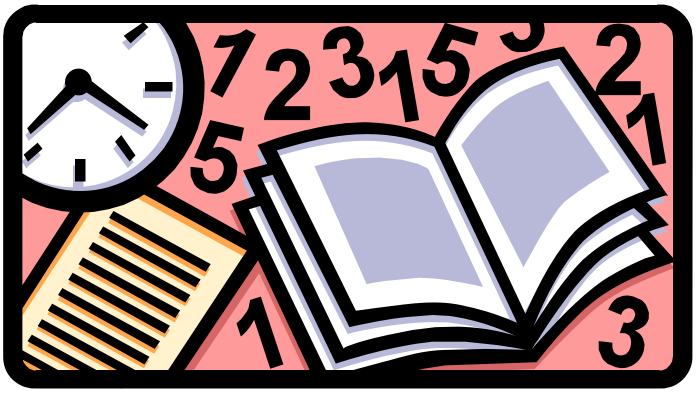
MATHEMATIQUES

Révisions



Matière

Algèbre
Polynômes
Factorisation
Fractions algébriques
Approche graphique de fonctions Fonctions du premier degré **Ex du cahier**
Equations, systèmes d'équations et inéquations

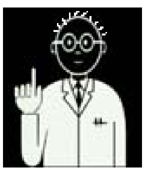
Géométrie
Triangles isométriques
Thalès et triangles semblables
Trigonométrie
Pythagore
Angles isométriques

Rappels : les corrigés sont destinés à être utilisés en classe.

Afin d'encourager la résolution sans recopiage et l'élève à s'interroger quant à la réponse obtenue, quelques « erreurs » ont été essaimées.

Trouvées en classe : 10/10 à la maison ou par mail au professeur catherine.cochezaru2.be

Quelques pistes



- Faire une synthèse par chapitre
- Etudier la théorie (Tu dois étudier chez toi)
- Refaire les exercices faits en classe (par écrit et pas seulement les lire !)
- Vérifier sa compréhension en faisant les exercices de révision

Attention, les exercices ci-dessous ne sont pas exclusifs, autrement dit tu ne dois pas te contenter de ceux-là uniquement.

Algèbre

I. Polynômes

A. Polynômes et manipulation basique.

1) Cite toutes les « caractéristiques » du polynôme donné (il y en a 5) : $P(t) = -9{,}5\,t^3 + 4\,t^5 + 7$

Polynôme
- En la variable t
- De degré 5
- Réduit
- Non Ordonné
- Pas Complet
- (Terme indépendant 7)

2) Complète le tableau suivant :

Polynôme	Terme indépendant	Degré ?	Réduit ?	Ordonné ?	Complet ?
$3x^5 - 7x^3 + 4x - 3$	-3	5	OUI	OUI	NON
$-9{,}5\,t^3 + 4\,t^5 + 7 - 3t - 2t^2$	7	5	OUI	NON	NON

3) Réduis et ordonne les polynômes suivants

Polynôme	Polynôme réduit et ordonné
$B(x) = 2x + 5x + x^2 + 2 - 3x^2$	$B(x) = -2x^2 + 7x + 2$
$C(x) = -4 + x^3 + 3x^3 + 5x - 2x + x^2$	$C(x) = 4x^3 + x^2 + 3x - 4$
$D(x) = x^3 - 2x - 3x^2 - 5x^3 + 8x - 2x^2$	$D(x) = -4x^3 - 5x^2 + 6x$

4) Polynômes et valeurs numériques

$A(x) = -2x^5 - 5x^3 + 3x - 5$	$C(x) = x^3 - x^2$	$S(x) = -x^3 + 4x^2 - 2x - 1$
$B(x) = 4x^3 - x^2 + 2x - 1$	$D(k) = k^3 + 9k^2 + 8k + 2$	$T(y) = y^5 + 2y^3 - 3y + 4$

a) Calcule la valeur numérique des polynômes :

- $A(1) = -2 - 5 + 3 - 5 = -12 + 3 = -9$
- $B(-3) = 4(-3)^3 - (-3)^2 + 2(-3) - 1 = -4.27 - 9 - 6 - 1 = -124$
- $C\left(-\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{-2}{3}\right)^3 - \left(\frac{-2}{3}\right)^2 = \frac{-8}{27} - \frac{4}{9} = \frac{-8}{27} - \frac{12}{27} = \frac{-20}{27}$
- $D(10) = 10^3 + 9.(10)^2 + 8.10 + 2 = 1000 + 900 + 80 + 2 = 1982$
- $S\left(\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{1}{2}\right)^3 + 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2.\left(\frac{1}{2}\right) - 1 = -\frac{1}{8} + \frac{\cancel{4}^{1}.1}{\cancel{4}_{1}} - \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{2}_{1}} - \frac{1.8}{8} = \frac{-9}{8}$
- $T(-2) = (-2)^5 + 2.(-2)^3 - 3.(-2) + 4 = -32 + \underline{2.(-8)} + 6 + 4 = -32 - 16 + 10 = -38$

b) Détermine les polynômes suivants et **prévois** leur degré. **Réduis et ordonne le polynôme obtenu.**

$W(x) = A(x) + B(x)$	**M(k)** $= D(k) . (-2)$
$R(x) = A(x) - S(x)$	**P(x)** $= B(x) . S(x)$

W(x) = A(x) + B(x)

$A(x) = -2x^5 - 5x^3 + 3x - 5$

$B(x) = +4x^3 - x^2 + 2x + 1$

$\boxed{W(x) = -2x^5 - x^3 - x^2 + 5x - 4}$

$A(x) = -2x^5 - 5x^3 + 3x - 5$

$-S(x) = +x^3 - 4x^2 + 2x + 1.$

$\boxed{R(x) = -2x^5 - 4x^3 - 4x^2 + 5x - 4}$

$D(k) = k^3 + 9k^2 + 8k + 2.$

$-2 \cdot$

$\boxed{M(k) = -2k^3 - 18k^2 - 16k - 4}$

$B(x) = 4x^3 - x^2 + 2x - 1$ ROC $\Rightarrow d° = 3$

$-x^3$	$-4x^6 + x^5 - 2x^4 + x^3$
$+4x^2$	$+16x^5 - 4x^4 + 8x^3 - 4x^2$
$-2x$	$-8x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 2x$
-1	$-4x^3 + x^2 - 2x + 1$

d°3 ROC

$B(x) \cdot S(X) = \boxed{-4x^6 + 17x^5 - 14x^4 + 7x^3 - 7x^2 + 1}$

Page 1 bis

B. Polynômes et Equations

5) Soit un polynôme du second degré. **Calcule** les réels a, b et c sachant que P(0) = 1 , P(1) = 1 et P(-1) = -3

$P(t) = -2t^2 + 2t + 1$

6) **Calcule** les réels a, b et c sachant que $Q(x) \equiv (2a - b)x^2 + (a - 2b + 1)x + (a + b + c) = 0$

$a = \frac{1}{3}$; $b = \frac{2}{3}$ et $c = -1$

C. Polynômes et division

7) Complète le tableau suivant :

Dividende	Diviseur	Degré du quotient	Nombre maximum de termes du quotient	Premier terme du quotient	Degré maximum du reste
$x^5-7x^3-x^2+2x-3$	$4x^2-7x+2$	5-2=3	4	$\frac{1}{4}x^3$	1

C1) La division euclidienne des polynômes

8) Calcule le quotient et le reste de la division de « $x^4+2x^3-2x^2+5x+6$ » par « x^2-2x+2 »

Note ta réponse sous la forme générale et **vérifie-la** $x^4+2x^3-2x^2+5x+6 = (x^2-2x+2)(x^2+4x+4)+(5x-2)$

C2. La division selon la méthode d'HORNER

9) Calcule, sans effectuer la division, le reste des divisions suivantes :

Vérifie ta réponse en calculant le quotient et le reste des divisions en utilisant la méthode de Horner.

(**N'oublie pas de noter ta réponse**)

1°) $(4x^2-5x+26) : (x+2)$

9)	4	-5	26
-2	↓	-8	26
	4	-13	52

$Q(x) = 4x - 13$

$R(x) = 52$

2°) $(5x^2+7x-8) : (x-1)$

	5	7	-8
1	↓	5	12
	5	12	4

$Q(x) = 5x + 12$

$R(x) = 4$

3°) $(9x + x^3 - 18) : (x+1)$

	1	0	9	-18
-1	↓	-1	1	-10
	1	-1	10	-28

$Q(x) = x^2 - x + 10$

$R(x) = -28$

10) Le polynôme P(x) = $x^3 + 2x - 3$ est divisible exactement par : (**Coche** la ou les bonnes propositions)

☐ $x-3$ ☐ $x+1$ ✹ $x-1$ ☐ $x+2$

11) Détermine si ce polynôme P(x) est divisible exactement par (x – 2).(sans effectuer la division →loi du reste)

$$P(x) = x^5 + x^4 - 6x^3 - x^2 - x + 6$$

Tentons avec $x = 2$

$P(2) = 2^5 + 2^4 - 6.2^3 - 2^2 - 2 + 6$

$= 32 + 16 - 48 \quad -4 \quad -2 + 6$

$P(2) = 0$ → **reste égale à zéro** → $P(x)$ est **factorisable** par $(x - 2)$

Réponse : Le polynôme P(x) est divisible par (x – 2)

12) Détermine le nombre « m » pour que le polynôme P(x) soit divisible par x – 3. **Calcule** le quotient.

Première méthode

$P(3) = 0$

$P(3) = 3^2 + m\,3 + 1 = 0$

$3m = -10$

$m = \frac{-10}{3}$

2ème mét

	1	m	1
3		3	3m+9
	1	m+3	3m+10 = 0

$m = \frac{-10}{3}$

Recherchons le quotient

$Q(x) = x + (m+3)$

$Q(x) = x + (\frac{-10}{3} + \frac{9}{3})$

$Q(x) = x - \frac{1}{3}$

Question 5 : $P(t) = a\,t^2 + b\,t + c$

$P(0) = 1$	$P(1) = 1$	$P(-1) = -3$	Système	Remplaçons
	$a + b + c = 1$	$a(-1)^2 + b(-1) + c = -3$	$\begin{cases} a + b = 0 \\ a - b = -4 \end{cases}$	$\begin{cases} b = -a \\ a - b = -4 \end{cases}$
$a\,0^2 + b\,0 + c = 1$	$a + b + 1 = 1$	$a - b + c = -3$	$2a = -4$	
	$a + b = 1 - 1$	$a - b + 1 = -3$		
$\boxed{c = 1}$	$\boxed{a + b = 0}$	$a - b = -3 - 1$	$\boxed{a = -2}$	$\boxed{b = 2}$
		$\boxed{a - b = -4}$		

Conclusion : $P(t) = -2t^2 + 2t + 1$

Vérifions

$-2.1 + 2.1 + 1 = ?= 1$ | $-2(-1)^2 + 2(-1) + 1 = ?= -3$

$-2 + 2 + 1 = ?= 1$ | $-2 - 2 + 1 = ?= -3$

$1 = ?= 1$ | $-3 = ?= -3$

6) $\begin{cases} 2a - b = 0 \\ a - 2b + 1 = 0 \\ a + b + c = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} b = 2a \\ a - 2.(2a) + 1 = 0 \\ a + b + c = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} b = 2a \\ -3a = -1 \\ a + b + c = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} b = 2.\frac{1}{3} \\ a = \frac{1}{3} \\ a + b + c = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} b = \frac{2}{3} \\ a = \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + b = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} b = \frac{2}{3} \\ a = \frac{1}{3} \\ b = -1 \end{cases}$

6 $(2a - b)\,m^2 + (a - 2b + 1)\,m + a + b + c = 0$

$= 0\,m^2 + 0\,m + 0$

Coef de degré 2	Coef de degré 1	Coef de degré 0/ terme indépendant
$2a - b = 0$	$a - 2b + 1 = 0$	$a + b + c = 0$
$-b = 0 - 2a$	$a - 2.2a + 1 = 0$	$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + c = 0$
$-b = -2a$	$a - 4a + 1 = 0$	$c = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$
$b = 2a$	$-3a = -1$	$c = -\frac{3}{3}$
$\boxed{b = \frac{2}{3}}$	$\boxed{a = \frac{1}{3}}$	$\boxed{c = -1}$

Conclusion : $\boxed{a = \frac{1}{3} \;;\; b = \frac{2}{3} \text{ et } c = -1}$

Vérification :

$(2 . \frac{1}{3} - \frac{2}{3}) + (\frac{1}{3} - 2.\frac{2}{3} + \frac{3}{3})m + (\frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{3}{3}) = ? = 0$

$0\,m^2 + \frac{1 - 4 + 3}{3}\,m + \frac{1 + 3 - 3}{3} = ? = 0$

$0\,m^2 + 0m + 0 = ? = 0$ VRAI

C) Polynômes et division

Polynômes et division

ROC

$$\begin{array}{l|l} x^4+2x^3-2x^2+5x+6 & x^2-2x+2 \\ \hline -x^4+2x^3-2x^2 & x^2+4x+4 \leftarrow \text{quotient} \\ \quad 4x^3-4x^2+5x+6 & \\ \quad -4x^3+8x^2-8x & \\ \quad\quad 4x^2-3x+6 & \\ \quad\quad -4x^2+8x-8 & \\ \quad\quad\quad \boxed{5x-2} & \end{array}$$

reste

Preuve.

$D(x) \stackrel{?}{=} d(x) \cdot Q(x) + R(x)$

$D(x) \stackrel{?}{=} x^4 - 2x^3 + 2x^2$
$+4x^3 - 8x^2 + 8x$
$+4x^2 - 8x + 8$
$+5x - 2 \leftarrow$ reste

$D(x) \stackrel{?}{=} x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 5x + 6$

Forme générale :

$$x^4+2x^3-2x^2+5x+6 = (x^2-2x+2)(x^2+4x+4)+(5x-2)$$
$$= (x^2-2x+2)(x+2)^2+5x-2.$$
$$D(x) = d(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

8)
$$\begin{array}{l|l} x^4+2x^3-2x^2+5x+6 & x^2-2x+2 \\ \hline -(x^4-2x^3+2x^2) & x^2+4x+4 \\ \quad 4x^3-4x^2+5x+6 & \\ \quad -(4x^3-8x^2+8x) & \\ \quad\quad 4x^2-3x+6 & \\ \quad\quad -(4x^2-8x+8) & \\ \quad\quad\quad 5x-2 & \end{array}$$

9)

	4	-5	26
-2		-8	26
	4	-13	52

$Q(x) = 4x - 13$.
$R(x) = 52$

	5	7	-8
1		5	12
	5	12	4

$Q(x) = 5x + 12$
$R(x) = 4$

	1	0	9	-18
-1		-1	1	-10
	1	-1	10	-28

$Q(x) = x^2 - x + 10$
$R(x) = -28$

Factorisation

D. Polynômes et factorisation

13) **Entoure** la factorisation correcte pour chaque polynôme. NF signifie « non factorisable »

Polynôme	A	B	C	D	E
x^2-4y^2	$(x-2y)^2$	$(x+2y)^2$	$(x+4y)(x-y)$	$\boxed{(x+2y)(x-2y)}$	NF
$4a^2+b^2$	$(2a+b)^2$	$(4a+b)(a+b)$	$(2a+b)(2a-b)$	$(2a+b)(2a+b)$	$\boxed{NF}$
$x^2-10x+25$	$(x+5)^2$	$(x+5)(x-5)$	$-(x-5)^2$	$\boxed{(x-5)(x-5)}$	NF
$1+4u+4u^2$	$\boxed{(2u+1)^2}$	$(1+2u)(1-2u)$	$(1-u)(1-4u)$	$(1+4u)^2$	NF
$9x^2+16y^2-12xy$	$(4x-3y)^2$	$(3x-4y)^2$	$(3x+4y)(3x-4y)$	$(3x+4y)^2$	$\boxed{NF}$
x^2+x+1	$(x+1)^2$	$(x+1)(x-1)$	$(x-1)(x-1)$	$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$	$\boxed{NF}$
$2y^2-4y+2$	$2(1+y)^2$	$\left(\sqrt{2}y-1\right)^2$	$\boxed{2(y-1)^2}$	$(2y-1)(y+1)$	NF
z^2+4z-5	$\left(z-\sqrt{5}\right)^2$	$\boxed{(z-1)(z+5)}$	$(z+1)(z-5)$	$(z-1)(z-5)$	NF

Produit : -5 = -1 . 5 ou Horner
Somme : 4 = -1 + 5

14) **Factorise**, au maximum, les expressions suivantes :

1) $3x^2 - 30xy + 75y^2 = 3(x^2 - 10xy + 25y^2) = 3(x - 5y)^2$

2) $32x^3y - 50xy^3 = 2xy(16x^2 - 25y^2) = 2xy(4x + 5y)(4x - 5y)$

3) $5x^5 - 5x = 5x(x^4 - 1) = 5x(x^2 + 1)(x^2 - 1) = 5x(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$

4) $16a^3y^4 - 100ay^2 = 4ay^2(4a^2y^2 - 25) = 4ay^2(2ay + 5)(2ay - 5)$

5) $10x^2 + 30x^3 + 30x + 10 = 10[x^2 + 3x^3 + 3x + 1] = 10[x^2(1 + 3x) + (3x + 1)]$
$= 10(1 + 3x)(x^2 + 1)$

6) $100a^4b^4 - 100c^4 = 100(a^4b^4 - c^4) = 100(a^2b^2 + c^2)(a^2b^2 - c^2) = 100(a^2b^2 + c^2)(ab + c)(ab - c)$

7) $6x^3 - 12xy^3 - 10x^2y + 20y^4 = 2[3x^3 - 6xy^3 - 5x^2y + 10y^4] = 2[3x(x^2 - 2y^3) - 5y(x^2 + 2y^3)]$
$= 2(x^2 - 2y^3)(3x - 5y)$

15) **Factorise au maximum**, les expressions suivantes **(Pistes: pense à** la méthode de Horner ou la méthode des diviseurs binômes)

1) $x^2 - 5x + 6 =$ $(x-2)(x-3)$

2) $x^2 + 9x - 6 =$ Pas en 3ème

3) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 =$ $(x-1)(x^2-x-6)$

4) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$ $(x-2)(x^2-x-6)$

5) $2x^2 - 5x + 3 =$ $(x-1)(2x-3)$

Factorisation

15)

1)

	1	-5	6
2	↓	2	-6
	1	-3	0

2) NF

3)

	1	-2	-5	6
1	↓	1	-1	-6
	1	-1	-6	0

4)

	1	-3	-4	12
2	↓	2	-2	-12
	1	-1	-6	0

5)

	2	-5	3
1	↓	2	-3
	2	-3	0

1) $x^2 - 5x + 6 =$ $(x-2)(x-3)$

2) $x^2 + 9x - 6 =$ NF

3) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 =$ $(x-1)(x^2-x-6)$

4) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$ $(x-2)(x^2-x-6)$

5) $2x^2 - 5x + 3 =$ $(x-1)(2x-3)$

16) Factorise, au maximum, les expressions suivantes :

Série 1

1) $5a^2 - 5b^2 = 5 \cdot (a^2 - b^2)$
$= 5 \cdot (a-b)(a+b)$.

2) $16a^2 - 16 = 16 \cdot (a^2 - 1)$
$= 16 \cdot (a-1)(a+1)$

3) $3x^2y^2 - 3x^2z^2 = 3x^2 \cdot (y^2 - z^2)$
$= 3x^2 (y-z)(y+z)$

4) $3ab^2 - 12ac^2 = 3a \cdot (b^2 - 4c^2)$
$= 3a \cdot (b-2c)(b+2c)$

5) $16x^3yz^3 - 25xy^3z^3 = xyz^3 \cdot (16x^2 - 25y^2)$
$= xyz^3 \cdot (4x - 5y)(4x+5y)$

Série 2

1) $(a+b)^2 - c^2 = (a+b+c)(a+b-c)$

2) $25x^2 - (y+z)^2 =$
$= (5x + y + z)(5x - y - z)$

3) $4(x-y)^2 - 9(x+y)^2 =$
$(2 \cdot (x-y) + 3 \cdot (x+y))(2(x-y) - 3(x+y))$
$= (2x - 2y + 3x + 3y)(2x - 2y - 3x - 3y)$
$= (5x+y)(-x-y) = -(5x+y)(x+y)$

4) $a^2 - 2ab + b^2 - c^2 = (a-b)^2 - c^2$
$= (a - b + c)(a - b - c)$

5) $1 - x^2 + 2xy - y^2 = 1 - (x-y)^2$
$= (1 + x - y)(1 - x + y)$.

Série 3

1) $x^5 - xy^4 = x \cdot (x^4 - y^4)$
$= x \cdot (x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$
$= x(x+y)(x-y)(x^2+y^2)$

2) $\frac{1}{4}x^2 - y^2 = \left(\frac{1}{2}x + y\right)\left(\frac{1}{2}x - y\right)$

3) $\frac{4}{9}x^2 - b^2 = \left(\frac{2}{3}x + b\right)\left(\frac{2}{3}x - b\right)$

4) $\frac{1}{16}a^4 - b^4 = \left(\frac{a^2}{4} + b^2\right)\left(\frac{a}{2} - b\right)\left(\frac{a}{2} + b\right)$

Série 4

1) $\left(\frac{x}{3} + y\right)^2 - \frac{z^2}{16} =$
$\left(\frac{x}{3} + y + \frac{z}{4}\right)\left(\frac{x}{3} + y - \frac{z}{4}\right)$

2) $\frac{a^2}{4} - \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3}\right)^2 = \left(\frac{a}{2} + \frac{a}{2} + \frac{b}{3}\right)\left(\frac{a}{2} \ldots\right.$
$= \left(a + \frac{b}{3}\right)\left(\frac{-b}{3}\right)$

3) $36a^2 - (a+b)^2 =$
$= (6a + a + b)(6a - a - b)$
$= (7a + b)(5a - b)$

Série 5

1) $16x^4 - 81 = (4x^2+9)(4x^2-9)$

$= (4x^2 + 9)(2x +3))(2x -3)$

2) $(x+5)^2 - 4 = (x+5+2)(x+5-2)$

$= (x+7)(x+3)$

3) $x^2 + 25 + 10x = (x+5)^2$

4) $9x^2 + 1 - 6x = (3x-1)^2$

5) $32x^5 - 50x = 2x \cdot (16x^4 - 25)$

$= 2x \cdot (4x^2-5)(4x^2+5)$

Série 6

1) $(3x+7)(x+5)+(x+5)=$

$= (x+5)(3x+7+1)$

$= (x+5)(3x+8)$

2) $(x+3)^2 + (2x+5)(x+3) =$

$= (x+3)(x+3+2x+5)$

$= (x+3)(3x+8)$

3) $(5x-2)(3x-1)+(10x-4)(x+1)=$

$= (5x-2)\cdot(3x-1+2\cdot(x+1))$

$= (5x-2)\cdot(3x-1+2x+2)$

$= (5x-2)\cdot(5x+1)$

4) $(x-2)(2x+5)+(2-x)(3-5x)=$

$= (x-2)(2x+5-3+5x)$

$= (x-2)(7x+2)$

Série 7

1) $x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$

	1	1	-2
1	↓	1	2
	1	2	0

2) $2x^2 + 16x + 32 =$

$= 2\cdot(x^2+8x+16)$

$= 2\cdot(x+4)^2$

3) $2x^3 - 3x^2 - 14x + 15 = (x-3)(2x^2+3x-5)$

	2	-3	-14	15
3	↓	6	9	-15
	2	3	-5	0

4) $x^3 - 2x^2 + 3x - 6 = (x-2)(x^2+3)$

	1	-2	3	-6
2	↓	2	0	6
	1	0	3	0

Série 8

1) $ab + a + bc + c =$

$= a\cdot(b+1) + c\cdot(b+1)$

$= (b+1)\cdot(a+c)$

2) $ab + a - bc - c =$

$= a\cdot(b+1) - c(b+1)$

$= (a-c)(b+1)$

3) $5b - 3a - ab + 15 =$

$= (5b+15) - (3a+ab)$

$= 5\cdot(b+3) - a\cdot(3+b)$

$= (5-a)(b+3)$

4) $ax^2 + bx^2 + ay^2 + by^2 =$

$= a\cdot(x^2+y^2) + b\cdot(x^2+y^2)$

$= (a+b)(x^2+y^2)$

17) Entoure la ou les réponses correctes.

Proposition	Réponses proposées		
$x^2=25$ a pour solution	$S=\{5\}$	$\boxed{S=\{5;-5\}}$	$S=\left\{\frac{25}{2}\right\}$
$x^2+25=0$ a pour solution	$S=\{5;-5\}$	$S=\{-5\}$	$\boxed{S=\varnothing}$
$(3x-1)(x+2)=0$	$\boxed{S=\left\{\frac{1}{3};-2\right\}}$	$S=\left\{-\frac{1}{3};2\right\}$	$S=\left\{-\frac{1}{3};-2\right\}$
$(x-9)^2=0$	$\boxed{S=\{3;-3\}}$	$S=\{9;-9\}$	$S=\{9\}$
$x^2=5x$	$S=\{5;-5\}$	$\boxed{S=\{5;0\}}$	$S=\{5\}$
$x-2)(x+6)=(x+6)$	$S=\{2\}$	$S=\{2;-6\}$	$\boxed{S=\{3;-6\}}$
’équation « produit nul » est :	$\boxed{-2x(x-5)=0}$	$(2x+3)(x-5)=5$	$3-2x(x-5)=0$

18) Résous les équations suivantes et note l’ensemble des solutions.

$(2x+3)(x-7)=0$ $2x+3=0$ ou $x-7=0$ $2x=-3$ $\quad x=7$ $x=-\frac{3}{2}$. $S=\left\{-\frac{3}{2};7\right\}$	$x^3+12x^2+36x=0$ $=x.(x^2+6x+36)$ $=x.(x+6)^2$. $=x.(x+6)(x+6)$ $x=0$ ou $(x+6)=0$ $x=-6$. $S=\{0;-6\}$
$5x^2=45$ $5x^2-45=0$ $5.(x^2-9)=0$ $5.(x+9)(x-9)=0$ $x+9=0$ ou $x-9=0$ $x=-9$ ou $x=9$ $S=\{9;-9\}$	$(x+7)(x+8)=(x+7)(3x-2)$ $(x+7).(x+8)-(x+7)(3x-2)=0$ $(x+7).(x+8-3x+2)=0$ $(x+7)(-2x+10)=0$ $x+7=0$ ou $-2x+10=0$ $x=-7$ $\quad x=5$ $S=\{5;-7\}$
$36x^2-18x=0$ $9x.(4x-2)=0$ $9x=0$ ou $4x-2=0$ $x=0$ $\quad 4x=2$. $x=\frac{1}{2}$. $S=\left\{0;\frac{1}{2}\right\}$	$x^2(3x-1)-4(3x-1)=0$ $(3x-1)(x^2-4)=0$ $(3x-1)(x-2)(x+2)=0$ $3x-1=0$ ou $x-2=0$ ou $x+2=0$ $x=\frac{1}{3}$ ou $x=2$ ou $x=-2$. $S=\left\{\frac{1}{3};2;-2\right\}$

II. Les fractions rationnelles

Ne jamais simplifier dans une somme algébrique

1) **Enonce** la condition d'existence des fractions suivantes :

a) $\dfrac{3x+2}{x}$ $x \neq 0$	b) $\dfrac{x+2}{x-3}$ $x\text{-}3 \neq 0$ $x \neq -3$	c) $\dfrac{x-3}{x^2-1}$ $x\text{-}1 \neq 0$ $x+1 \neq 0$ $x \neq 1$ $x \neq -1$	d) $\dfrac{x+2}{(x-3)(x+4)}$ $x\text{-}3 \neq 0$ $x+4 \neq 0$ $x \neq 3$ $x \neq -4$

2) **Simplifie** les fractions suivantes

1°) $\dfrac{21a^2b^4}{-14a^4b^5}$	2°) $\dfrac{8x^3-4x^2y}{12xy-6y^2}$	3°) $\dfrac{x^2+9-6x}{x^2-5x+6}$	4°) $\dfrac{(x-1)^2-(2x+3)^2}{1-(x+3)^2}$

3) **Relie** chaque expression algébrique de la ligne du dessus avec son expression simplifiée ;
les dénominateurs sont supposés non nuls :

$\dfrac{x}{2x^2+2x}$ $\dfrac{12x+15}{10+8x}$ $\dfrac{x^3+3x^2-2x-2}{x-1}$ $\dfrac{4x^2-9}{4x^2+9-12x}$

$\dfrac{3}{2}$ $\dfrac{2x+3}{2x-3}$ x^2+4x+2 $\dfrac{9}{8}$ $\dfrac{1}{2(x+1)}$ $\dfrac{2x-3}{2x+3}$ $\dfrac{9}{4}$

4) **Additionne** les fractions suivantes et simplifie (éventuellement) le résultat obtenu :

① $\dfrac{a}{4a-4}+\dfrac{4}{4a+4}-\dfrac{1}{2a+2}$ ② $\dfrac{x-3}{x^2+6x+9}+\dfrac{x^2}{x+3}$

5) **Multiplie** les fractions suivantes et simplifie le résultat obtenu :

① $\dfrac{a+2}{b-4}\cdot\dfrac{b^2-4b}{4-a^2}$ ② $\dfrac{2x+2}{x^2-1}\cdot\dfrac{x+x^2}{4x^2-4}\cdot\dfrac{2x-2}{x-1}$ ③ $\dfrac{(-x+y)+(y-x)^2}{(y-x)^2}$

6) **Divise** les fractions suivantes et simplifie (éventuellement) le résultat obtenu :

① $\dfrac{-5a^6b^2}{3c^5}:\dfrac{25ab^5c^2}{9c^2}$ ② $\dfrac{x^2-4}{x-3}:\dfrac{x-2}{x^2-9}$ ③ $\dfrac{\frac{-4x^3}{2a^2-50}}{\frac{6x}{2a-10}}$

7) **Mélangeons**

1°) $\dfrac{4}{a-1}-\dfrac{5}{a-2}$	6°) $\dfrac{x+3}{x^2+6x+9}\cdot\dfrac{x^2-9}{x-3}$	11°) $\dfrac{a}{a+b}+\dfrac{a}{a-b}-\dfrac{2ab}{a^2-b^2}$
2°) $\dfrac{a-b}{2a}+\dfrac{4}{b-a}4$	7°) $\dfrac{2}{x+1}+\dfrac{5}{x-1}+\dfrac{10}{1-x^2}$	12°) $\dfrac{2a-2}{a-3}:\dfrac{a-1}{a^2-9}$
3°) $\dfrac{x-5}{x}-\dfrac{4x}{x-5}$	8°) $\dfrac{x+1}{x+7}-\dfrac{x-2}{x-5}$	13°) $\dfrac{4-a}{a}-\dfrac{2-b}{2b}$
4°) $\dfrac{x}{x^2-1}-\dfrac{x}{x-1}$	9°) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{2x-3}{x^2-2x}$	14°) $\dfrac{5xy}{x-y}\cdot\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}\right)$
5°) $\dfrac{a^2-2ab+b^2}{xy}:\dfrac{a-b}{x^2}$	10°) $\dfrac{4}{1-a^2}+\dfrac{2}{a-1}$	15°) $\dfrac{2x-5y+3}{-x+4}:\dfrac{5y+3-2x}{x-4}$

Fractions rationnelles

Simplification : Page 7 exercice 2

1°) $\dfrac{21a^2b^4}{-14a^4b^5} = -\dfrac{3}{2a^2b}$

2)

2°) $\dfrac{8x^3-4x^2y}{12xy-6y^2} = \dfrac{\overset{2}{\cancel{4}}x^2.\cancel{(2x-y)}}{\underset{3}{\cancel{6}}y.\cancel{(2x-y)}} = \dfrac{2x^2}{3y}$

3°) $\dfrac{x^2+9-6x}{x^2-5x+6} = \dfrac{(x-3)(x-3)}{(x-3)(x-2)} = \dfrac{x-3}{x-2}$

	1	-5	6
3	↓	3	-6
	1	-2	0

4°) $\dfrac{(x-1)^2-(2x+3)^2}{1-(x+3)^2} = \dfrac{(x-1+2x+3)(x-1-2x-3)}{(1-x-3)(1+x+3)}$

$= \dfrac{(3x+2)(-x-4)}{(-x-2)(x+4)}$

$= \dfrac{(3x+2)-1\cancel{(x+4)}}{(-x-2)\cancel{(x+4)}}$

$= \dfrac{-3x-2}{-x-2}$

$= \dfrac{3x+2}{x+2}$

Simplification : Page 7 exercice 3

$\dfrac{x}{2x^2+2x} = \dfrac{\cancel{x}}{2\cancel{x}.(x+1)}$ $\quad \dfrac{12x+15}{10+8x} = \dfrac{3.\cancel{(4x+5)}}{2.\cancel{(4x+5)}}$ $\quad \dfrac{x^3+3x^2-2x-2}{x-1} = \dfrac{\cancel{(x-1)}(x^2+4x+2)}{\cancel{(x-1)}}$ $\quad \dfrac{4x^2-9}{4x^2+9-12x}$ $\dfrac{\cancel{(2x-3)}(2x+}{\cancel{(2x-3)}(2x}$

$\dfrac{3}{2}$ $\quad \dfrac{2x+3}{2x-3}$ $\quad x^2+4x+2$ $\quad \dfrac{9}{8}$ $\quad \dfrac{1}{2(x+1)}$ $\quad \dfrac{2x-3}{2x+3}$ $\quad \dfrac{9}{4}$

4) **Additionne** les fractions suivantes et simplifie (éventuellement) le résultat obtenu :

① $\dfrac{a}{4a-4}+\dfrac{4}{4a+4}-\dfrac{1}{2a+2}$

$= \dfrac{a}{4(a-1)}+\dfrac{4}{4(a+1)}-\dfrac{1}{2(a+1)}$

$= \dfrac{a}{4(a-1)}+\dfrac{1}{(a+1)}-\dfrac{1}{2(a+1)}$

$= \dfrac{a(a+1)+4(a-1)-2(a-1)}{4(a-1)(a+1)}$

$= \dfrac{a^2+a+4a-4-2a+2}{4(a-1)(a+1)}$

$= \dfrac{a^2+3a-2}{4(a-1)(a+1)}$

② $\dfrac{x-3}{x^2+6x+9}+\dfrac{x^2}{x+3}$

$= \dfrac{x-3}{(x+3)^2}+\dfrac{x^2}{x+3}$

$= \dfrac{x-3+x^2(x+3)}{(x+3)^2}$

$= \dfrac{x-3+x^3+3x^2}{(x+3)^2}$

$= \dfrac{x^3+3x^2+x-3}{(x+3)^2}$

Fractions rationnelles

5) Multiplie les fractions suivantes et simplifie le résultat obtenu :

①
$$\frac{a+2}{b-4}\cdot\frac{b^2-4b}{4-a^2}$$
$$=\frac{-(a+2)}{(b-4)}\cdot\frac{b(b-4)}{(a+2)(a-2)}$$
$$=\frac{-b}{(a-2)}$$

②
$$\frac{2x+2}{x^2-1}\cdot\frac{x+x^2}{4x^2-4}\cdot\frac{2x-2}{x-1}$$
$$=\frac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)}\cdot\frac{x(1+x)}{4(x-1)(x+1)}\cdot\frac{2(x-1)}{(x-1)}$$
$$=\frac{2}{(x-1)}\cdot\frac{x}{4(x-1)}\cdot\frac{2}{1}$$
$$=\frac{x}{(x-1)^2}$$

③
$$\frac{(-x+y)+(y-x)^2}{(y-x)^2}$$
$$=\frac{(y-x)+(y-x)^2}{(y-x)^2}$$
$$=\frac{(y-x)(1+y-x)}{(y-x)^2}$$
$$=\frac{(1+y-x)}{(y-x)}$$

6) Divise les fractions suivantes et simplifie (éventuellement) le résultat obtenu :

①
$$\frac{-5a^6b^2}{3c^5}:\frac{25ab^5c^2}{9c^2}$$
$$=\frac{-5a^6b^2}{3c^5}\cdot\frac{9c^2}{25ab^5c^2}$$
$$=\frac{-a^5}{c^5}\cdot\frac{3}{5b^3}$$
$$=\frac{-3a^5}{5b^3c^5}$$

②
$$\frac{x^2-4}{x-3}:\frac{x-2}{x^2-9}$$
$$=\frac{(x^2-4)}{(x-3)}\cdot\frac{(x^2-9)}{(x-2)}$$
$$=\frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)}\cdot\frac{(x-3)(x+3)}{(x-2)}$$
$$=(x+2)(x+3)$$

③
$$\frac{\frac{-4x^3}{2a^2-50}}{\frac{6x}{2a-10}}$$
$$=\frac{-4x^3}{2(a^2-25)}\cdot\frac{2(a-5)}{6x}$$
$$=\frac{-4x^3}{2(a-5)(a+5)}\cdot\frac{2(a-5)}{6x}$$
$$=\frac{-4x^2}{(a+5)}\cdot\frac{1}{6}$$
$$=\frac{-2x^2}{3(a+5)}$$

7) Mélangeons

1°)
$$\frac{4}{a-1}-\frac{5}{a-2}$$
$$=\frac{4(a-2)-5(a-1)}{(a-1)(a-2)}$$
$$=\frac{4a-8-5a+1}{(a-1)(a-2)}$$
$$=\frac{-a-7}{(a-1)(a-2)}$$
$$=\frac{-(a+7)}{(a-1)(a-2)}$$

6°)
$$\frac{x+3}{x^2+6x+9}\cdot\frac{x^2-9}{x-3}$$
$$=\frac{(x+3)}{(x+3)^2}\cdot\frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)}$$
$$=\frac{1}{(x+3)}\cdot\frac{(x+3)}{1}$$
$$=1$$

11°)
$$\frac{a}{a+b}+\frac{a}{a-b}-\frac{2ab}{a^2-b^2}$$
$$=\frac{a}{(a+b)}+\frac{a}{(a-b)}-\frac{2ab}{(a-b)(a+b)}$$
$$=\frac{a(a-b)+a(a+b)-2ab}{(a-b)(a+b)}$$
$$=\frac{a^2-ab+a^2+ab-2ab}{(a-b)(a+b)}$$
$$=\frac{2a^2-2ab}{(a-b)(a+b)}$$
$$=\frac{2a(a-b)}{(a-b)(a+b)}=\frac{2a}{(a+b)}$$

2°)
$$\frac{a-b}{2a}+\frac{4}{b-a}$$
$$=\frac{(a-b)}{2a}+\frac{4}{(b-a)}$$
$$=\frac{(a-b)(b-a)+4.2a}{2a(b-a)}$$
$$=\frac{-a^2+2ab-b^2+8a}{2a(b-a)}$$

7°)
$$\frac{2}{x+1}+\frac{5}{x-1}+\frac{10}{1-x^2}$$
$$=\frac{2}{(x+1)}+\frac{5}{(x-1)}-\frac{10}{(x^2-1)}$$
$$=\frac{2(x-1)+5(x+1)-10}{(x+1)(x-1)}$$
$$=\frac{2x-2+5x+5-10}{(x+1)(x-1)}$$
$$=\frac{7x-7}{(x+1)(x-1)}$$
$$=\frac{7(x-1)}{(x+1)(x-1)}=\frac{7}{(x+1)}$$

12°)
$$\frac{2a-2}{a-3}:\frac{a-1}{a^2-9}$$
$$=\frac{2(a-1)}{(a-3)}\cdot\frac{(a-3)(a+3)}{(a-1)}$$
$$==2(a+3)$$

7) Mélangeons (suite)

3°) $\frac{x-5}{x} - \frac{4x}{x-5}$

$= \frac{(x-5)^2}{x(x-5)} - \frac{4x^2}{x(x-5)}$

$= \frac{x^2-10x+25-4x^2}{x(x-5)}$

$= \frac{-3x^2-10x+25}{x(x-5)}$

8°) $\frac{x+1}{x+7} - \frac{x-2}{x-5}$

$= \frac{(x+1)(x-5)-(x-2)(x+7)}{(x+7)(x-5)}$

$= \frac{x^2-4x-5-(x^2+5x-14)}{(x+7)(x-5)}$

$= \frac{x^2-4x-5-x^2-5x+14)}{(x+7)(x-5)}$

$= \frac{-9x+9}{(x+7)(x-5)}$

$= \frac{-9(x-1)}{(x+7)(x-5)}$

13°) $\frac{4-a}{a} - \frac{2-b}{2b}$

$= \frac{(4-a)2b}{2ab} - \frac{a(2-b)}{2ab}$

$= \frac{8b-2ab-2a+b}{2ab}$

$= \frac{9b-2ab-2a}{2ab}$

4°) $\frac{x}{x^2-1} - \frac{x}{x-1}$

$= \frac{x}{(x-1)(x+1)} - \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)}$

$= \frac{x-x^2+x}{(x-1)(x+1)}$

$= \frac{2x-x^2}{(x-1)(x+1)}$

$= \frac{x(2-x)}{(x-1)(x+1)}$

9°) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} + \frac{2x-3}{x^2-2x}$

$\frac{(x-2)}{x(x-2)} + \frac{x}{(x-2)x} + \frac{(2x-3)}{x(x-2)}$

$= \frac{x-2+x+2x-3}{x(x-2)}$

$= \frac{4x-5}{x(x-2)}$

14°) $\frac{5xy}{x-y} \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$

$= \frac{5xy}{(x-y)x} - \frac{5xy}{(x-y)y}$

$= \frac{5xy^2-5x^2y}{(x-y)xy}$

$= \frac{5xy(y-x)}{xy(x-y)}$

$= -5$

5°) $\frac{a^2-2ab+b^2}{xy} : \frac{a-b}{x^2}$

$= \frac{(a-b)^2}{xy} \cdot \frac{x^2}{(a-b)}$

$= \frac{(a-b)}{y} \cdot \frac{x}{1}$

$= \frac{x(a-b)}{y}$

10°) $\frac{4}{1-a^2} + \frac{2}{a-1}$

$= \frac{4}{(1-a)(1+a)} - \frac{2(1+a)}{(1-a)(1+a)}$

$= \frac{4-2(1+a)}{(1-a)(1+a)}$

$= \frac{4-2-2a}{(1-a)(1+a)}$

$= \frac{2-2a}{(1-a)(1+a)}$

$= \frac{2(1-a)}{(1-a)(1+a)}$

$= \frac{2}{(1+a)}$

15°) $\frac{2x-5y+3}{-x+4} : \frac{5y+3-2x}{x-4}$

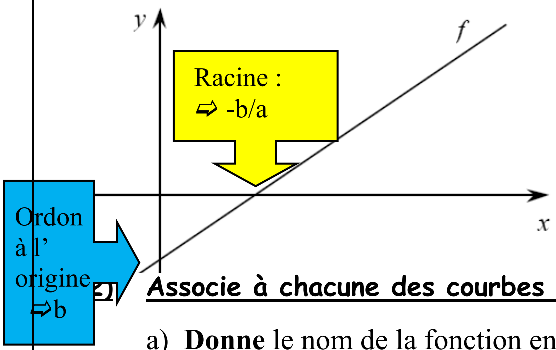
$= \frac{(-2x+5y-3)}{(x-4)} \cdot \frac{(x-4)}{(-2x+5y+3)}$

$= \frac{(-2x+5y-3)}{(-2x+5y+3)}$

III. Les fonctions usuelles

Zéro d'une fonction
≡ Racine de la fonction

1) **Une fonction *f* est représentée dans le plan cartésien**



Laquelle des affirmations suivantes est vraie ?

a) ~~Le zéro et l'ordonnée à l'origine de la fonction *f* sont positifs~~

b) ~~Le zéro et l'ordonnée à l'origine de la fonction *f* sont négatifs~~

c) Le zéro est ~~négatif~~ et l'ordonnée à l'origine est positive

d) Le zéro est positif et l'ordonnée à l'origine est négative

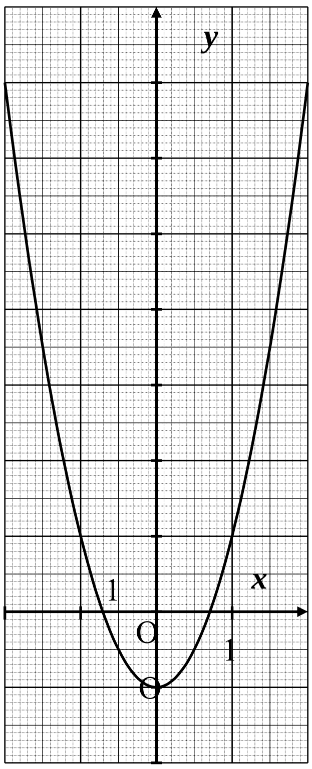
2) **Associe à chacune des courbes suivantes la fonction qui lui est associée.** Pas 2017

a) **Donne** le nom de la fonction en barrant les mentions inutiles dans chacun des cas précédents.

b) **Ecris** la réponse dans l'encadré situé sous le graphe.

$f_1(x) = 2x^2 - 1$ $f_2(x) = -x^2 + 2$ $f_3(x) = x^3$

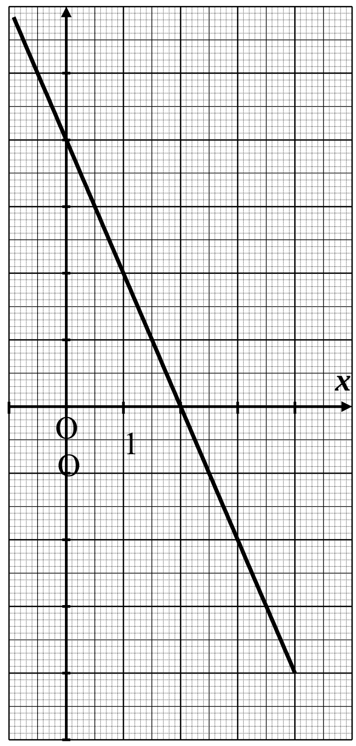
$f_4(x) = -2x + 4$ $f_5(x) = 0{,}25x^2$ $f_6(x) = -3x$



~~Fonction linéaire,~~ ~~Fonction affine,~~
~~Fonction constante,~~ ~~Fonction « racine carrée »,~~
~~Fonction inverse,~~ Fonction carrée (parabole),
~~Fonction cube~~

- Concavité dirigée vers les y positifs ⇨a>0
- y est l'axe de symétrie ⇨ $y = ax^2 + b$
- la courbe « coupe » l'axe des y en -1

Réponse : $f_1(x) = 2x^2 - 1$

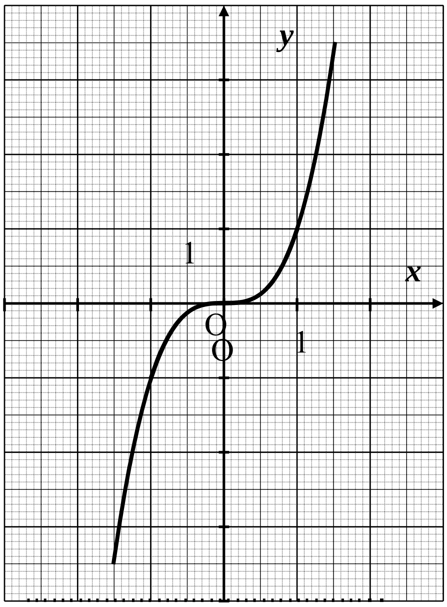


~~Fonction linéaire,~~ Fonction affine y =ax+b
~~Fonction constante,~~ ~~Fonction « racine carrée »,~~
~~Fonction inverse,~~ ~~Fonction carrée (parabole),~~
~~Fonction cube~~

b ? b = 4
a<0 car décroissante

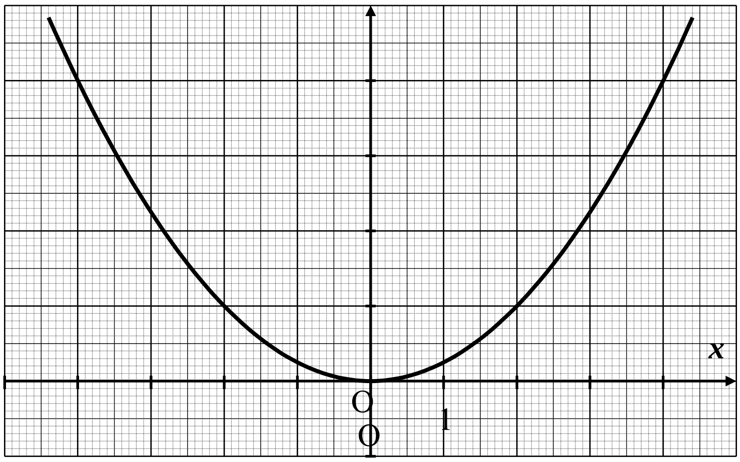
Réponse : $f_4(x) = -2x + 4$

Fonctions usuelles



~~Fonction linéaire,~~ ~~Fonction affine,~~
Fonction cube, ~~Fonction inverse,~~
~~Fonction constante,~~ ~~Fonction « racine carrée »,~~
~~Fonction carrée (parabole).~~

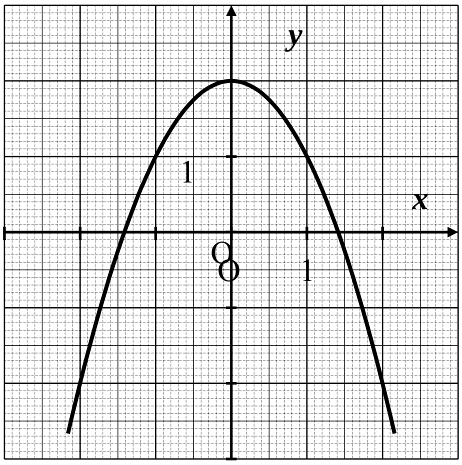
Réponse : $f_3\ (x) = x^3$.



~~Fonction linéaire,~~ ~~Fonction affine, Fonction cube~~
~~Fonction constante,~~ ~~Fonction « racine carrée »,~~
~~Fonction inverse,~~ Fonction carrée (parabole).

- ♥ Concavité dirigée vers les y positifs ⇨ a>0
- ♥ La courbe passe par l'origine des axes ⇨ $y = ax^2$
- ♥ y est l'axe de symétrie

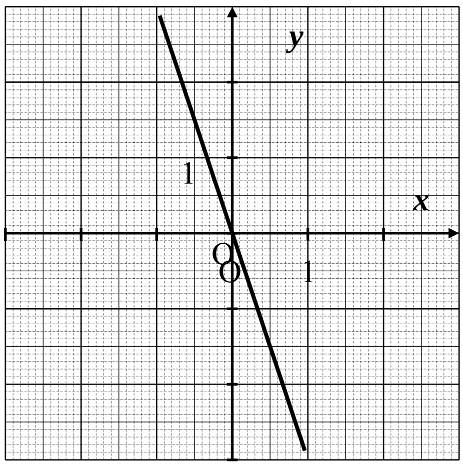
Réponse : $f_5\ (x) = 0{,}25x^2$



Fonction linéaire, Fonction affine,
Fonction cube, Fonction inverse,
Fonction constante, Fonction « racine carrée »,
Fonction carrée (parabole).

- ♥ Concavité dirigée vers les y négatifs ⇨ a<0
- ♥ La courbe passe par y = 2 ⇨ $y = ax^2+2$
- ♥ y est l'axe de symétrie

Réponse : $f_2\ (x) = -x^2 + 2$



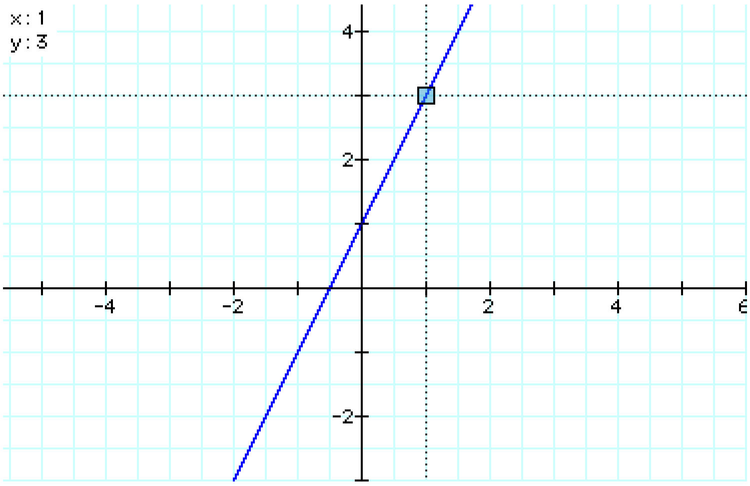
Fonction linéaire, Fonction affine, Fonction cube
Fonction constante, Fonction « racine carrée »,
Fonction inverse, Fonction carrée (parabole),

a < 0 car décroissante
y = ax

Réponse : $f_6\ (x) = -3x$

PAS 2017 VOIR COURS MAIS TABLEAU DE SIGNE,
RACINE(S), ORDONNEE à L'ORIGINE, CROISSACE DOMAINE ET IMAGE

3) C'est la représentation graphique de la fonction f : x→ f(x) avec



☐ $f(x) = x + 2$

☐ $f(x) = 2x + 1$

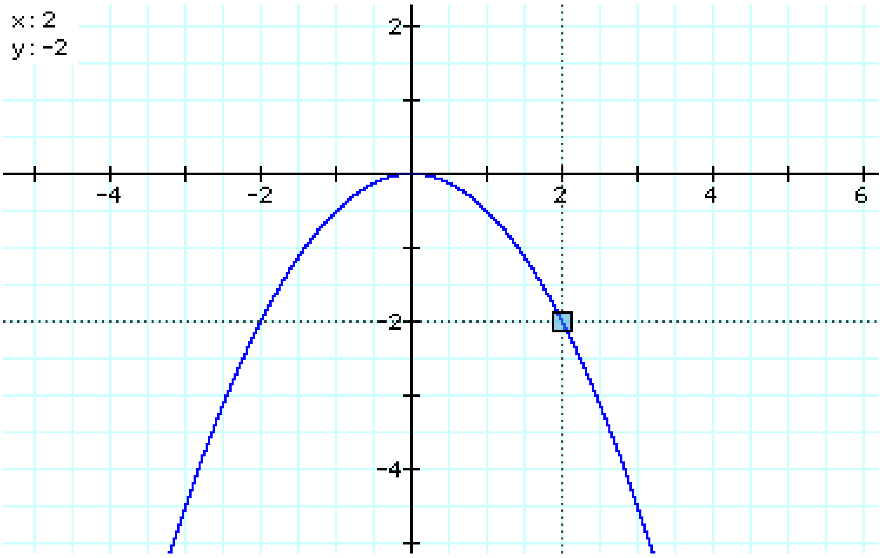
☐ $f(x) = 5x - 2$

☐ **pas de réponse**

Racine(s) de la fonction : $\frac{-1}{2}$

Ordonnée à l'origine : 1

4) C'est la représentation graphique de la fonction g: x→ g(x) avec



☐ $g(x) = -x^2$

☐ $g(x) = \frac{x^4}{4}$

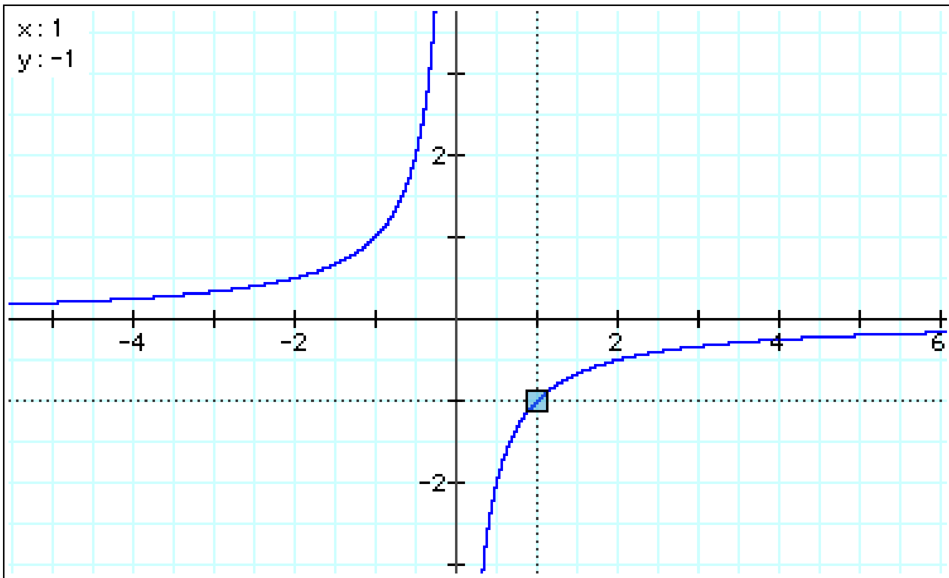
☐ $g(x) = -\frac{x^2}{2}$

☐ **pas de réponse**

Racine(s) de la fonction : 0

Ordonnée à l'origine : 0

5) C'est la représentation graphique de la fonction h : x→ h(x) avec



☐ $h(x) = \frac{2}{x} - 1$

☐ $h(x) = -2$

☐ $h(x) = -\frac{1}{x}$

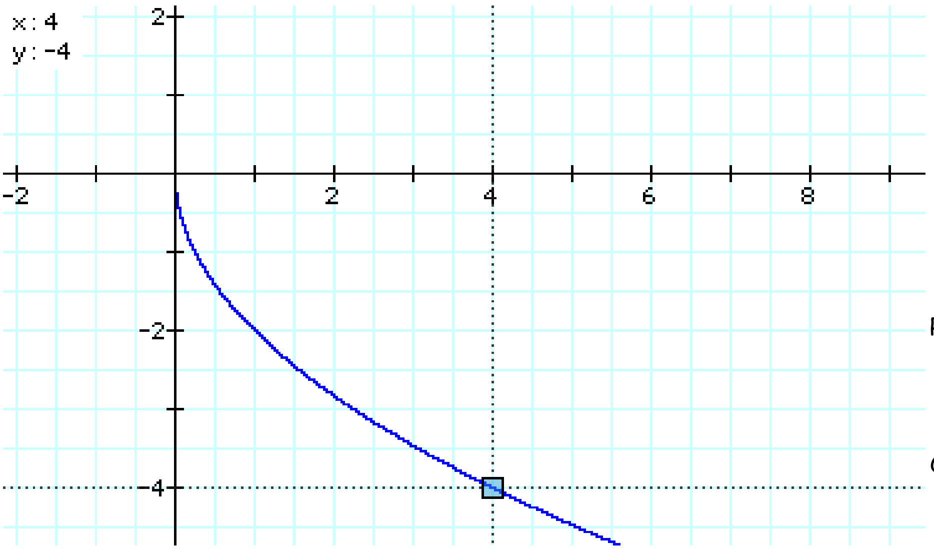
☐ **pas de réponse**

Racine(s) de la fonction : /

Ordonnée à l'origine :

PAS 2017 VOIR COURS MAIS TABLEAU DE SIGNE,RACINE(S), ORDONNEE à L'ORIGINE, CROISSACE DOMAINE ET IMAGE

6) C'est la représentation graphique de la fonction k: x→ k(x) avec



☐ **$k(x) = -2\sqrt{x}$**

☐ $k(x) = -\frac{\sqrt{x}}{2}$

☐ $k(x) = -\sqrt{x}$

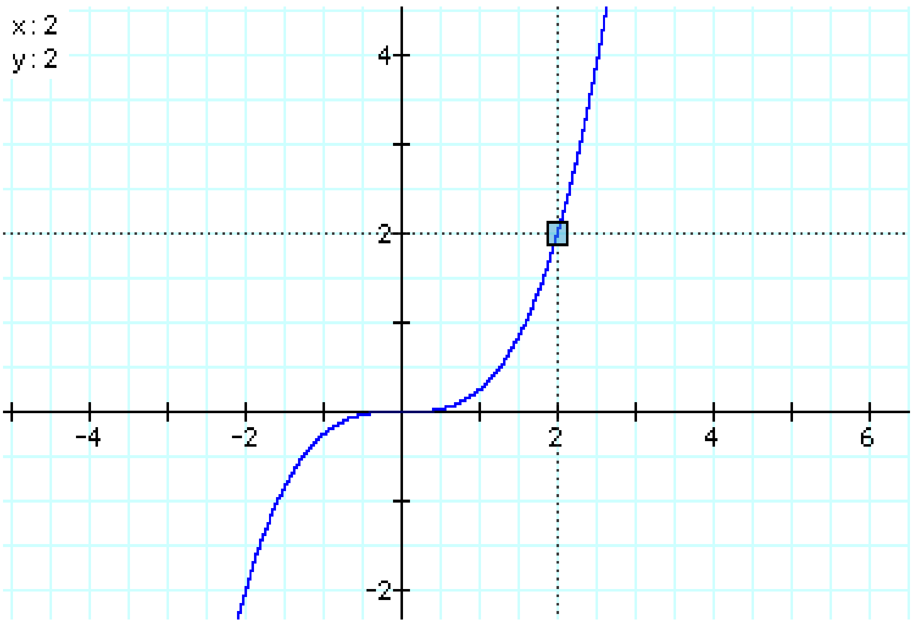
☐ **pas de réponse**

Racine(s) de la fonction : 0

Ordonnée à l'origine : 0

C'est la représentation graphique de la fonction M : x→ M(x) avec

☐ $M(x) = x^3 - 6$



☐ $M(x) = \frac{x^3}{3}$

☐ **$M(x) = \frac{x^3}{4}$**

☐ **pas de réponse**

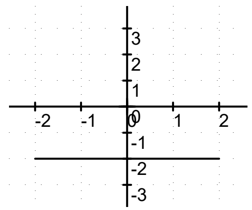
Racine(s) de la fonction : 0

Ordonnée à l'origine : 0

IV. Les fonctions linéaires et les fonctions affines

Droites

1. Eléments d'une fonction : en fonction des informations fournies par le tableau suivant, **complète** les cases restées vides :

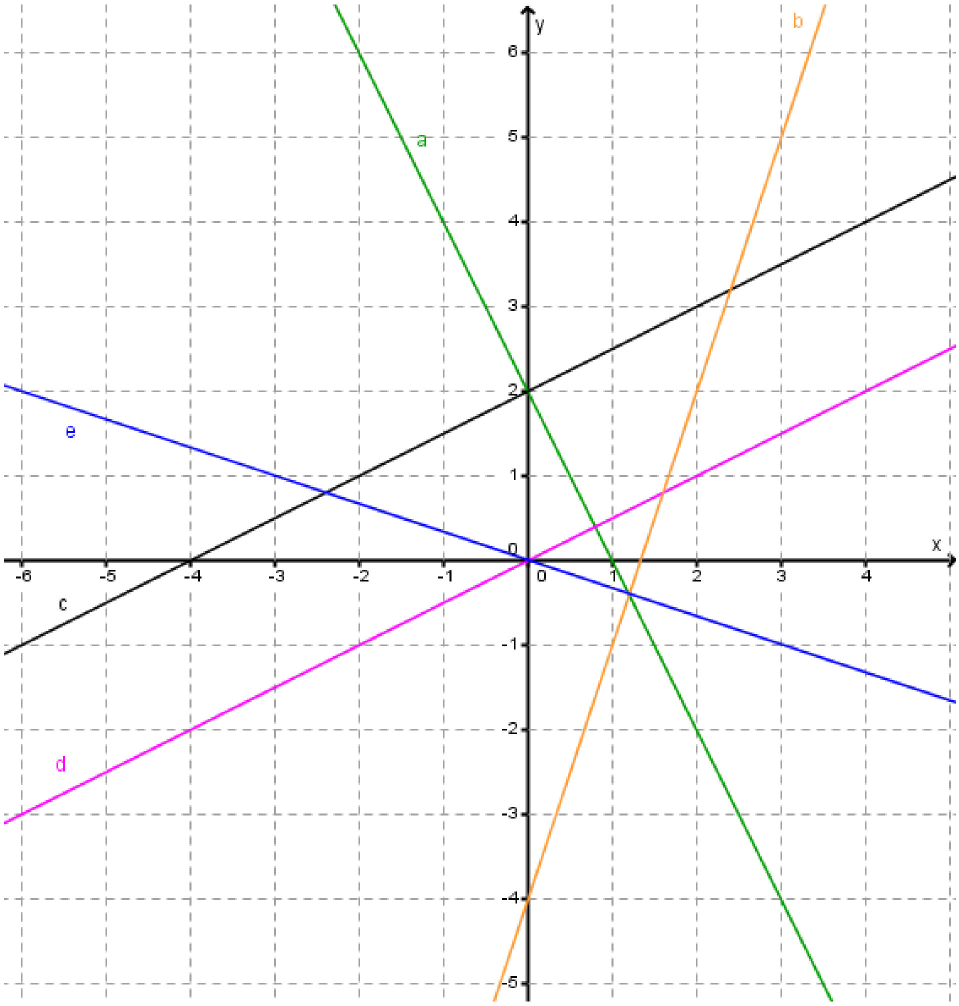
Fonctions $f : x \rightarrow y$	$f_1 : x \rightarrow y = 2x - 3$	$f_2 : x \rightarrow y = -2$	$f_3 : x \rightarrow y = -4x - 2$	$f_4 : x \rightarrow y = 3x$
Type de fonction :	**Affine** - ~~linéaire - constante~~	~~Affine - linéaire~~ - **constante**	Affine - ~~linéaire - constante~~	~~Affine~~ - linéaire - ~~constante~~
Croissance/décroissance de f	Croissance	Constante	décroissance	Croissance
Pente de la fonction ou Coefficient angulaire	**2**	**0**	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = -4$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = 3$
Ordonnée à l'origine de f	**-3**	**-2**	P = -2	0
Racine de f ou zéro de f	$\frac{-b}{a} = \frac{3}{2}$	////	$\frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{-4} = \frac{-1}{2}$	0
Représentation dans le plan cartésien				
Caractérisation du graphique (commentaires)	Droite NE passant PAS par l'origine des axes	Droite parallèle à l'axe des x	Droite NE passant PAS par l'origine des axes	Droite passant par l'origine des axes
Point appartient-il à la droite ? A(4 ; - 2) ?	2 . 4 – 3 =?= -2 5 =?= -2 NON	Oui	Oui	3.4 ≠ -2 12 ≠ -2 Le point n'appartient Pas..
B (0 ; 3) ?	2 . 0 – 3 =?= 3 – 3 =?= 3 NON	non	non	Non car 3.0 ≠ 3

Droites

2. Equations de droites (Reconnaissance/Association/Tracé)

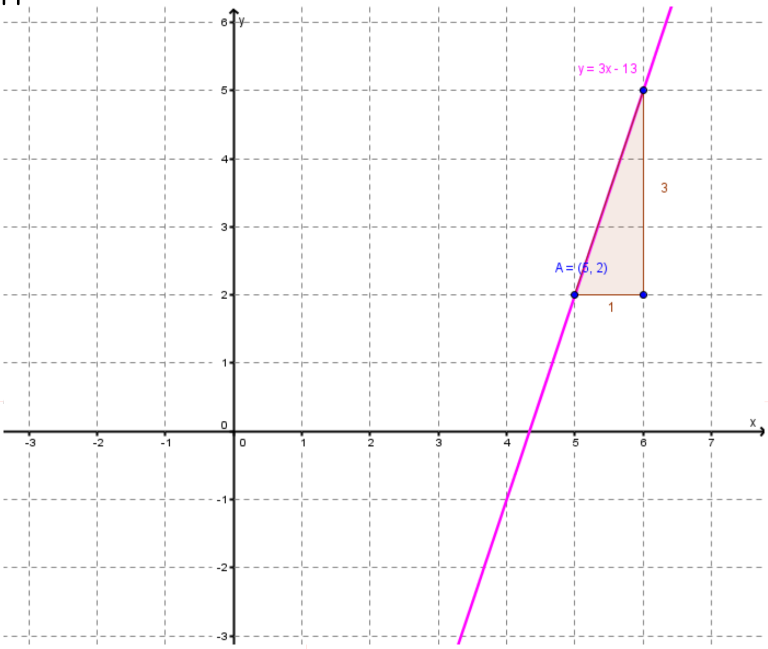
Série 1) Voici les graphiques cartésiens de 5 fonctions.

Associe chaque fonction à son graphique. **Note** ta démarche.



Fonctions	Nom de la droite	Démarche	
$f_1(x) = \frac{1}{2}x$	Linéaire	♥ Droite passant par l'origine ⇨ $y = ax$ ♥ Croissante car le coefficient angulaire est positif ($\frac{1}{2} \rangle 0$)	d
$f_2(x) = \frac{1}{2}x + 2$	affine	♥ Ordonnée à l'origine : 2 ♥ Fonction croissante car le coefficient angulaire est positif ($\frac{1}{2} \rangle 0$)	c
$f_3(x) = 3x - 4$	affine	♥ Fonction croissante car le coefficient angulaire est positif ($3>0$) ♥ Ordonnée à l'origine : -4	b
$f4(x) = -2x + 2$	affine	♥ Fonction décroissante car le coefficient angulaire est négatif ($-2 \langle 0$) ♥ Ordonnée à l'origine : 2	a
$f_5(x) = \frac{-x}{3}$	Linéaire	♥ Droite passant par l'origine ⇨ $y = ax$ ♥ décroissante car le coefficient angulaire est négatif ($\frac{-1}{3} \langle 0$)	e

Série 2) **Trace** le graphique de la fonction *g* si on sait que sa pente est 3 et que le point A (5 ;2) appartient à la fonction.



Série 3 : Calcule la pente des fonctions suivantes, selon les informations fournies sur les fonctions :

a) $f_1 : x \rightarrow -2\,x - 5$ $\qquad \frac{\Delta y}{\Delta x} = -2$

b) f_2 si A (6 ; - 4) et B (- 4 ; 2) sont des points du graphique de f_2

$$\boxed{\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4-2}{6+4} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5}}$$

c) $f_3\,(1) = -4$ et $f_3\,(2) = -8$

$$\boxed{\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4+8}{1-2} = \frac{4}{-1} = -4}$$

d) $f_4\,(2) = 1$ et $f_4\,(-5) = 1$ droite parallèle à l'axe des ordonnées (car ….)

$$\boxed{\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-1}{2+5} = \frac{0}{7} = 0}$$

Série 4. Voici cinq fonctions ; Sachant que le graphique de chacune d'elles est une droite, **classe**-les en 3 catégories : fonction constante – fonction croissante – fonction décroissante.

Fonctions	fonction constante ? – fonction croissante ? – fonction décroissante ?
$f_1 : x \rightarrow x + 2$	~~fonction constante~~ – **fonction croissante** – ~~fonction décroissante~~
$f_2 : x \rightarrow -2\,x$	~~fonction constante – fonction croissante~~ – fonction décroissante
f_3 tel que $f_3\,(1) = 3$ et $f_3\,(5) = 2$	~~fonction constante – fonction croissante~~ – fonction décroissante
Si A (1; -4) et B (2; -3) sont des points du graphique de f_4	~~fonction constante~~ – **fonction croissante** – ~~fonction décroissante~~
f_5 si C (4 ; -3) et D (-5 ; -3) sont des points du graphique de f_5	fonction constante – ~~fonction croissante – fonction décroissante~~

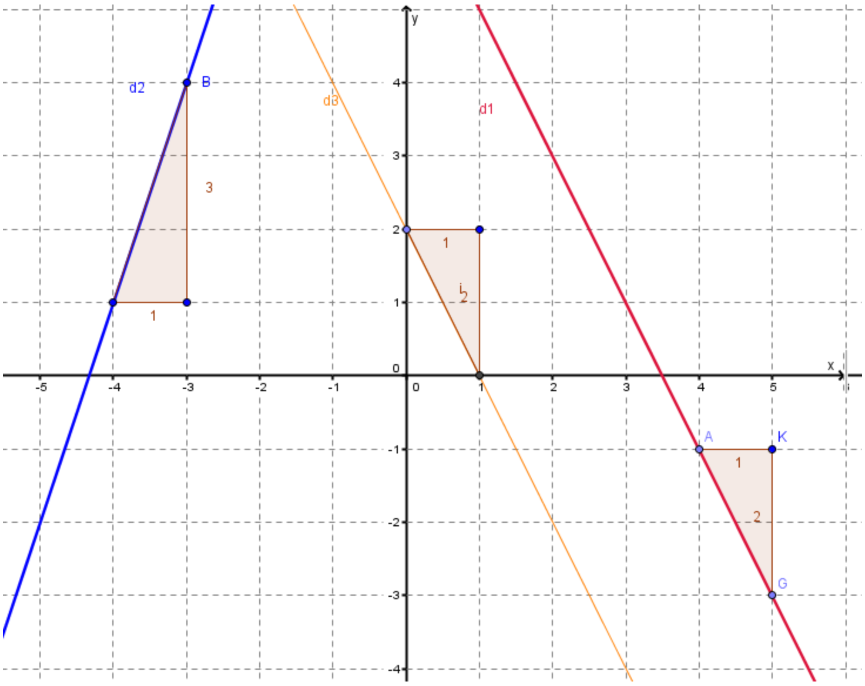
Série 5. Trace le <u>graphique des droites dans le plan cartésien si on te fournit les informations suivantes</u> :

Droites

a) Le point A (4 ; -1) appartient à la droite d_1 et son coefficient de direction (= **pente**) est -2.

b) Le point B (-3 ; 4) appartient à la droite d_2 et son coefficient de direction est 3.

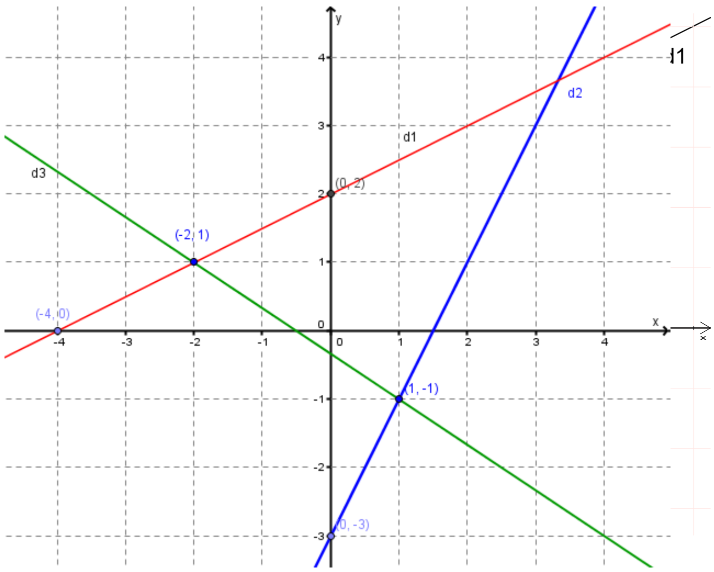
c) L'ordonnée à l'origine de la droite d_3 est y = 2 et son coefficient de direction est -2.



Série 6 : <u>Voici les graphiques cartésiens de 3 fonctions.</u>

a) **Détermine** le coefficient angulaire (= pente) de fonctions associées f_1, f_2 et f_3

b) **Ecris** les équations des trois droites d_1, d_2 et d_3.



Droite 1	Droite 2	Droite 3
y = ax + b b = ? b = 2 a = ? $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0-2}{-4-0} = \frac{1}{2}$ $y = \frac{1}{2}x + 2$	y = ax + b b = ? b = -3 a = ? $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3+1}{0-1} = 2$ $y = 2x - 3$	y = ax + b b = ? $b = -\frac{1}{3}$ a = ? $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1+1}{-2-1} = \frac{-2}{3}$ $y = \frac{-2}{3}x - \frac{1}{3}$

Série 7) Voici des équations de droites données sous leur forme générale.

$d_1 \equiv y = -3x - 2$ $d_4 \equiv x = 3$ $d_7 \equiv y = x - 4$

$d_2 \equiv y = 5x$ $d_5 \equiv y = -3x - 9$ $d_8 \equiv y = -5$

$d_3 \equiv y = -2x - 3$ $d_6 \equiv y = 0{,}5x - 1$ $d_9 \equiv y = \frac{1}{2}x + 3$

Identifie *la ou les équations de …. (Note ta démarche)*

Celle qui a une pente nulle : $d_8 \equiv y = -5$ Droite parallèle à l'axe des x $\rightarrow$ fonction constante	Celle qui a une inclinaison de 45°: PS : la diagonale d'un carré forme un angle de 45° avec le côté adjacent du carré. Triangle 1 sur 1 Donc a = 1
Celles qui sont croissantes : d_2, d_6, d_7 et d_9 Le coefficient angulaire doit être positif	Celle qui a pour racine -3 : d_5 $\frac{-b}{a} = \frac{9}{-3} = -3$
Celles qui sont décroissantes : d_1, d_3 et d_5 Le coefficient angulaire doit être négatif.	Celle qui comprend le point (3 ; 1) : d_4 PS : pas une fonction. Droite parallèle à l'axe des y
Celles qui sont parallèles : d_1 et d_5 ; d_6 et d_9 Le coefficient angulaire doit être le même	Celle qui a pour ordonnée à l'origine -2 : d_1 $b = -2$ $y = ax - 2$
Celles qui sont perpendiculaires : d_3 et d_9 Car le produit de leur pente doit être « -1 » $-2 \cdot \frac{1}{2} = -1$ OUI	Celle qui passe par l'origine du repère : d_2 Fonction linéaire $\rightarrow$ $y = ax$

Série 8) Détermine l'équation de la droite ….

O a passant par (1 ;2) et par (-2 ; -1).

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2+1}{1+2} = \frac{3}{3} = 1$ | $b = ?$ $2 = 1 \cdot 1 + b$; $2 - 1 = b$; $1 = b$ | $a \equiv y = x + 1$

O b perpendiculaire à $y = \frac{1}{2}x - 7$ et passant par (-4 ; 5).

$a = -2$ car $-2 \cdot \frac{1}{2} = -1$ | $b = ?$ $5 = -2 \cdot -4 + b$; $5 - 8 = b$ | $b = -3$ | $b \equiv y = -2x - 3$

O c passant par (-3 ; -13) et par (21 ; -13).

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-13+13}{-3-21} = \frac{0}{-24} = 0$) Fct constante. $d \equiv y = -13$

O d passant par l'origine du repère et par (-2 ;5).

↳ linéaire . $f(x) = ax$.

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-5-0}{2-0} = -\frac{5}{2}$ $d \equiv y = -\frac{5}{2}x$.

O e parallèle à $y = -5x + 3$ et dont l'ordonnée à l'origine est 4.

$a = -5$.
$b = 4$

$e \equiv y = -5x + 4$.

O f passant par (2 ; -9) et parallèle à l'axe des abscisses.

Fonction constante. $f \equiv y = -9$

O g passant par (-6 ; -8) et parallèle à l'axe des ordonnées. $g \equiv x = -6$.

V. Les équations de droites (exercices sup)

Série 9) Voici l'équation de la droite d donnée sous sa forme générale.

$d \equiv -4y + 8x - 12 = 0$

a) **Ecris** cette équation sous sa forme canonique.

b) **Trace** le graphique cartésien de la droite.

c) **Détermine** le coefficient de direction de cette droite.

d) **Calcule** l'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine de la droite dans le plan cartésien.

e) **Détermine** les points d'intersection de la droite avec les axes x et y.

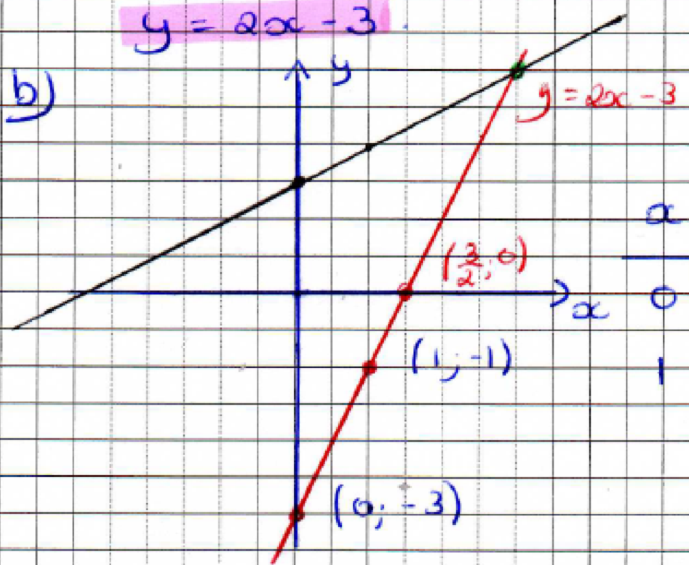
f) **Détermine** le point d'intersection avec la droite ($3x - 6y + 9 = 0$).

Série 9

a) $4y = 8x - 12$.

$y = 2x - 3$

b)



x	y
0	−3
1	−1

c) $a = 2$

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3+1}{0-1} = \frac{-2}{-1} = 2$

d) $\frac{-b}{a} = \frac{3}{2}$; racine

$b = -3$; ordonnée à l'origine

e) $(0 ; -3)$ et $(\frac{3}{2} ; 0)$

avec l'axe y   avec l'axe x.

f) $(3 ; 3)$

Série 10) Ecris les équations des droites suivantes :

a) la droite d_1 passant par les points (4 ; -2) et (2 , 2)

b) la droite d_2 ayant pour coefficient directeur m = -4 et passant par le point (3 ; 1)

c) la droite d_3 perpendiculaire à la droite d d'équation $y = \frac{1}{2} x + 2$ et passant par l'origine du plan.

d) la droite d_4 est parallèle à l'axe x et passe par le point (-4 ; 0).

e) la droite d_5 est perpendiculaire à la droite d'équation
$y = - 2 x - 1$ et passant par le point (4 ; 8).

f) la droite d_6 parallèle à la droite d d'équation
$y = 3 x + 2$ et passant par le point (2 ; 4) .

g) la droite d_7 parallèle à la droite d d'équation
$y = - x + 1$ et passant par le point (0 ; 0).

h) la droite d_8 parallèle à la droite d d'équation
$y = -2 x + 4$ et dont l'ordonnée à l'origine est $y = -4$

i) la droite d_9 parallèle à la droite d d'équation
$y = -4 x - 4$ et dont l'abscisse à l'origine est $x = 6$.

j) la droite d_{10} passant par les points (4 ; 8) et (-2 ; 8)

k) la droite d_{11} passant par les points (4 ; -5) et (4 ; 6)

l) la droite d_{12} confondue avec l'axe des abscisses.

m) la droite d_{13} confondue avec l'axe des ordonnées.

Série 10

a) $a = \frac{-2 - 2}{4 - 2} = \frac{-4}{2} = -2$.

$-2 = -2 \cdot 4 + b$.

$6 = b$.

$\boxed{d_1 = y = -2x + 6}$

b) $1 = 3 . (-4) + b$.

$13 = b$

$\boxed{d_2 = y = -4x + 13.}$

c) $a = -2$ car $-2 \cdot \frac{1}{2} = -1$

Passe par $(0,0) \Rightarrow$ linéaire $\rightarrow f(x) = ax$.

$d_3 \equiv y = -2x$

d) // à l'axe x $\Rightarrow$ constante $f(x) = y$.

$d_4 \equiv y = 0$

e) $a = \frac{1}{2}$ car $-2 \cdot \frac{1}{2} = -1$

$b = ?$ $8 = 4 \cdot \frac{1}{2} + b$.

$6 = b$.

$d_5 \equiv y = \frac{1}{2}x + 6$.

f) $a = 3$

$4 = 2 \cdot 3 + b$.

$-2 = b$

$d_6 \equiv y = 3x - 2$

g) linéaire + $a = -1$

$d_7 \equiv y = -x$.

h) $a = -2$ et $b = -4$.

$d_8 \equiv y = -2x - 4$

i) $a = -4$

$\frac{-b}{-4} = 6$.

$b = 24$

$d_9 \equiv y = 6x + 24$

j) $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8-8}{4+2} = \frac{0}{6} = 0 \rightarrow$ f°t constante.

$d_{10} \equiv y = 8$

k) $d_{11} \equiv x = 4$

l) $d_{12} \equiv y = 0$

m) $d_{13} \equiv x = 0$.

13bis

PLUS en 2017

Série 11) Détermine l'équation des droites qui répondent aux conditions suivantes :

i. La droite *i* passe par le point (-1 ; 2) et est parallèle à la droite d'équation $y = -2x + 3$.

ii. La droite *j* passe par les points (3 ; -1) et (3 ; 5)

iii. La pente de la droite *a* vaut – 3/2 et a passe par le point (0 ; -3)

Série 11

i) $a = -2$.

$2 = -1 \cdot (-2) + b$. $\quad d_i \equiv y = -2x$.

$2 = 2 + b$

$0 = b$

ii) $d_j \equiv x = 3$.

iii) $a = -\frac{3}{2}$.

$-3 = -\frac{3}{2} \cdot 0 + b$ $\quad d_a \equiv y = -\frac{3}{2}x - 3$.

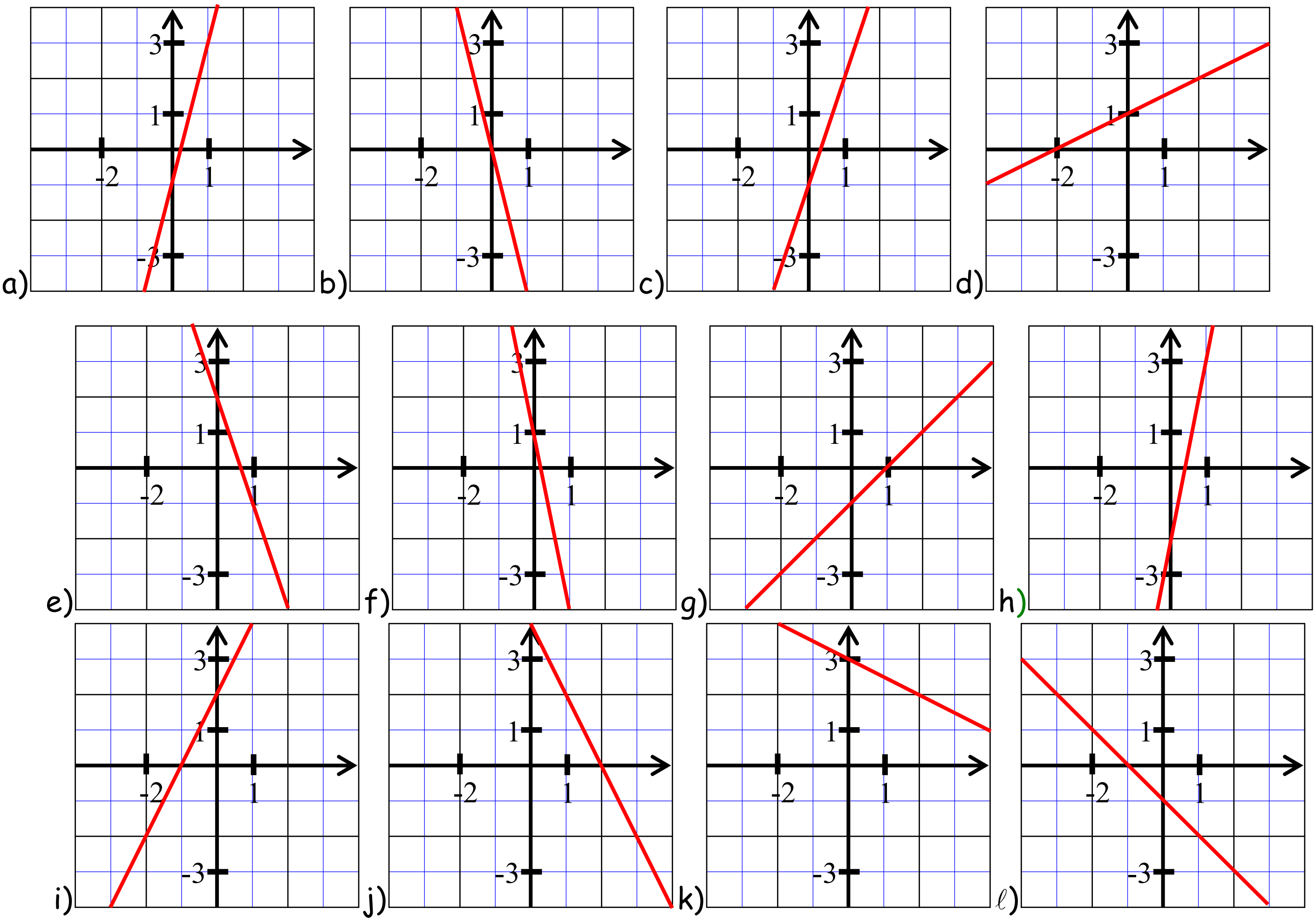
$-3 = b$

Droites

En 2017 A partir de la représentation graphique, recherche la pente de droite, son ordonnée à l'origine, croissance et tableau de signe

Série 12) **Associe** les expressions algébriques suivantes à la représentation graphique correspondante.

e	$f(x) = -3x + 2$	c	$f(x) = 3x - 1$	ℓ	$f(x) = -x - 1$	i	$f(x) = 2x + 2$
b	$f(x) = -4x$	h	$f(x) = 5x - 2$	j	$f(x) = -2x + 4$	d	$f(x) = 0{,}5x + 1$
a	$f(x) = 4x - 1$	g	$f(x) = x - 1$	k	$f(x) = -0{,}5x + 3$	f	$f(x) = -5x + 1$



Série 13) Voici quatre tableaux de correspondance.
Relie le numéro du tableau au type de fonction qu'il représente à la formule qui y correspond.

	Tableau 1			
x	1	2	3	4
y	2,5	5	7,5	10

	Tableau 2			
x	0	10	20	30
y	30	55	80	105

	Tableau 3			
x	0	1	2	3
y	2,5	2,5	2,5	2,5

	Tableau 4			
x	1,1	2,2	3,3	22
y	33	66	99	660

Fonction non linéaire	Tableau 1	$y = 2{,}5$
Fonction linéaire	Tableau 2	$y = 30x$
Fonction constante	Tableau 3	$y = 2{,}5x$
	Tableau 4	$y = 2{,}5x + 30$

3. Complète le tableau suivant.

Fonction	Affine ou linéaire	Croissante ou décroissante	Racine	Ordonnée à l'origine
a) $y = \frac{-1}{2}x + 2$	Affine	D	$\frac{-2}{-\frac{1}{2}} = 4$	2
b) $y = x - 3$	Affine	C	3	−3
c) $y = 4x$	linéaire	C	0	0
d) $y = -9 - 2x$	Affine	D	−4,5	−9
e) $y = -6x$	linéaire	D	0	0
f) $y = -x - 5$	Affine	D	−5	−5
g) $y = x - 7$	Affine	C	7	−7
h) $y = x$	Linéaire	C	0	0
i) $y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{5}$	Affine	C	$\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$	$-\frac{2}{5}$

4. On donne les points $A\ (0,0)$; $B\ (-2, 1)$; $C\ (0, -3)$; $D\ (-3, 0)$ et $E\ (-3, -4)$
Si le point appartient à la fonction donnée, fais une croix dans la colonne adéquate.

	$A\ (0,0)$	$B\ (-2, 1)$	$C\ (0, -3)$	$D\ (-3, 0)$	$E\ (-3, -4)$
$f_1 : x \to y = x + 3$		x		x	
$f_2 : x \to y = 2x$	x				
$f_3 : x \to y = 5x + 11$		x			
$f_4 : x \to y = 2x - 3$			x		
$f_5 : x \to y = 3x + 9$				x	

5. Écris les fonctions suivantes sous la forme $y = mx + p$

	$y = f(x)$		$y = f(x)$
a) $x + y = 2$	$y = -x + 2$	f) $3(x-1) - y = 2$	$y = 3x - 5$
b) $\frac{x}{3} = y - 3$	$y = \frac{x}{3} + 3$	g) $2(x+5) - (y-3) = 0$	$y = 2x + 13$
c) $1 - 2y = x$	$y = \frac{-x}{2} + \frac{1}{2}$	h) $2(x+y) = 6$	$y = -x + 3$
d) $3x + y - 1 = 0$	$y = -3x + 1$	i) $-6(x-1) + 3(y+2) = 12$	$y = 2x$
e) $x + y = 0$	$y = -x$	j) $\frac{x-1}{2} = \frac{2-y}{3}$	$y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$

6. Le coefficient d'une fonction linéaire est −2.

a) Écris la formule qui lie y à x. $y = -2x$

b) Détermine l'image des nombres −3 et 7, 5 par cette fonction.

$f(-3) = 6$

$f(7{,}5) = -2 \cdot 7{,}5 = -15$

c) Détermine le nombre dont l'image est 6 par cette fonction.

$\frac{6}{-2} = -3 \rightarrow x = -3$

d) Les points A et B dont les coordonnées sont respectivement (2, 4) et (− 6, 12) appartiennent-ils au graphique de cette fonction ? Justifie ta réponse par un calcul.

$(2;4)$ non : $f(2) = -2 \cdot 2 = -4$ $(2;-4)$

$(-6;12)$ oui $f(-6) = -2 \cdot (-6) = 12$ $(-6;12)$

VI. Systèmes de 2 équations à 2 inconnues

Série 1) **Pour chaque proposition, coche la bonne solution**.

1) Le système $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$ admet comme solution, le couple :

■ $(4\,;-1)$ ☐ $(5\,;3)$ ☐ $(-1:4)$

2) Un système de deux équations à deux inconnues :

■ peut ne pas avoir de solution ☐ a toujours une et une seule solution ☐ ne peut pas avoir une infinité de solutions

3) Le système $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - 5y = -8 \end{cases}$ admet comme solution, le couple :

☐ $(0;8)$ ■ $(1;2)$ ☐ $(3;-4)$

4) x et y sont deux nombres dont la somme est 16 et la différence est 2. Quel est le système qui vérifie cette proposition ?

☐ $\begin{cases} x = y + 16 \\ x = y - 2 \end{cases}$ ■ $\begin{cases} x + y = 16 \\ x - y = 2 \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} x + y = 16 + 2 \\ x - y = 16 - 2 \end{cases}$

5) Dans un système de deux équations où les inconnues sont x et y, si le couple solution est $(2\,;-5)$, cela signifie que -5 est la valeur de :

☐ x ■ y ☐ x ou y

6) Le système $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$ admet comme solution, le couple :

☐ $(-1;2)$ ☐ $(-2;2)$ ■ $(-2;-1)$

7) Le système $\begin{cases} y = 3x - 2 \\ y = 3x + 5 \end{cases}$ admet :

☐ une infinité de solutions ■ pas de solution ☐ $(0;0)$ comme solution

8) Le système $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$ admet :

■ une infinité de solutions ☐ pas de solution ☐ $(0;0)$ comme solution

9) Une mère a le triple de l'âge de sa fille et, dans 12 ans, l'âge de sa fille sera égal à la moitié de l'âge de sa maman. Quels sont les âges de la mère et de sa fille ?

☐ 42 et 14 ans ■ 36 et 12 ans ☐ 39 et 13 ans

Série 1

1) $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 5 + y \\ 5 + y + y = 3 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 5 + y \\ 2y = -2 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 5 + y \\ y = -1 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - 5y = -8 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 5 - 3x \\ 2x - 5 \cdot (5 - 3x) = -8 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 5 - 3x \\ 2x - 25 + 15x = -8 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 5 - 3x \\ 17x = 17 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 5 - 3 \cdot 1 \\ x = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = -5 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2y \\ 2 \cdot 2y + y = -5 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2y \\ 5y = -5 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 2y \\ y = -1 \end{cases}$

$\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$

10) De quel système, le couple $(-1;5)$ est-il solution ?

☐ $\begin{cases} 2x+4y=22 \\ -3x+5y=28 \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} -x+2y=11 \\ 3x-5y=22 \end{cases}$ ■ $\begin{cases} x-2y=-11 \\ 3x+5y=22 \end{cases}$

---

11) Par quels nombres entiers (les plus petits possible) doit-on multiplier les équations du système $\begin{cases} 2x-3y=20 \\ 5x+2y=-30 \end{cases}$ pour que les coefficients de x de chaque équation soient opposés ?

☐ 2 et 5 ☐ 2 et 3 ■ 5 et -2

---

12) Isaline achète deux croissants et six éclairs au chocolat pour 3 €.Marion achète neuf éclairs au chocolat et quatre croissants pour 4,3 €. On note x le prix des croissants et y le prix des éclairs au chocolat.

Sélectionne le système qui correspond à ce problème.

☐ $\begin{cases} 2x+6y=3 \\ 9x+4y=4{,}3 \end{cases}$ ■ $\begin{cases} 2x+6y=3 \\ 4x+9y=4{,}3 \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} 2x+6y=4{,}3 \\ 4x+9y=3 \end{cases}$

---

13) Le système $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=1 \\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{5}=\dfrac{2}{5} \end{cases}$ est équivalent au système :

☐ $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 5x-2y=2 \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} 3x+2y=1 \\ 2x-5y=10 \end{cases}$ ■ $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ 5x-2y=4 \end{cases}$

14) Plusieurs copains se cotisent pour l'anniversaire de l'un d'entre eux. Si chacun met 9 € , il manquera 4 € pour le cadeau ; si par contre chacun donne 10€ , ils auront alors 5 € de trop.

Quel est le prix du cadeau et combien sont-ils à se cotiser ?

☐103 € pour 11 copains ☐ 94 € pour 10 copains ✹ **85 € pour 9 copains**

$\begin{cases} 9x = y-4 \\ 10x = y+5 \end{cases}$

$\begin{cases} y = 9x+4 \\ 10x = 9x+4+5 \end{cases}$

$\begin{cases} -4x+4y=16 \\ x-3y=0 \end{cases}$

$\begin{cases} -4\cdot 3y+4y=16 \\ x=3y \end{cases}$

$\begin{cases} -8y=16 \\ x=3y \end{cases}$

$\begin{cases} y=-2 \\ x=-6 \end{cases}$

$S=\{(-6;-2)\}$

$\begin{cases} 3x-2y=8 & \cdot -2 \\ 6x-5y=11 & \cdot 1 \end{cases}$

$\begin{cases} -6x+4y=-16 \\ 6x-5y=11 \end{cases}$

$\begin{cases} 3x-2y=8 \\ -y=-5 \end{cases}$

$\begin{cases} 3x-2y=8 \\ y=5 \end{cases}$

$\begin{cases} 3x-10=8 \\ y=5 \end{cases}$

$\begin{cases} 3x=18 \\ y=5 \end{cases}$

$\begin{cases} x=6 \\ y=5 \end{cases}$

$S=\{(6;5)\}$

$$\begin{cases} x+3y=-7 \\ 2x=-3-5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-7-3y \\ 2.(-7-3y)=-3-5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-7-3y \\ -14-6y=-3-5y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-7-3y \\ -14+3=-5y+6y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-7-3y \\ -11=y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-7-3.(-11) \\ y=-11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=26 \\ y=-11 \end{cases}$$

$S=\{(26;-11)\}$

$$\begin{cases} 2x-5y+14=0 \quad .|-2| \\ 4x-3y=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x+10y=28 \\ 4x-3y=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7y=35 \\ 4x-3y=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=5 \\ 4x-3.5=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=5 \\ 4x-15=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=5 \\ 4x=22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=5 \\ x=\frac{11}{2} \end{cases}$$

$S=\{\frac{11}{2};5\}$

$$\begin{cases} \frac{2x+3y}{6}=52 \\ x-y=16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+3y=312 \\ x=16+y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2.(16+y)+3y=312 \\ x=16+y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32+2y+3y=312 \\ x=16+y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5y=280 \\ x=16+y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=56 \\ x=72 \end{cases}$$

$S=\{(72;56)\}$

$$\begin{cases} \frac{5x}{6}-\frac{y}{4}=-1 \\ -10x+3y=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 20x-6y=-24 \\ -10x+3y=12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6y=-20x-24 \\ 3y=10x+12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=\frac{10}{3}x+12 \\ y=\frac{10}{3}x+12 \end{cases}$$

$S=\mathbb{R}$

Système indéterminé

$S=\{(x;y) : y=\frac{10}{3}x+4\}$

$$\begin{cases} 4(x-1)-3(y-2)=1 \\ -3(x-y)=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x-4-3y+6=1 \\ -3x+3y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x-3y+2=1 \\ -3x+3y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x-3y=-1 \\ x=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4-3y=-1 \\ x=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3y=-5 \\ x=1 \end{cases}$$

$$\cancel{\begin{cases} y=5/3 \\ x=1 \end{cases}}$$

$S=\{(1;\frac{5}{3})\}$

$$\begin{cases} y-\frac{2y+3x}{4}=\frac{y+15}{5} \\ x+\frac{3y-5}{5}=\frac{4x}{3}+5 \end{cases}$$

NAM ex 32

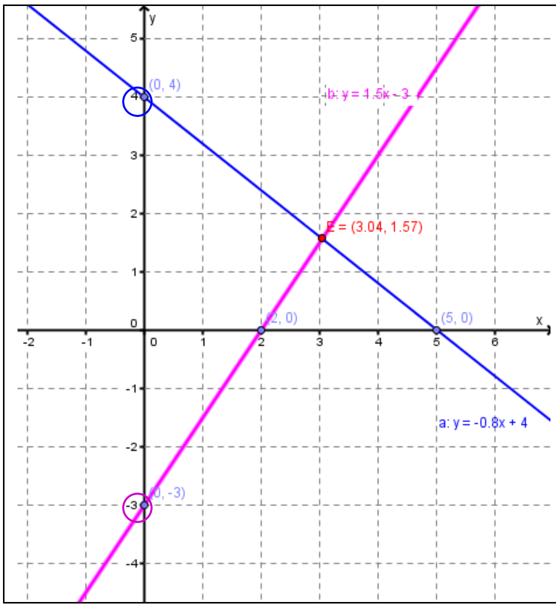
$$\begin{cases} 20y-10y-15x=4y+60 \\ 15x+9y-15=20x+75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6y-15x=60 \\ 9y-5x=90 \end{cases}$$

$S=\{(0;10)\}$

Série 3) A partir du graphique, **estime** les coordonnées du point d'intersection des deux droites.

Recherche les coordonnées exactes de E par une méthode de calcul.



Droite a : y = ax + b

b = 4 ⇒ y = ax + 4

a = ? (5 ; 0) ∈a

a5 + 4 = 0

5a = -4

$a = \frac{-4}{5}$

$\boxed{a \equiv y = \frac{-4}{5}x + 4}$

Droite b : y = ax + b

b = -3 ⇒ y = ax-3

a = ? (2 ; 0) ∈a

a.2 -3 = 0

2a = 3

$a = \frac{3}{2}$

$\boxed{b \equiv y = \frac{3}{2}x - 3}$

$$\begin{cases} y = \frac{-4}{5}x + 4 \\ y = \frac{3}{2}x - 3 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} x = \frac{70}{23} \\ y = \frac{36}{23} \end{cases} \qquad S = \left\{\left(\frac{70}{23} ; \frac{36}{23}\right)\right\}}$$

Par comparaison

$\frac{-4}{5}x + 4 = \frac{3}{2}x - 3$

$\frac{-4}{5}x - \frac{3}{2}x = -3-4$

$\frac{-8-15}{10}x = -7$

$\frac{-23}{10}x = -7$

$x = \frac{70}{23}$

$$\begin{cases} x = \frac{70}{23} \\ y = \frac{-4}{5}(-10) + 4 \end{cases}$$

Série 4) Problème

Les parents de la petite Caroline viennent de recevoir la facture de la crèche. Le prix total pour journée et un goûter est de 15 euros. Durant le mois de juin, Caroline a passé 8 journées à la crèche et à manger 4 goûter pour un montant total de 100 euros.

Détermine le prix de la journée et d'un goûter.

Soit x le prix d'une $\frac{1}{2}$ journée

Soit y le prix d'un goûter

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ 8x + 4y = 100 \end{cases}$$

……

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 5 \end{cases} \qquad S = \{(10 ;5)\}$$

Réponse : une $\frac{1}{2}$ journée coute 10 euros et un goûter coute 5 euros.

Série 5) Problème

Noé organise un spectacle de théâtre « Les Mille et une nuit » avec sa troupe de l'ARU2.

Le prix des places pour les enfants est de 7 euros et celui des adultes est de 10 euros.

La recette s'élève à 420 euros et il y a eu 54 personnes qui sont venues les voir en représentation privée.

Quel est le nombre d'enfants et d'adultes ?

Soit x le nombre d'enfants

Soit y le nombre d'adultes

$$\begin{cases} 7x + 10y = 420 \\ x + y = 54 \end{cases} \quad …… \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x = 40 \\ y = 14 \end{cases}$$

$S = \{(40 ;14)\}$

Réponse : il y a 40 enfants et 14 adultes,

Série 6) Problème

Deux types de voiliers participent à une régate à Brest :

- Les « 470 » qui on à bord deux personnes.
- Les "Europe" qui sont manœuvrés par une seule personne.

Au départ de la régate, il y a 52 voiliers et 82 personnes.

Quel est le nombre de voiliers de chaque catégorie ?

Soit x le nombre de "470"

Soit y le nombre des "europes".

$$\begin{cases} x + y = 52 \\ 2x + y = 82 \end{cases}$$

……

$$\begin{cases} x = 82\text{-}52 \\ y = 52\text{-}30 \end{cases}$$

$x = 30$

$y = 22$ $\qquad S = \{(30 ;22)\}$

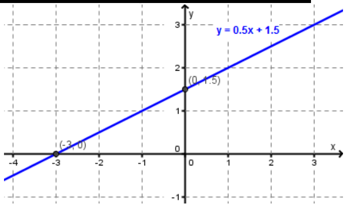
Réponse : Il y a donc 30 voiliers de type "470" et 22 de type "europes".

Exercices supplémentaires

Systèmes

1. Note l'équation suivante sous la forme « y=ax+b » et Solution géométrique.

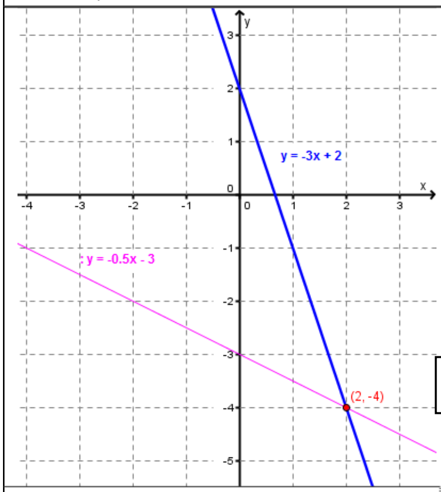
$$3x - 6y + 9 = 0$$
$$-6y = -3x - 9$$
$$y = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}$$



2. Résoudre géométriquement les systèmes suivants :

pas 2017 A partir de la représentation graphique, recherche la pente de droite, son ordonnée à l'origine, croissance et tableau de signe

$$\begin{cases} 12x+4y=8 \\ x+2y=-6 \end{cases}$$

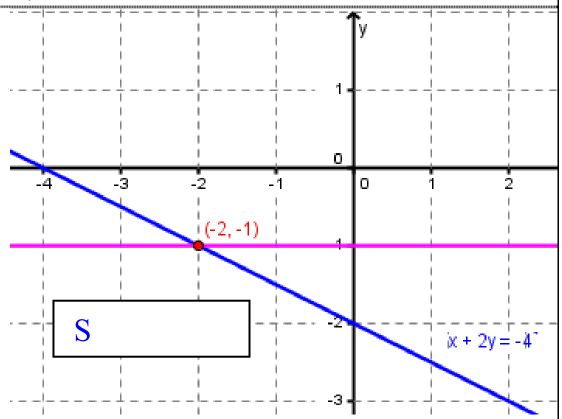


$S = \{(2;-4)\}$

$$\begin{cases} 12x+4y=8 \\ x+2y=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+y=2 \\ x+2y=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3x+2 \\ x+2y=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3x+2 \\ x+2(-3x+2)=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3x+2 \\ x-6x+4=-6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-3x+2 \\ -5x=-6-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3x+4 \\ -5x=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-3.2+4 \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2 \\ x=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x+4y=-8 \\ y=-1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 2x+4y=-8 \\ y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=-4 \\ y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2.(-1)=-4 \\ y=-1 \end{cases}$$

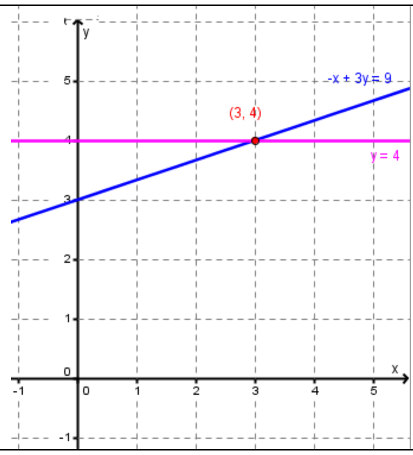
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-4+2 \\ y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$$

3. Résoudre algébriquement les systèmes suivants par la méthode de substitution :

$$\begin{cases} 3y=x+9 \\ 2y-5=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y=x+9 \\ 2y=3+5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y=x+9 \\ y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3.4=x+9 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=12-9 \\ y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$$

$S = \{(3;4)\}$



Résoudre algébriquement les systèmes suivants par la méthode de substitution :

SUITE

$$\begin{cases} 3y-4x=9 \\ 2x-5=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x+3y=9 \\ 2x=3+5 \end{cases}$$

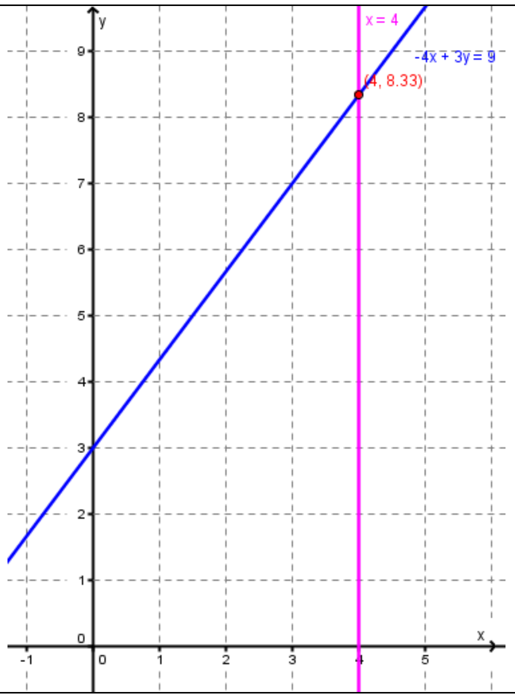
$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4x+3y=9 \\ x=4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y=9+16 \\ x=4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4.4+3y=9 \\ x=4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=\frac{25}{3} \\ x=4 \end{cases}$$

S = $\left\{\left(4;\frac{25}{3}\right)\right\}$



4. Résoudre algébriquement les systèmes suivants par la méthode d'addition :

$$\begin{cases} 2x-2y=20 \\ 5x+4y=16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=10 \\ 5x+4y=16 \end{cases}$$

Eliminons y

$$\begin{cases} 4x-4y=40 \\ 5x+4y=16 \end{cases}$$

$9x \quad = 56$

$x \quad = \frac{56}{9}$

Eliminons x

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x-5y=50 \\ -5x-4y=-16 \end{cases}$$

$-9y \quad = 34$

$y \quad = \frac{-34}{9}$

$$\boxed{\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{56}{9} \\ y=\frac{-34}{9} \end{cases}}$$

La solution du système est :

$S=\left\{\left(\frac{56}{9};\frac{-34}{9}\right)\right\}$

$$\begin{cases} 3x-8y=5 \\ 2x+7y=-6 \end{cases}$$

Eliminons y

$$\begin{cases} 21x-56y=35 \\ 16x+56y=-48 \end{cases}$$

$37x \quad = -13$

$x \quad = \frac{-13}{37}$

Eliminons x

$$\begin{cases} 6x-16y=10 \\ -6x-21y=18 \end{cases}$$

$-37\,y = 28$

$y = \frac{-28}{37}$

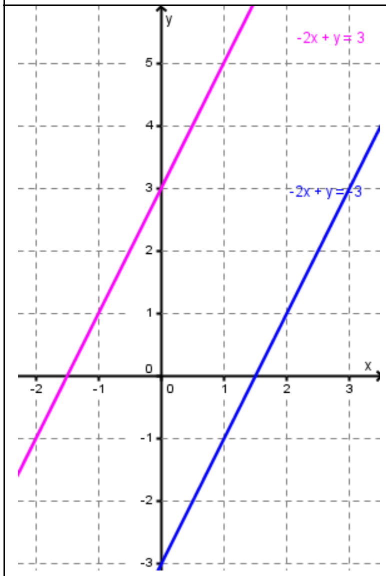
$$\boxed{\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-13}{37} \\ y=\frac{-28}{37} \end{cases}}$$

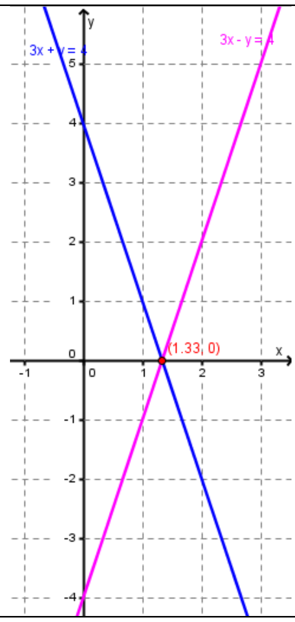
La solution du système est :

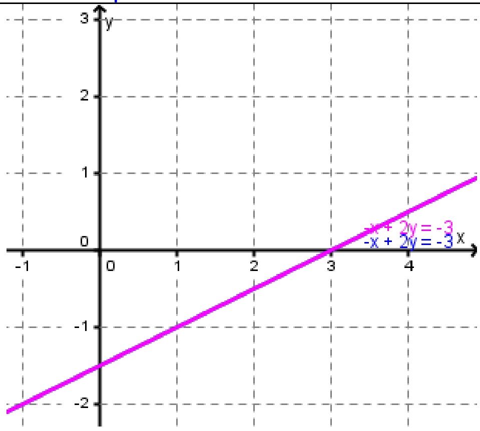
$S=\left\{\left(\frac{-13}{37};\frac{-28}{37}\right)\right\}$

5. Sans résoudre les systèmes suivants, prévoir le nombre de solutions de ceux-ci ; expliquez votre raisonnement !

$\begin{cases} y-2x=-3 \\ y-2x=3 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x+y=4 \\ 3x-y=4 \end{cases}$	$\begin{cases} 2y-x=-3 \\ 4y-2x=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y-x=-3 \\ 2y-x=-3 \end{cases}$
Dans les 2 équations, les premiers membres sont les mêmes Et ils ne sont pas égaux dans le sd membre Système impossible $S=\phi$ Pas de solution	$S=\left\{\left(\frac{4}{3};0\right)\right\}$ Une solution Les droites sont sécantes	Les 2 équations sont identiques Système indéterminé $S=\Re$ Une infinité de solutions Droites parallèles confondues







6. Problèmes dont la résolution fait appel aux systèmes de 2 équations à 2 inconnues

b) Le produit de 2 nombres diminué de 12 égale le produit de ces 2 nombres augmentés chacun de 3.

Quels sont les 2 nombres sachant que leur différence est 27 ?

Soit x le premier nombre
Soit y le second nombre.

$\begin{cases} xy-12=(x+3)(y+3) \\ x-y=27 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} xy-12=xy+3x+3y+9 \\ x-y=27 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -12=3x+3y+9 \\ x-y=27 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+3y=-12-9 \\ x-y=27 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+3y=-21 \\ x-y=27 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-7 \\ x-y=27 \end{cases}$	Eliminons les y $\begin{cases} x+y=-7 \\ x-y=27 \end{cases}$ $2x \ = 20$ $x \ = 10$ nous obtenons : $\Leftrightarrow \begin{cases} 10+y=-7 \\ x=10 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y=-7-10 \\ x=10 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y=-17 \\ x=10 \end{cases}$	<u>Solution</u> : S = $\{(10;-17)\}$ Les deux nombres recherchés sont 10 et -17. **<u>Preuve</u>** : $\begin{cases} -170-12=?=(10+3)(-17+3) \\ 10+17=?=27 \end{cases}$ $\begin{cases} -182=?=(13)(-14) \\ 27=?=27 \end{cases}$ $\begin{cases} -182=?=-182 \\ 27=?=27 \end{cases}$

Systèmes

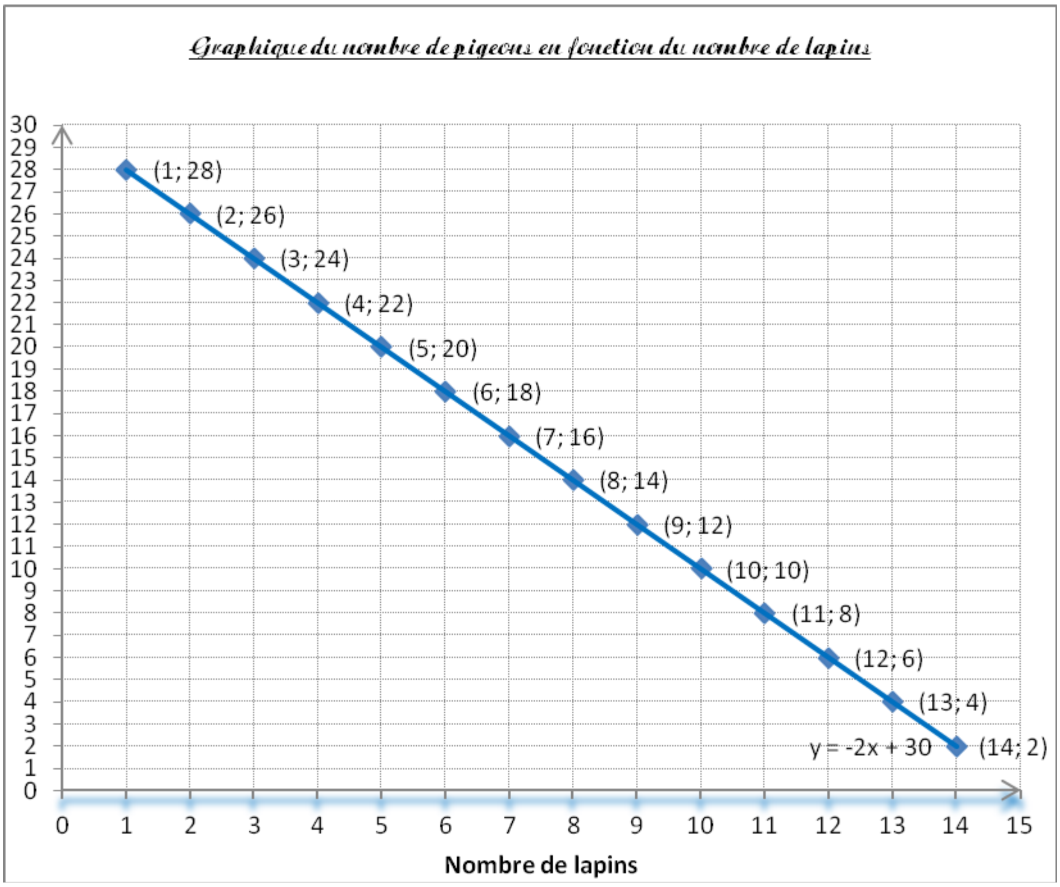
a) Sandrine élève des lapins et des pigeons. Quand on lui demande combien elle en a, elle répond : « ça fait 60 pattes en tout ». Combien a-t-elle de lapins et de pigeons ?

Soit $4x$ le nombre de pattes de lapins
Soit $2y$ le nombre de pattes de pigeons.

$4x + 2y = 60$
$2x + y = 30$
$y = -2x + 30$

$S = \{(x\,;y) : y = -2x + 30\}$

Nb lapins	Nbre pigeons	Solutions	Total pattes
1	28	(1; 28)	60
2	26	(2; 26)	60
3	24	(3; 24)	60
4	22	(4; 22)	60
5	20	(5; 20)	60
6	18	(6; 18)	60
7	16	(7; 16)	60
8	14	(8; 14)	60
9	12	(9; 12)	60
10	10	(10; 10)	60
11	8	(11; 8)	60
12	6	(12; 6)	60
13	4	(13; 4)	60
14	2	(14; 2)	60



c) Les économies de Jennifer sont constituées de billets de 20€. Elle les échange contre des billets de 50 €. De ce fait, elle a 21 billets en moins. Calcule les économies de Jennifer.

<table>
<tr>
<td>
Soit x le nombre de billets de 20€

$$20x = 50(x-21)$$
$$\Leftrightarrow \quad 20x = 50x-1050$$
$$\Leftrightarrow \quad 20x - 50x = -1050$$
$$\Leftrightarrow \quad -30x = -1050$$
$$\Leftrightarrow \quad x = 35$$
</td>
<td>
Soit x le nombre de billets de 20€

Soit y le nombre de billets de 50€.

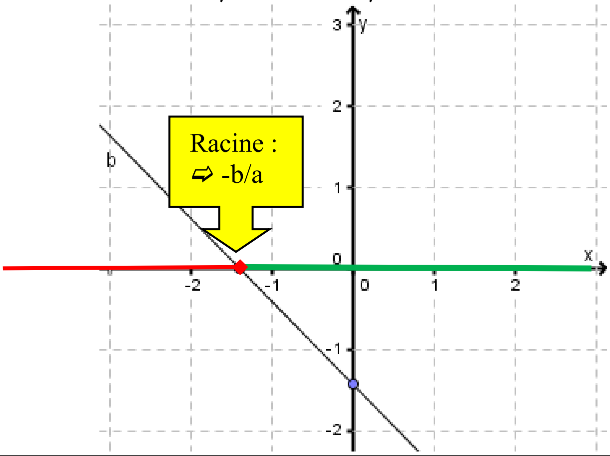
$$\begin{cases} 20x = 50y \\ x - y = 21 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 5y \\ x - y = 21 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2}y \\ \frac{5}{2}y - \frac{2}{2}y = 21 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2}y \\ \frac{3}{2}y = 21 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2}y \\ y = 21.\frac{2}{3} \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2}y \\ y = 14 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2}.14 \\ y = 14 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 35 \\ y = 14 \end{cases}$$
</td>
</tr>
</table>

<u>Solution du problème</u> : Jennifer a 35 billets de 20€ soit 700€ d'économies.

VII. Inéquations

Série 1) La racine de la faction est $\frac{-7}{3}$.

Détermine, sous formes, d'intervalle l'ensemble des x qui admettent une image strictement négative.



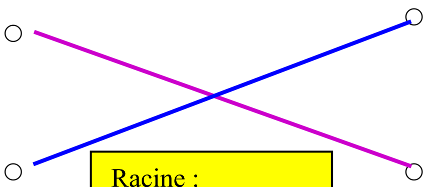
Réponse :

$x \in]-7/3\ ; +\infty[$
ou
$x \in]-7/3\ ; \rightarrow$

Série 2) **Associe** le tableau de signes au graphique qui lui correspond.

$f_1(x) = -x + 3$

$f_2(x) = \frac{x}{3} - 1$



	$x < 3$	$x = 3$	$x > 3$
$f_2(x)$	+	0	-

	$x < 3$	$x = 3$	$x > 3$
$f_1(x)$	-	0	+

Racine : ⇨ $\frac{-b}{a}$ ou f(x)=0

Série 3) **Détermine** algébriquement la racine des fonctions et complète le tableau de signe.

Fonctions	Racine de $f(x)$	Tableau de signes
$f_1(x) = -4x + 1$	$-4x + 1 = 0$ $x = \frac{1}{4}$	$x < \frac{1}{4}$ / $x = \frac{1}{4}$ / $x > \frac{1}{4}$; $f(x)$: + / 0 / -
$f_2(x) = \frac{3x}{2} + 3$	$\frac{3x}{2} + 3 = 0$ $x = -2$	$x < -2$ / $x = -2$ / $x > -2$; $f(x)$: - / 0 / +

Série 4) **Résous les inéquations suivantes.**

Représente les solutions sur la droite graduée et sous la forme d'intervalles

4x - 12 > 6x+18	-4x + 9 $\leq$ 8x -3
12x - 20 > 34x - 42	-8x + 9 $\geq$ -7
$\frac{6x-21}{14} + \frac{3x-3}{7} > \frac{9x-24}{2}$	3 (x - 7) - 4 (x +7) > x + 2

1) $4x - 12 > 6x + 18$ → $[x \in \mathbb{R} / x < -15]$

$x < -15$ → $]x < -15 \rightarrow$

→ 

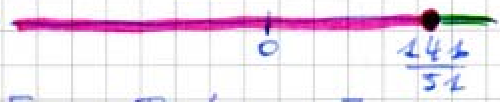
2) $12x - 20 \geq 34x - 42$ → $[x \in \mathbb{R} / x < 1]$

$x < 1$ → $]x < 1 \rightarrow$

→ 

3) $\frac{6x-21}{14} + \frac{3x-3}{7} > \frac{9x-24}{2}$ → $[x \in \mathbb{R} / x < \frac{141}{51}]$

$x < \frac{141}{51}$ → $]x < \frac{141}{51} \rightarrow$

→ 

4) $-4x + 9 \leq 8x - 3$ → $[x \in \mathbb{R} / x \geq 1]$

$x \geq 1$ → $\leftarrow 1 < x]$

→ 

5) $-8x + 9 \geq -7$ → $[x \in \mathbb{R} / x \leq 2]$

$x \leq 2$ → $[x < 2 \rightarrow$

→ 

VIII. Equations du premier degré

Résoudre algébriquement les équations suivantes : (N'oublie pas la solution)

$5(x - 3) - 4(x + 2) = 2(x + 3) + 5(5 - x)$	$3(5x - 4) - 20 = 5(3x - 7)$
$3(x^2 - 2) - (2x + 2)^2 = (4 - x)(4 + x)$	$3(x + 2) = 3x + 6$
$\frac{3x-4}{6} - \frac{4x-7}{9} = 1 - 3x$	$x(2x - 1) = x(x + 2)$

$\frac{5}{x} = \frac{3}{2}$ $\quad$ $\frac{3}{x} + \frac{2}{x+1} = \frac{1}{x}$ $\quad$ $\frac{x}{3} = \frac{12}{x}$

$\frac{-3}{4} = \frac{2}{x}$ $\quad$ $\frac{4}{x} - \frac{x}{x-1} = \frac{x^2}{x^2 - x}$ $\quad$ $\frac{-1}{x} = \frac{-x}{4}$

$\frac{2}{x-4} = \frac{4}{5}$ $\quad$ $\frac{2x-1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2x^2}{x^2-1}$ $\quad$ $\frac{2}{x+1} = \frac{x+4}{2}$

$\frac{3}{x-1} = \frac{2}{2-3x}$ $\quad$ $\frac{2x+1}{1-x} = \frac{1-2x}{3+x}$ $\quad$ $\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1} = \frac{-x^2}{x^2-x}$

$\frac{3}{x+2} = \frac{2}{x+1}$ $\quad$ $\frac{x}{x+4} + \frac{x}{4-x} = \frac{1}{x^2-16}$ $\quad$ $\frac{2}{x^2-2x+1} - \frac{2}{1-x} = \frac{x^2}{x+1}$

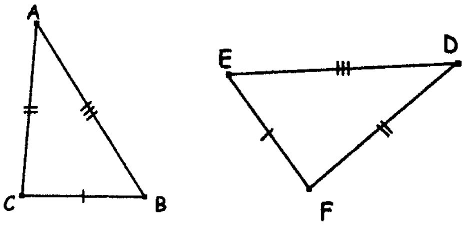
$x = 6,75$	Equation inexistante (?)
$x = (-3,25)$	$x = \mathbb{R}$
$x = \frac{-16}{53}$	$x = 3$

	a	b	c
1	$x = \frac{10}{3}$	$x = \frac{-1}{2}$	$x = 6$
2	$x = \frac{-8}{3}$		
3	$x = \frac{13}{2}$	Sol : $\{-1 ; 3\}$	
4	$x = \frac{8}{11}$	$x = \frac{-1}{5}$	
5	$x = 1$		

I. Cas d'isométrie des triangles

1 Connaissance des cas d'isométrie

En observant les renseignements fournis par chaque dessin, complète le cas 'isométrie et l'implication

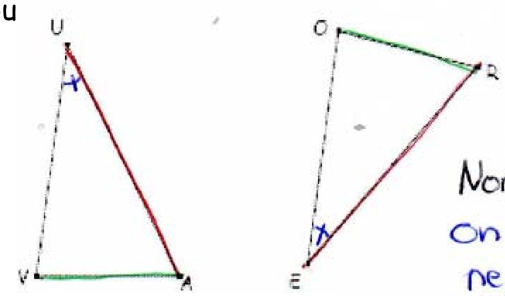


△ ABC.. et △ DEF

$$\left.\begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DE} \\ \overline{EF} = \overline{BC} \\ \overline{AC} = \overline{DF} \end{array}\right\} \Rightarrow \triangle ABC \text{ iso } \triangle DEF$$

2 Utilisation des cas d'isométrie

Les égalités fournies permettent-elles de conclure que les triangles sont isométriques?
Si ou



$|\hat{U}| = |\hat{E}|$

$|AU| = |RE|$

$|VA| = |OR|$

Non car l'angle dont on connait l'amplitude ne se situe pas entre les deux côtés dont on connait les longueurs

Démonstrations : voir cahier (Site)

II. Les figures semblables

1 Soient trois triangles semblables représentés schématiquement

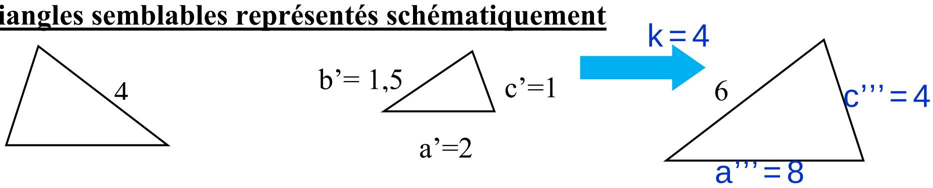


Fig 1 Fig 2 Fig 3

a) **Calcule** les longueurs des côtés du triangle n°3

b) **Calcule** le rapport de similitude pour passer de la figure 1 à la figure 2 : **3/8**

c) Le périmètre de la figure 1 est ………………

2 Soient les triangles ABC et DEF tels que |AC |= 6 , ABC = 90°, |ACB| = 40°, |EDF| = 50°, |DEF| = 90°,

2 Soient les triangles *ABC* et *DEF* tels que |AC |= 6 , ABC = 90°, |ACB| = 40°, |EDF| = 50°, |DEF| = 90°, |EF| = 15 et |DF| = 20

$R = \frac{3}{10}$ $\hat{F} = 40°$

ABC
DEF

Les 2 triangles sont-ils semblables ? **Justifie** ta réponse. Oui car ils ont deux angles de même amplitudes.

En cas de réponse positive, **calcule** la mesure de [AB]

$|DF|^2 = |EF|^2 + |DE|^2$ | $|DE| = \sqrt{400 - 225} = \sqrt{175} \simeq 13,23$ | $|AB| = 13,23 \cdot \frac{3}{10} = 3,97$

3 On t'informe que les triangles ABC et A'B'C' sont semblables.

Si |BC| = 5 , |AC| = 7 , |AB| = 3 et |B'C'| = 10, **calcule** |A'C'| et |A'B'| .

$k = \frac{10}{5} = 2.$ $|A'C'| = 7 \cdot 2 = 14.$ $|A'B'| = 3 \cdot 2 = 6.$

4 En observant les 2 dessins ci-dessous, complète les lignes du tableau dans lequel k désigne le rapport de la similitude qui applique le « grand » triangle sur le « petit »

Fig 1

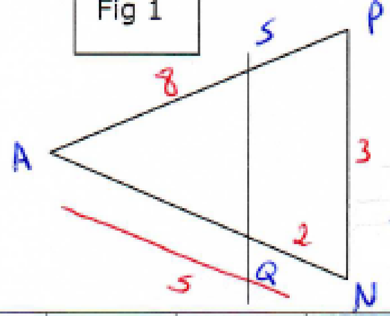
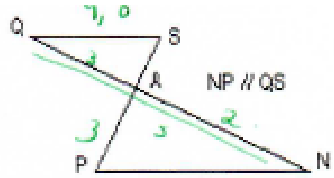


Fig 2

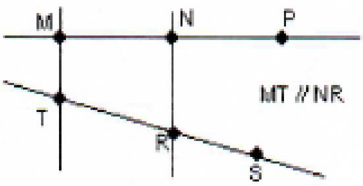


$\frac{AS}{AP} = \frac{AQ}{AN} = \frac{QS}{NP}$

$\frac{AN}{AQ} = \frac{NP}{QS} = \frac{AP}{AS}$

Figure	K	|AN|	|AQ|	|NQ|	|NP|	|QS|	|AP|	|AS|	|PS|
1	$\frac{3}{5}$	5	3	2	3	1,8	13,3	8	5,3
2	$\frac{2}{3}$	2	3	5	3,07	4,6	3	4,5	7,5

II. Le théorème de Thalès et sa réciproque.



Dans quel cas proposé,

peux-tu affirmer que PS, MT et NR sont parallèles ? (Justifie)

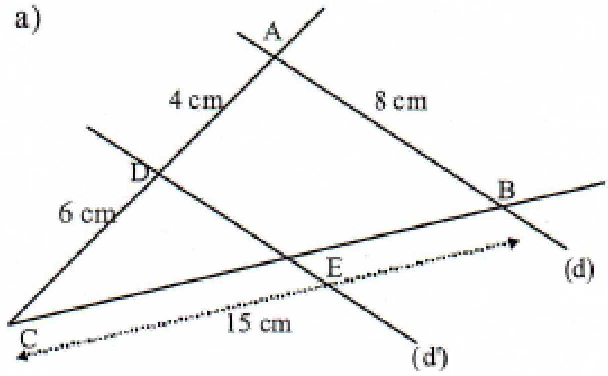
a) $\frac{NP}{MN} = \frac{6}{2} = 3$ | $\frac{TS}{TR} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow \frac{NP}{MN} = \frac{TS}{TR} \Rightarrow$ MT //

b) $\frac{NP}{MN} = \frac{7}{3}$ $\quad \frac{TS}{TR} = \frac{5,5}{2,5} \Rightarrow \frac{NP}{MN} \neq \frac{TS}{TR} \Rightarrow$ MT ∦

	|MN|	|TR|	|NP|	|RS|	
a)	2	3	4	6	oui réciproque Th
b)	3	2,5	4	3	non

. Sachant que l'on a d // d', calcule |CE| et |DE| dans les 2 cas ci-dessous

a)



$k = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

$\overline{CE} = \frac{3}{5} \cdot 15 = 9$ cm

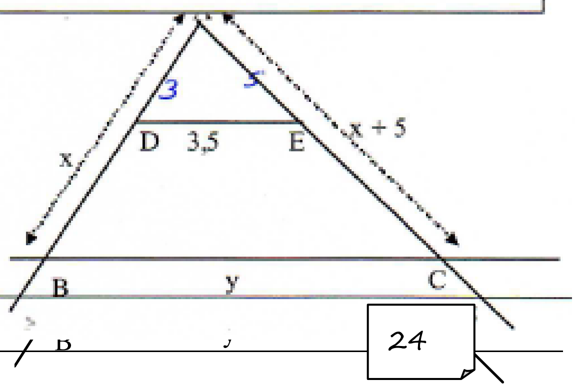
$\overline{DE} = 8 \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{5} = 4,8$ cm

. Les droites DE et BC sont parallèles.

Calcule x et y sachant que $|AD| = 3$ et $|AE| = 5$

$\frac{x}{3} = \frac{x+5}{5} = \frac{y}{3,5}$

- $5x = 3x + 15$
  $2x = 15$
  $x = 7,5$
- $\frac{3,5 \cdot 7,5}{3} = y$
  $y = 8,75$



Math 3 G Révisions juin 2015

4. **Construis un triangle *ADE* sachant que |AD| = 4,1 , |AE| = 6,4 et |DE| = 7.**

   Place le point B sur [AD] tel que |DB| = 1,6 et
   le point *C* sur [AE] tel que |AC| = 4.
   Les droites BC et DE sont-elles parallèles ? **Justifie.**

5. **Calcule au dixième près la moyenne proportionnelle entre 7 et 9. Construis !**

   $b^2 = 7 . 9$

   $b \cong 7{,}9$

6. **Calcule la quatrième proportionnelle entre 2, 5 et 6. Construis le segment.**

   $$\frac{2}{5}=\frac{6}{x} \Leftrightarrow \frac{x}{5}=\frac{6}{2} \Leftrightarrow x=\frac{6.5}{2} \Leftrightarrow x=3.5 \Leftrightarrow x=15$$

   La quatrième proportionnelle entre 2, 5 et 6 est 15

7. **Coordonnées du milieu d'un segment [AB]**

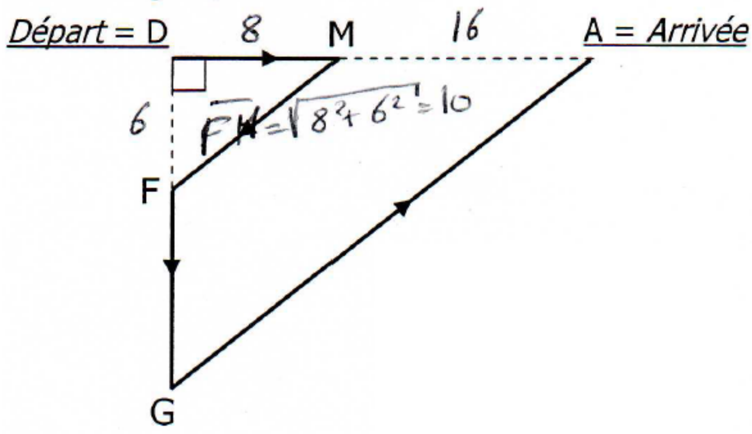
Coordonnée de A	Coordonnée de B	Coordonnée de M, milieu de [AB]	|AB|
(2 ; 3)	(7 ;4)		
(0 ; 5)	(-2 ; 5)		
(…… ; 5)	(3 ; ….)	(5 ; 3)	

8. **Trace un segment [AB], sans mesurer, construis le point M du segment [AB] tel que $|AM| = \frac{4}{7}|AB|$**

9. **Des bateaux participent à une régate.**

   Ils doivent suivre le parcours suivant (en gras et fléché sur la figure) :

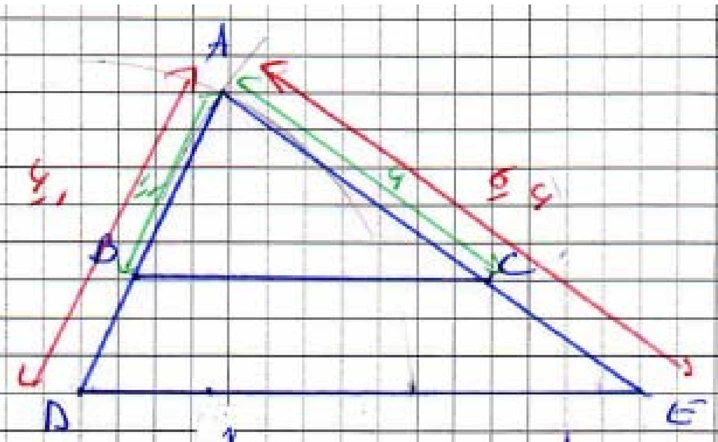
   On donne : |DM| = 8 km
   |DF| = 6 km
   |MA| = 2 × | DM|
   $|\widehat{FDM}| = 90°$
   F ∈ DG et M ∈ DA
   les droites FM et AG sont parallèles.



   1. Calcule |FM|.
   2. Calcule |FG|.
   3. Calcule |AG|.

   4. Vérifie que la longueur de la régate est de 60 km.
   8 + 10 + 12 + 30 = 60

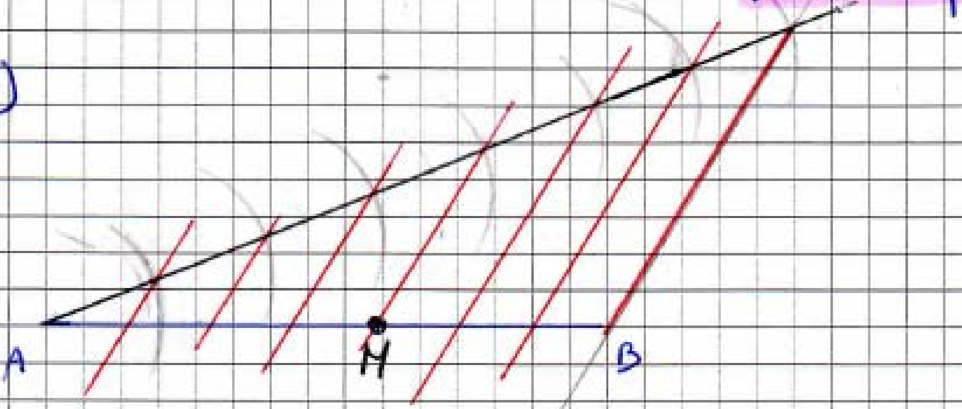
4)



$\frac{AD}{AB} = \frac{4,1}{1,6} = 2,5625$ | $\frac{AE}{AC} = \frac{6,4}{4} = 1,6$ | $\frac{AD}{AB} \neq \frac{AE}{AC}$

Les droites BC et DE ne sont pas parallèles

8)



9) Les point D,M,A et D,F,G sont alignés et FM // AG.

Par thalès on obtient $\frac{DA}{DM} = \frac{DG}{DF} = \frac{GA}{FM}$

on remplace par les longueurs: $\frac{24}{8} = \frac{DG}{6} = \frac{GA}{10}$

$DG = \frac{6 \cdot \cancel{24}^{3}}{\cancel{8}_{1}} = 18$

$FG = DG - DF = 18 - 6 = 12$

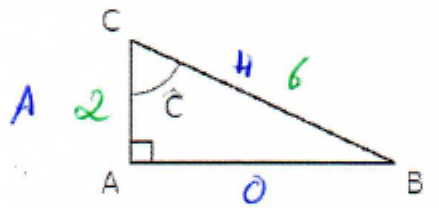
$GA = \frac{10 \cdot 24}{8} = 30$

IV. Trigonométrie

SOH CAH TOA

CAH SOH TOA

1) ABC est un triangle rectangle en A tel que AC = 2cm et BC = 6cm.



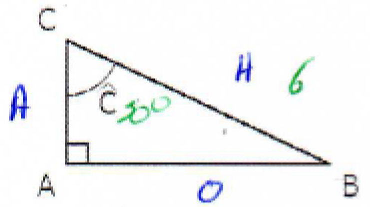
Calculer la mesure de l'angle Ĉ.

$\cos \alpha = \frac{2}{6}$

$\cos \alpha = \frac{1}{3}$

$\alpha = 70,5°$

2) ABC est un triangle rectangle en A tel que Ĉ = 50° et BC = 6cm.



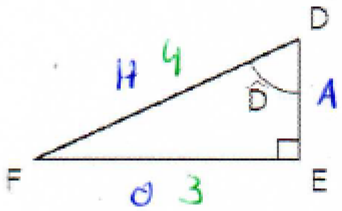
Calculer la longueur de AB.

$\sin 50 = \frac{AB}{6}$

$AB = 6 \cdot \sin 50$

$\simeq 4,6$ cm

3) DEF est un triangle rectangle en E tel que FE = 3 cm et DF = 4cm.

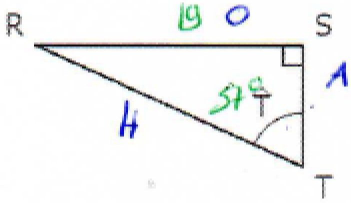


Calculer la mesure de l'angle D̂.

$\sin \alpha = \frac{3}{4}$

$\alpha \simeq 48,6°$

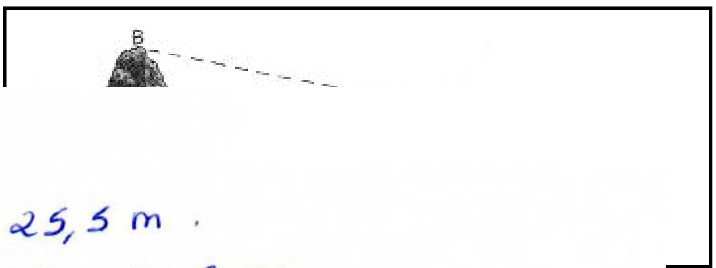
4) RST est un triangle rectangle en S tel que T̂ = 57° et RS = 19cm.



$\tan 57° = \frac{19}{ST}$

$ST = \frac{19}{\tan 57°} = 12,3$ cm

5) Arthur veut connaître la hauteur d'un arbre.
Il dispose d'un appareil de mesure dont l'objectif est situé au point A, à 1,70 m au-dessus du sol.
Ce point *A* est à 60 mètres de l'arbre.
Le sol est horizontal.
Il mesure l'angle $\widehat{BAC}$. Il trouve 23°.



Calcule la h

$\tan 23° = \frac{BC}{60}$

$BC = 60 \cdot \tan 23° \simeq 25,5$ m.

hauteur $= 4,7 + 25,5 = 30,2$ m.

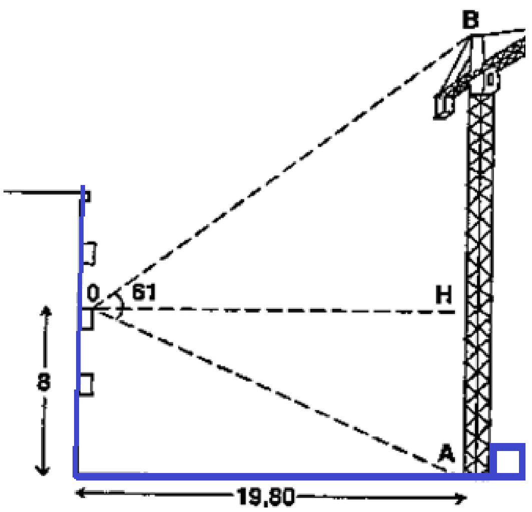
La hauteur de l'arbre est de 30,2 m.

6) Du balcon de mon appartement situé au deuxième étage d'un immeuble, j'aperçois dans le chantier situé en face, une grue. L'immeuble se trouve exactement à **19,8 mètres** du pied de la grue. Placé à **8 mètres** au-dessus du sol, j'ai déterminé (à l'aide d'un simple rapporteur) l'angle sous lequel je voyais la grue. Cet angle BÔA est égal à **61°**.

a) En appelant *H* le point de [BA] tel que OH et AB soient perpendiculaires, et en constatant que |**HA**| **= 8 m**, **calcule** la mesure de l'angle HÔA arrondie au degré près.

b) **Calcule** |**HB**| au cm près.

c) **Calcule** la hauteur de la grue au cm près.

 	|HÔA| = ? ΔOHA rect en H tg HÔA = $\frac{\|AH\|}{\|OH\|}$ tg HÔA = $\frac{8}{19,8}$ |HÔA| = artg$\left(\frac{8}{19,8}\right)$ |HÔA| ≅ 22°	|**HB**|= ? ΔHOB rect en H tg HÔB = $\frac{\|BH\|}{\|OH\|}$ **|BH|= |OH| tg HÔB** **|BH|= 19,8 tg HÔB** **| HÔB| = ?** **| HÔB| = 61° - 22 °** **| HÔB| = 39°** **|BH|= 19,8 tg 39°** **|BH| ≅ 16,03m**

Hauteur de la grue

|AB| = |AH| + |HB|

|AB| ≅ 8 m + 16,03m

|AB| ≅ 24,03m

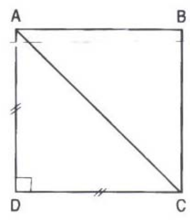
Réponse **: La grue a une hauteur approximative de24,03m**

V. Le théorème de Pythagore

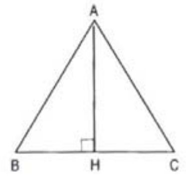
Série 1. Simplifie les radicaux suivants :

$\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$ $\sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ $\sqrt{25.80} = 20\sqrt{5}$ $\sqrt{\frac{50}{16}} = \frac{5\sqrt{2}}{4}$ $\sqrt{\frac{45}{20}} = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{3}{2}$

Série 2. **Calcule** la longueur de la diagonale d'un carré de 5 cm de côté.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>$d = \sqrt{5^2 + 5^2}$
$d = \sqrt{2.5^2}$
$d = 5\sqrt{2}.$</td>
<td>$d = c\sqrt{2}$
La diagonale d'un carré de côté c mesure $c\sqrt{2}$ ou $\sqrt{2}\,c$</td>
</tr>
</table>

Série 3. **Calcule** la longueur de la hauteur d'un triangle équilatéral de 6 cm de côté.

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>$|AH|^2 = |AC|^2 - |HC|^2$
$|AH| = \sqrt{6^2 - 3^2}$
$|AH| = \sqrt{36-9}$
$|AH| = \sqrt{27}$
$|AH| = 3\sqrt{3}$</td>
<td>*La hauteur d'un triangle équilatéral de côté c*
mesure $\frac{\sqrt{3}.}{2}\,c$</td>
</tr>
</table>

REVOIR LONGUEUR d'un segment dans un repère orthonormé

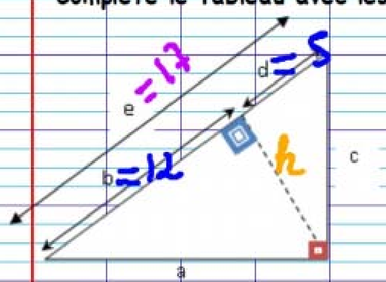
Série 4. **Sur le triangle rectangle suivant, a, b, c, d, e et h désignent des longueurs. Complète le tableau avec les valeurs exactes**

Relations métriques

Série 4

Sur le triangle rectangle suivant, a, b, c, d, e et h désignent des longueurs.

Complète le tableau avec les valeurs exactes



	a	b	c	d	e	h
1°)	$2\sqrt{51}$	12	$\sqrt{85}$	5	17	$2\sqrt{15}$
2°)		9			15	
3°)				3	7	

e ? $e = b + d.$
$e = 12 + 5$
$\boxed{e = 17}$

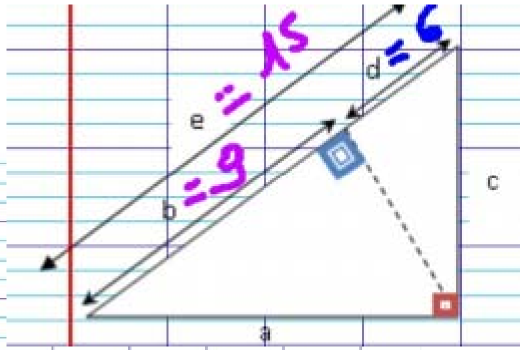
h ? $h^2 = b.d$
$h^2 = 12.5$
$\boxed{h = 2\sqrt{15}}$

c ? $c^2 = e.d$
$c^2 = 17.5$
$\boxed{c = \sqrt{85}}$

a ? $a^2 = e.b$
$a^2 = 17.12.$
$\boxed{a = 2\sqrt{51}}$

Relations métriques

Ex 2



d ? $d = e - b$

$d = 15 - 9$

$\boxed{d = 6}$

h $h^2 = b \cdot d$

$h^2 = 9 \cdot 6$

$\boxed{h = 3\sqrt{6}}$

c ? $c^2 = e \cdot d$

$c^2 = 15 \cdot 6$

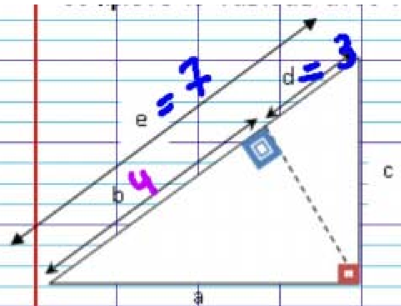
$\boxed{c = 3\sqrt{10}}$

a ? $a^2 = e \cdot b$

$a^2 = 15 \cdot 9$

$\boxed{a = 3\sqrt{15}}$

Ex 3



	a	b	c	d	e	h
1°)		12		5		
2°)		9			15	
3°)	$2\sqrt{7}$	4	$\sqrt{21}$			$2\sqrt{3}$

b ? $b = e - d$

$b = 7 - 3$

$\boxed{b = 4}$

h ? $h^2 = b \cdot d$

$h^2 = 4 \cdot 3$

$\boxed{h = 2\sqrt{3}}$

c ? $c^2 = e \cdot d$

$c^2 = 7 \cdot 3$

$\boxed{c = \sqrt{21}}$

a ? $a^2 = e \cdot b$

$a^2 = 7 \cdot 4$

$\boxed{a = 2\sqrt{7}}$

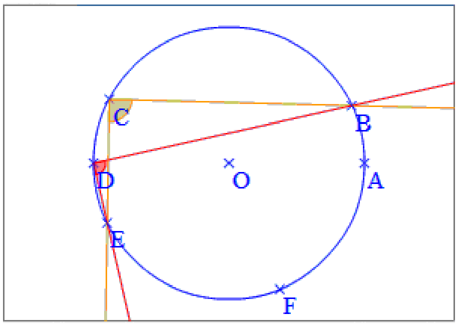
Géométrie 1

I. Angles et cercle

1 Justification d'amplitudes par l'énoncé du théorème correspondant

A, B, C , D, E et F sont six points situés sur le cercle de centre O. Place les indications sur le schéma

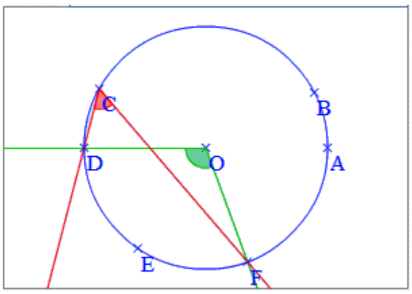
a) Sachant que $\widehat{EDB}$ = **89 ° , recherche l'amplitude de l'angle** $\widehat{BCE}$



l'amplitude de l'angle $\widehat{BCE}$ est ✍ ......89°......

car ✍ ......deux angles inscrits interceptant un même arc de cercle ont la même amplitude......

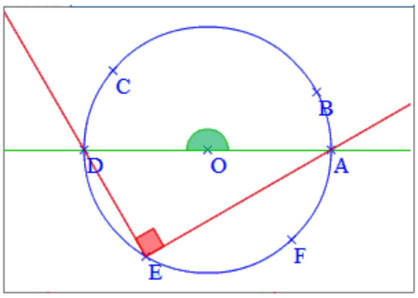
b) **Sachant que** $\widehat{DOF}$ = **110° , recherche l'amplitude de l'angle** $\widehat{FCD}$



l'amplitude de l'angle $\widehat{FCD}$ est ✍ ......55°......

car......L'amplitude d'un angle au centre vaut le double de l'amplitude d'un angle inscrit interceptant le même arc de cercle......

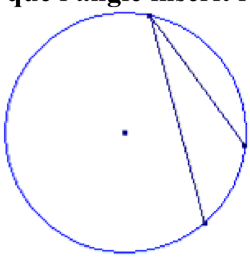
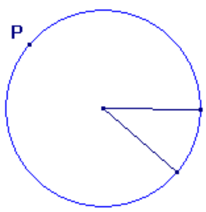
c) Recherche l'amplitude de l'angle $\widehat{AED}$



l'amplitude de l'angle $\widehat{AED}$ est ✍ ......90°......

car ✍ ......L'amplitude d'un angle inscrit vaut la moitié de l'amplitude d'un angle au centre interceptant le même arc de cercle......

2 Tracé

d) construis l'angle au centre qui intercepte le même arc que l'angle inscrit représenté	e) construis l'angle inscrit qui intercepte le même arc que l'angle au centre représenté
	

3 Démonstrations angles à côtés perpendiculaires, à côtés parallèles, ….

II. Angles tangentiels

1. Sur un cercle C de rayon 3, trace un angle tangentiel en un point A du cercle, dont l'amplitude égale 50°.