète

$$\frac{L_4}{L_1} = \frac{l_4}{l_1} = \frac{9}{9} = 1$$

Pour passer de la figure 1 à la figure 4,

Il faut **multiplier** les dimensions de la figure 1 par **1**

Et donc $L_4 = 1 \cdot L_1$

$$l_4 = 1 \cdot l_1$$

Réfléchissons et constatons :

-  Dans deux figures semblables, compare le rapport de la longueur des côtés qui se correspondent, que constates-tu ? *Il est le même*
(les longueurs des côtés « qui se correspondent » sont directement proportionnelles)
-  Dans deux figures semblables, compare l'amplitude des angles qui se correspondent, que constates-tu ? *Les amplitudes des angles « semblables » sont égales. (conservation de l'amplitude).*
(Conservation de l'amplitude- Les amplitudes des angles « qui se correspondent » sont égales)



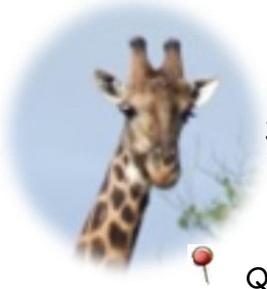
Tu viens de définir des polygones semblables.

Un peu de vocabulaire avant de continuer

Synthèse partielle 1

-  Deux polygones sont **semblables** lorsque l'un est une *réduction* ou un *agrandissement* de l'autre (avec ou sans retournement).
-  Deux polygones sont **semblables** si les longueurs des côtés homologues sont *directement proportionnels*
et si les amplitudes sont *égales*
-  Lorsque deux figures sont semblables, on appelle :
-  **similitude**, la transformation du plan qui transforme l'une en l'autre ;
 -  **côtés homologues** : les côtés qui se correspondent par une similitude ;
 -  **angles homologues**, les angles qui se correspondent par une similitude ;
 -  **sommets homologues**, les sommets qui se correspondent par une similitude.
-  Dans deux figures semblables, le **rapport entre les longueurs de deux côtés homologues** est un nombre réel positif non nul appelé **SOIT coefficient d'agrandissement ou de réduction**
SOIT rapport de similitude.





3°) Revenons à Bella et analysons les rapports obtenus.



Quelle photo a subi un **agrandissement** ? *la photo 3*

Compare les rapports obtenus avec l'**unité** et conclus.

$$k = \frac{L_3}{L_1} = \frac{l_3}{l_1} = \frac{4}{3} \cong 1,3 > 1$$

*Lorsque le rapport entre des côtés homologues est supérieur à 1,.....
le polygone initial a été agrandi.*

Quelle photo a subi une **réduction** ? *la photo 2*

Compare les rapports obtenus avec l'**unité** et conclus.

$$k = \frac{L_2}{L_1} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{1}{2} = 0,5 < 1$$

*Lorsque le rapport entre des côtés homologues est inférieur à 1,.....
le polygone initial a été réduit.*

Quant à la photo restante (*la photo 4*), elle a *les mêmes dimensions que fig 1*

Compare les rapports obtenus avec l'**unité** et conclus.

$$k = \frac{L_4}{L_1} = \frac{l_4}{l_1} = 1$$

*Lorsque le rapport entre des côtés homologues est égal à 1,.....
les polygones sont des reproductions exactes.*

Synthèse partielle 2

Quand on multiplie toutes les dimensions d'une figure par le même nombre k ,

si $0 < k < 1$, on obtient *une réduction du polygone initial*

si $k = 1$, on obtient *le polygone initial reproduit exactement*

si $k > 1$, on obtient *un agrandissement du polygone initial*



On dit qu'on agrandit une figure par un nombre k

si on multiplie toutes les dimensions de cette figure par ... k (avec $k > 1$).....

4°) Histoire de périmètre et d'aire

Complète les tableaux sachant que

L est la longueur, l est la largeur, p est le périmètre et A est l'aire de la photo.

Consignes :

En te référant aux mesures des longueurs effectuées à la **page 5**

- compare le rapport des périmètres des photos au rapport de similitude et
- compare le rapport des aires au rapport de similitude.



Cas 1 : Pour passer de la figure 1 à la figure 2

Fig1	Fig 2	Rapport	
$L_1=9$ $l_1=6$	$L_2=4,5$ $l_2=3$	$\frac{L_2}{L_1} = \dots = \frac{1}{2} = 0,5$	$L_2 = \frac{1}{2} \cdot L_1$
$p_1 = 2(6+9) = 30$	$p_2 = 2(4,5+3) = 15$	$\frac{p_2}{p_1} = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} = 0,5$	$p_2 = \frac{1}{2} \cdot p_1$
$A_1 = 9 \cdot 6 = 54$	$A_2 = 4,5 \cdot 3 = 13,5$	$\frac{A_2}{A_1} = \frac{13,5}{54} = \frac{1}{4} = 0,25$	$A_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot A_1$

Cas 2 : Pour passer de la figure 1 à la figure 3

Fig1	Fig 3	Rapport	
$L_1=9$	$L_3=12$ $l_3=8$	$\frac{L_3}{L_1} = \frac{4}{3}$	$L_3 = \frac{4}{3} \cdot L_1$
$p_1 = 30$	$p_3 = 2(12+8) = 40$	$\frac{p_3}{p_1} = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}$	$p_3 = \frac{4}{3} \cdot p_1$
$A_1 = 54$	$A_3 = 12 \cdot 8 = 96$	$\frac{A_3}{A_1} = \frac{96}{54} = \frac{16}{9}$	$A_3 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot A_1$

Cas 3 : Pour passer de la figure 1 à la figure 4

Fig1	Fig 4	Rapport	
$L_1=9$	$L_4=9$ $l_4=6$	$\frac{L_4}{L_1} = 1$	$L_4 = 1 \cdot L_1$
$p_1 = 30$	$p_4 = 2(6+9) = 30$	$\frac{p_4}{p_1} = 1$	$p_4 = 1 \cdot p_1$
$A_1 = 54$	$A_4 = 9 \cdot 6 = 54$	$\frac{A_4}{A_1} = \frac{54}{54} = 1$	$A_4 = 1^2 \cdot A_1$

Complète les propriétés

- Le rapport des périmètres de deux polygones semblables **égale le rapport de similitude**
- Le rapport des aires de deux polygones semblables **égale le carré du rapport de similitude**



Synthèse partielle 3

Lors d'un agrandissement ou une réduction de coefficient k :



- les longueurs sont multipliées par ... k
- le périmètre est multiplié par k
- l'aire est multipliée par k^2

$$p' = k \cdot p$$

$$A' = k^2 \cdot A$$



II) Défi : mission accomplie ?

Lors de ces différentes « missions »,

tu as découvert tous les éléments pour relever le défi proposé à la page 1.



Ton hypothèse est-elle confirmée ou infirmée :

Justifie à l'aide des découvertes

$$A_1 = L_1 \cdot l_1 = 10 \cdot 15 = 150 \quad (\text{en cm}^2)$$

$$A_2 = L_2 \cdot l_2 = 4 \cdot 150 = 600 \quad (\text{en cm}^2)$$

Or $A_2 = k^2 \cdot A_1$

Remplaçons : $600 = k^2 \cdot 150$

$$k^2 = \frac{600}{150}$$

$$k^2 = 4$$

$$k = \sqrt{4}$$

$$k = 2$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{200}{100} = 200 \%$$

OU

$$A_2 = 4 \cdot A_1$$

$$A_2 = k^2 \cdot A_1$$

donc $k^2 = 4$

$$k = \sqrt{4}$$

$$k = 2$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{200}{100} = 200 \%$$

Réponse finale :

Il faut appuyer sur la touche agrandissement 200 %



Pour aller plus loin : si nous voulions maintenant seulement doubler l'aire de la photo initiale ?

Réponse : touche A3 car elle correspond à un agrandissement de 141 %.

III) Synthèse Agrandissements et réductions



Définition

Les transformations du plan qui **conservent l'amplitude des angles** et la **proportionnalité des longueurs** sont appelés des similitudes.

Vocabulaire

- 1 des côtés **homologues** sont des segments qui correspondent à une similitude.
- 2 des angles **homologues** sont des angles qui correspondent à une similitude.
- 3 des sommets **homologues** sont des angles qui correspondent à une similitude.

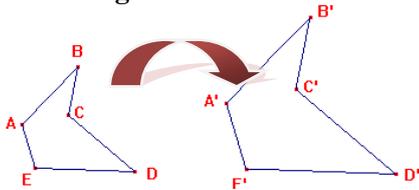
Figures semblables

Deux polygones sont semblables si les longueurs des côtés homologues sont proportionnelles et si les amplitudes sont égales.

Rapport de similitude



Le rapport de similitude de deux polygones semblables est le réel positif non nul exprimant le rapport des longueurs de deux côtés homologues.



$$\frac{|A'B'|}{|AB|} = \frac{|B'C'|}{|BC|} = \frac{|C'D'|}{|CD|} = \frac{|D'E'|}{|DE|} = k$$

Quand on multiplie toutes les dimensions d'une figure par le même nombre k , on obtient

- 1 une **réduction** si $0 < k < 1$.
- 2 le polygone initial reproduit exactement si $k = 1$
- 3 un **agrandissement** si $k > 1$



On dit qu'on agrandit une figure par un nombre k si on multiplie toutes les dimensions de cette figure par k . (si $k > 1$)

Périmètre et aire de figures semblables

Lors d'un agrandissement ou une réduction de coefficient k :

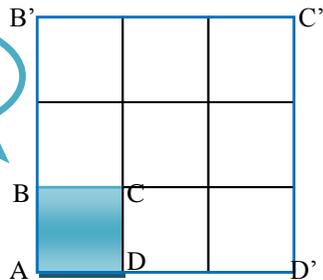


- 1 les longueurs sont multipliées par k ;
- 2 le périmètre est multiplié par k ;
- 3 l'aire est multipliée par k^2

$$p' = k \cdot p$$

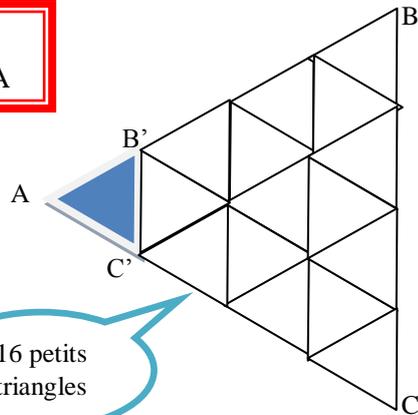
$$A' = k^2 \cdot A$$

9 petits carrés



Le carré $AB'C'D'$ s'obtient en multipliant par 3 le côté du carré $ABCD$
 $\text{aire}(AB'C'D') = k^2 \cdot \text{aire}(ABCD)$
 $= 3^2 \cdot \text{aire}(ABCD)$
 $= 9 \cdot \text{aire}(ABCD)$

16 petits triangles



Le triangle $AB'C'$ s'obtient en multipliant par $\frac{1}{4}$ les côtés du triangle ABC
 $\text{aire}(AB'C') = k^2 \cdot \text{aire}(ABC)$
 $= (\frac{1}{4})^2 \cdot \text{aire}(ABC)$
 $= \frac{1}{16} \cdot \text{aire}(ABC)$

Transformer

Garder les proportions
(Garder la forme)

Ne PAS garder les proportions

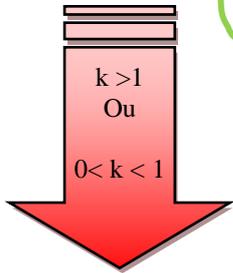
Conservation de l'amplitude des angles
Et la proportionnalité des longueurs.
SIMILITUDE

Déformer

Ne PAS garder les dimensions
Agrandir / Diminuer

Garder les dimensions

- Déplacer
 - Glisser (Translations)
 - Tourner (Rotations, Symétries centrales)
- Retourner (Symétrie orthogonale)

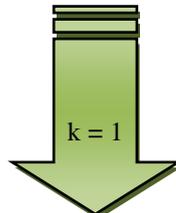


Figures semblables



Triangles semblables

Thalès



Isométries



Figures Isométriques

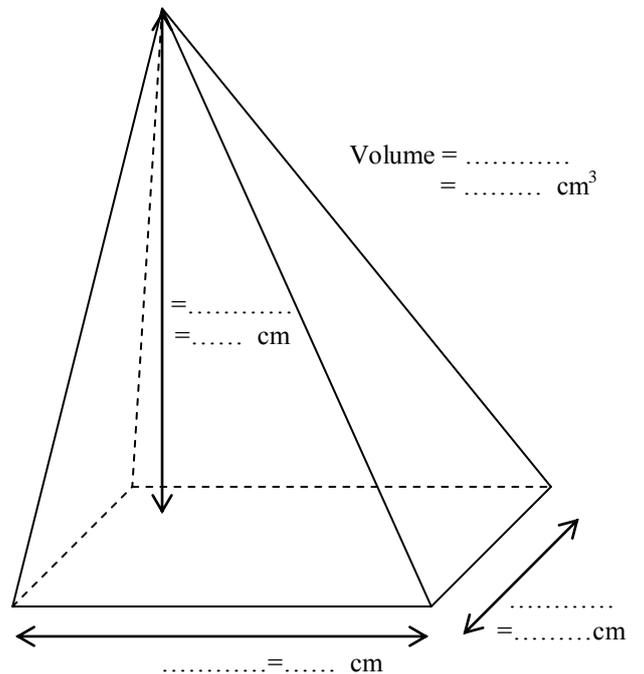
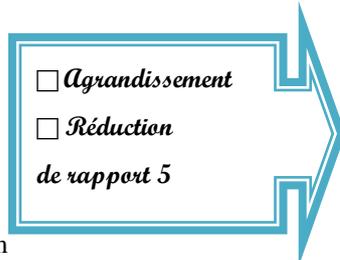
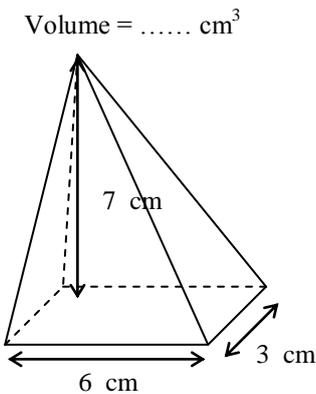
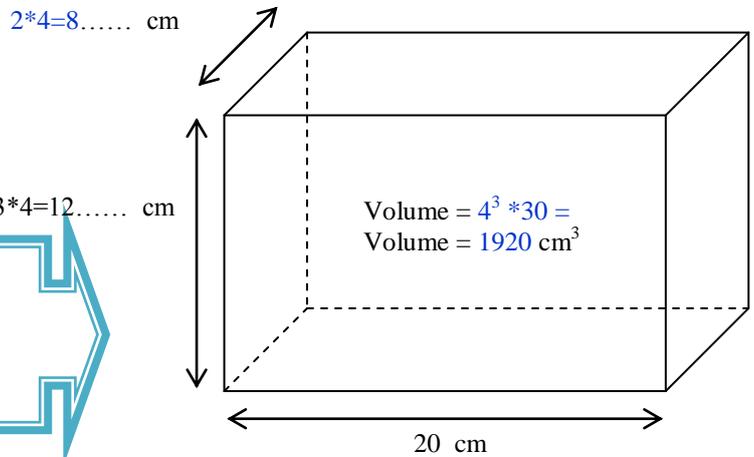
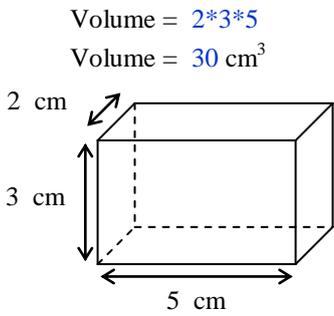
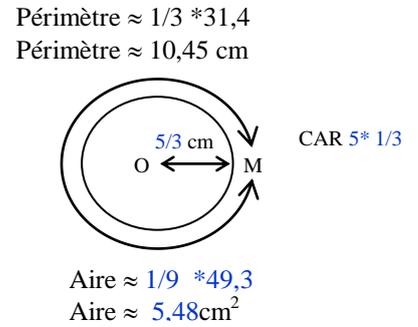
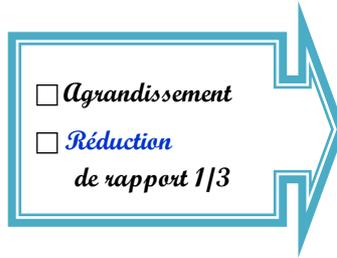
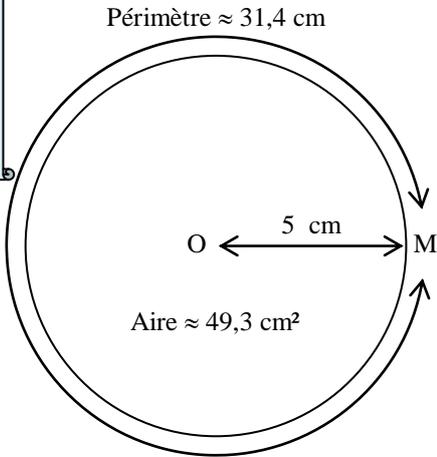
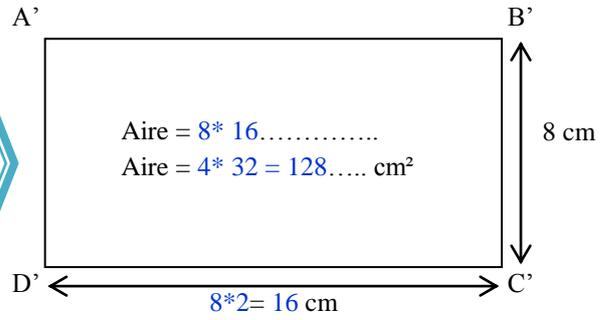
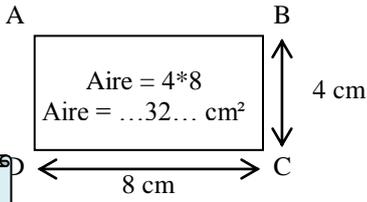
Angles isométriques



Triangles isométriques

Série 5 : Trouver les longueurs, les aires et les volumes qui manquent. Note tes calculs

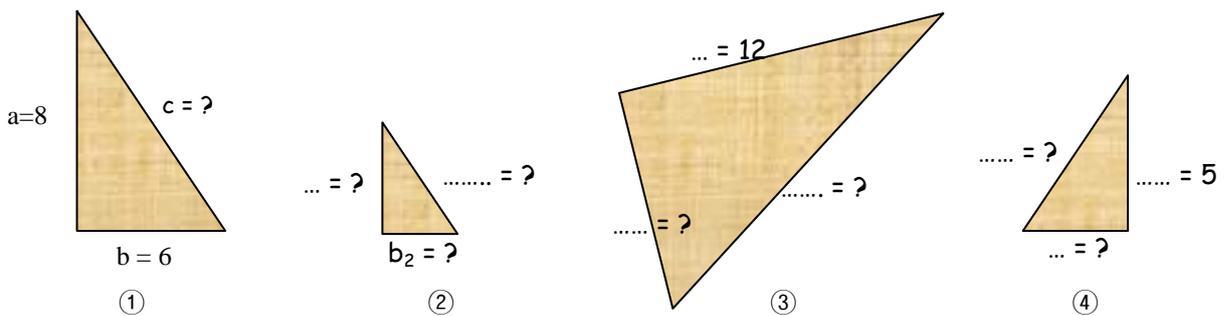
Maths en ligne.com



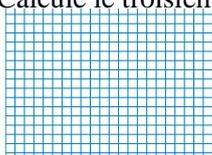
Série 9 : Histoire de triangles

Le triangle rectangle n°① a été photocopié avec des changements de dimensions.

Voici ce triangle et ses trois photocopies :

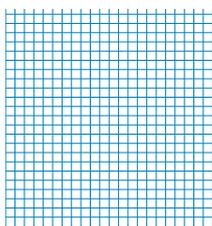


1°) Calcule le troisième côté du triangle n°①

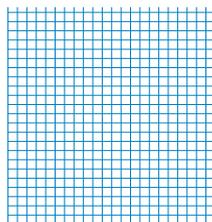


2°) Sachant que le triangle n°② est une réduction du triangle n°① à l'échelle $\frac{1}{2}$ ou 50 %,

♦ détermine la longueur des trois côtés.



♦ le triangle n°② est-il aussi rectangle ? Vérifie ta réponse par calculs.



3°) Sans recourir au théorème de Pythagore, détermine :

- ♦ la longueur de l'hypoténuse du triangle n°③
- ♦ la longueur des deux côtés du triangle n°④ dont la longueur n'est pas donnée.

4°) Quelle est l'échelle (d'agrandissement ou de réduction) qui est d'application pour le passage : du triangle① au ③; du triangle③ au ①; du triangle ③ au ②; du triangle ④ au ②; du triangle① au ④

5°) Compare les échelles aux rapports des longueurs des côtés qui sont images l'un de l'autre lors des passages décrits ci-dessus.

6°) Observe les amplitudes des angles « correspondants ». Que constates-tu ?

7°) Compare les périmètres des triangles ① et ② ; ① et ③ ; ① et ④ ; ② et ③ ; ② et ④ ; ③ et ④.

Compare aussi les aires.

Quel est le lien avec l'échelle ? avec le rapport ?



V) Bibliographie Bibliographie

ADAM , CLOSE, LOUSBERG, TROMME, *Espace math 3*, De Boeck –Wesmael, Bruxelles, 1996, Zoom sur thalès, p 59-88.

ANCIA, P. et DESCY, J. et GRONDAL,et C. WANT A. , *Actimath 3*, Van In, Wavre, 2001, pp 97-114.

BAUDELET, B. et CLOSE, P. et JANSSENS, R. , *Mathématiques. Des situations pour apprendre 3*, De Boeck – Wesmael, Bruxelles, 2003.

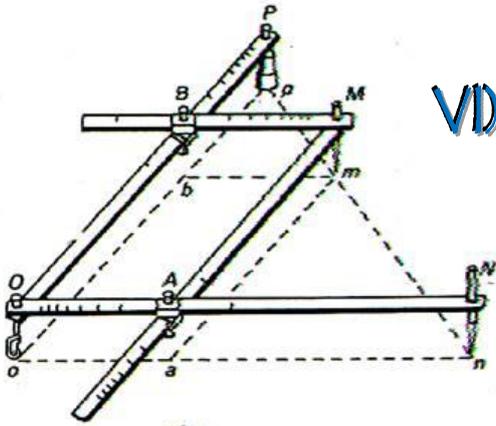
BONNEFOND, g. et DAVIAUD, D. et REVRANCHE, B. ,*Mathématiques 3e*, Hatier, Paris, 1993 [collection Pythagore], pp 133-134.

CHARLES, M. et DEBEER, B. et LHOEST, Th., *A vos math ! 3*, Plantyn, Bruxelles, 1996, pp 105-123.

DANEL, J. M. et HUGO, C.A. , *Astro-Math 3*, Plantyn, Waterloo, 2003, Transformations de figures, pp 147-180.

MINISTERE DE LA COMMUNAUTE FRANCAISE, ENSEIGNEMENT DE LA COMMUNAUTE FRANCAISE, *Programme d'étude du cours de MATHEMATIQUES. Deuxième degré pour l'enseignement secondaire général*, 39/2000/240, p 25.

CREM transformations des figures



VI) Table des matières

Défipage 1

I) Missionspage 2

a) Dans la ruepage 2

b) Quadrillage et formes géométriquespage 3

c) Dans la savane, j'ai rencontré ... Bella la girafe.page 4

1)° Observationspage 4

2)° Recherche le coefficient d'agrandissement ou de réductionpage 5

3)° Analysons les rapports obtenus.page 7

4)° Histoire de périmètre et d'airepage 8

II) Défi : mission accomplie ?page 9

III) Synthèsepage 10

IV) Exercicespage 11

V) Bibliographiepage 15

VI) Table des matièrespage 16

Tout en un !

Complète les tableaux sachant que

L est la longueur, l est la largeur, p est le périmètre et A est l'aire de la photo.

Consignes :

-  compare le rapport des longueurs et le rapport des largeurs des photos
-  compare le rapport des périmètres des photos au rapport de similitude et
-  compare le rapport des aires au rapport de similitude.

Pour passer de la figure 1 à la figure 2

Fig1	Fig 2	rapport
L ₁ =	L ₂ =	
l ₁ =	l ₂ =	
p ₁ =	p ₂ =	
A ₁ =	A ₂ =	

Compare les rapports et complète

$$\frac{L_2}{L_1} \dots\dots \frac{l_2}{l_1} \dots\dots$$

Pour passer de la figure 1 à la figure 2,
Il faut les dimensions
par

Pour passer de la figure 1 à la figure 3

Fig1	Fig 3	rapport
L ₁ =	L ₃ =	
l ₁ =	l ₃ =	
p ₁ =	p ₃ =	
A ₁ =	A ₃ =	

Compare les rapports et complète

$$\frac{L_3}{L_1} \dots\dots \frac{l_3}{l_1} \dots\dots$$

Pour passer de la figure 1 à la figure 3,
Il faut les dimensions
par

Pour passer de la figure 1 à la figure 4

Fig1	Fig 4	rapport
L ₁ =	L ₄ =	
l ₁ =	l ₄ =	
p ₁ =	p ₄ =	
A ₁ =	A ₄ =	

Compare les rapports et complète

$$\frac{L_4}{L_1} \dots\dots \frac{l_4}{l_1} \dots\dots$$

Pour passer de la figure 1 à la figure 4,
Il faut les dimensions
par

 Pour chaque cas, tu as déterminé le rapport **Rn/R**, que constates-tu ?

.....

.....

programme

Compétences à atteindre	Matières	Conseils méthodologiques
Reconnaître des figures semblables et énoncer les critères utilisés.	Figures semblables.	On reliera la notion de figures semblables à l'idée intuitive d'agrandissement ou de réduction . On caractérisera deux polygones (rectangles, losanges, triangles,...) semblables par l'égalité des angles qui se correspondent et la proportionnalité des côtés homologues .
Repérer les côtés et les angles homologues dans des triangles semblables pour justifier la proportionnalité de segments ou l'égalité de la mesure d'angles.	Problèmes de construction et de calcul, recherche et démonstration de propriétés	On traitera au moins les problèmes suivants: <ul style="list-style-type: none">➤ Propriétés métriques du triangle rectangle; moyenne géométrique de deux segments,➤ Rapport des périmètres et des aires de deux figures semblables ; section d'une pyramide par un plan parallèle à la base.