Systèmes de 2 équations à 2 inconnues

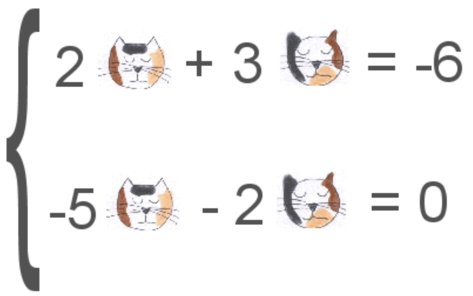
Introduction

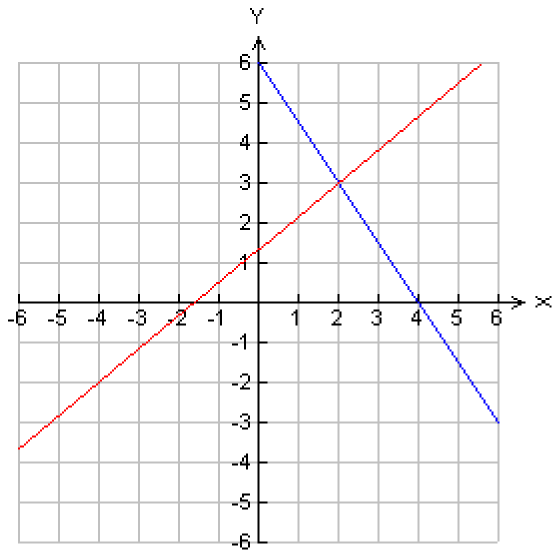
1. **Recherche**

2. **Résolution algébrique**
   - méthode de substitution
   - méthode de combinaison
   - méthode de Gauss (méthode d'addition-Coefficients opposés)

3. **Résolution graphique**

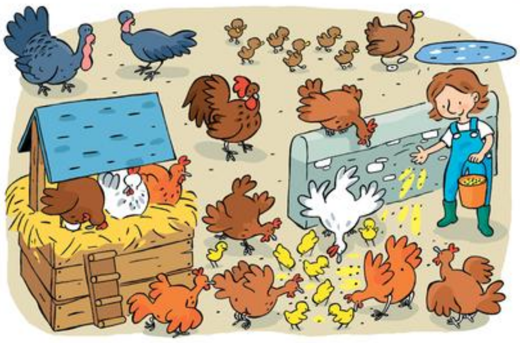
4. **Exercices**





A Recherches

Recherche 1 : Histoire de pattes



L'oncle Jules est fier de sa petite basse-cour ;
« J'ai des lapins et des poules ; en tout vingt pattes ! »
Combien a-t-il de lapins et de poules ?

1°) Choix des inconnues

- Soit x le nombre de lapins
- Soit y le nombre de poules

2°) Mise en équation

- Soient les pattes des lapins ......
- Soient les pattes des poules ....

3°) Mise en équation :

En tout, vingt pattes ....

4°) Résolution de l'équation

....

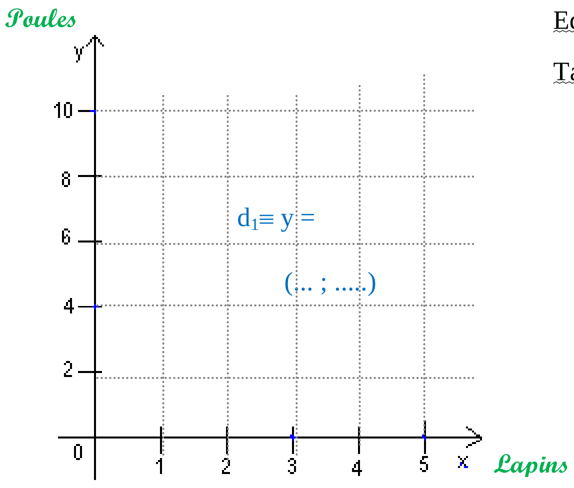
⇔ .... ***Divisons les deux membres de l'équation par 2***

⇔ .... ***Soustrayons 2x aux deux membres de l'équation***

⇔ ....

Réfléchissons :

y = ... est l'équation d'une droite du premier degré. Traçons-la



Equation de la droite : y = ...

Tableau :

x	y
0	
	0

$(x ; y)$

Coordonnées à l'origine

Solutions :

L'ensemble des solutions de cette équation est **l'ensemble des coordonnées des points du graphique de la fonction**

f : x → y = -2x + 10

5°) Solutions du problème : 1 lapin et ...... poules ; ..... lapins et .... poules ;
.... lapins et ...... poules; .... lapins et................ poules

Les solutions du problème présenté sont données par les solutions entières et positives de l'équation.
Ces solutions sont les coordonnées des points.

Synthèse partielle

- **<u>Définition</u>**

  L'équation **ax + by + c = 0** est **une équation du premier degré à deux inconnues x et y**
  (a et b étant des réels non nuls)

- **<u>Solutions</u>** <u>d'une équation du premier degré à deux inconnues</u> (Théorie NAM P335 n°2)

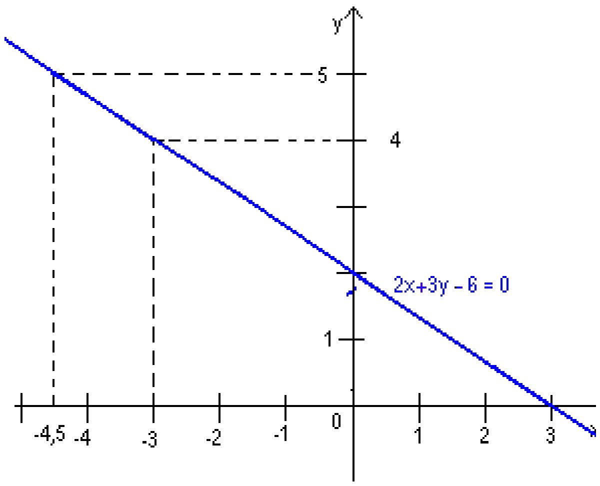
  ☞ **<u>Une</u>** solution de cette équation est un **couple** de réels (x ; y) qui répondent à la question posée.

  ☞ **<u>Ses</u>** solutions sont **tous** les couples qui sont la coordonnée des points de la droite d'équation
  ax + by + c =0.

- **<u>Pour résoudre graphiquement</u>** une équation du premier degré à deux inconnues (où a et b ne sont pas nuls simultanément), on trace la droite dont l'équation est celle qui est donnée.

Exemple : « 2x + 3y –6 = 0 » est une équation du premier degré en x et y.

Traçons-la : (recherchons trois de ses points : deux points suffisent mais jouons la sécurité ;-)



x	*y*
0	
	0

(*x* ; *y*)

Coordonnées à l'origine

<u>Solutions</u> : **l'ensemble des couples solutions** de cette équation se représente par la droite passant par les points : (0 ; 2) ; (3 ; 0) ; (-4,5 ; 5) , (-3 ;4) , . . .

Ces solutions sont tous les couples qui sont la coordonnée des points de la droite d'équation

<u>Equation de la droite :</u>

$$2x + 3y - 6 = 0$$
$$\Leftrightarrow 3y = -2x + 6$$
$$\Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{6}{3}$$
$$\Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + 2$$

Attention : dans les expressions

« $a_1 x + b_1 y + c = 0$ »

et

« $y = a_2 x + b_2$ »

$a_1 \neq a_2$ et $b_1 \neq b_2$ pour ....

Recherche 2 : Histoire de fractions

Trouve les deux nombres réels

tels que leur demi-somme diminuée du tiers de leur différence égale sept sixièmes

et tels que le double de leur somme augmentée de quatre égale 2

1°) Choix des inconnues

Soient x et y les deux nombres réels recherchés

2°) Mise en équation

.... Equation (1)

.... Equation (2)

3°) Résolution

Simplifions chacune des équations avant de les résoudre

La disposition suivante est très pratique mais rarement utilisée

Equation (1)	Equation (2)
⇔	⇔ ....
⇔	⇔ ....
⇔	⇔ ....
⇔	⇔ ....

$$\begin{cases} \text{...} & (1)' \\ \text{...} & (2)' \end{cases}$$

Nous obtenons un système « simplifié » de deux équations à deux inconnues

Résoudre un système de 2 équations à 2 inconnues, c'est trouver le couple

(x; y) qui vérifie en même temps les deux équations

Plusieurs méthodes de **résolutions** s'offrent à nous :

- ***3+1 méthodes algébriques et***
- ***une méthode graphique***

(Théorie NAM P336->338

1°) Méthode de résolution par comparaison

$$\begin{cases} x+5y=7 & (1)' \\ x+y=-1 & (2)' \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x = \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

Deux quantités égales à une même troisième

sont égales entre elles

....

....

....

y = ...

Remplaçons y par 2 dans l'équation

x = ... *dans (1)*

x = ... *dans (2)*

Solution

x = ... et y = ...

S = { (........ ; ....)}

2°) Méthode par substitution

Substituer = remplacer par = mettre à la place de

$$\begin{cases} x+5y=7 & (1)' \\ x+y=-1 & (2)' \end{cases}$$

Isolons x dans (2)'

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+5y=7 \\ x = \dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

Remplaçons x par (- y -1) dans (1)'

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

Simplifions les écritures

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

Solution : S = { (...... ; ....)}

Conseils :

Pour résoudre un système,
il est préférable que chaque équation soit présentée sous la même forme.
Souvent, on utilise la forme ou la forme « **ax + by = c** »

Attention : dans les expressions « a_1 x + b_1y + c = 0 « et « y = a_2 x + b_2 »
$a_1 \neq a_2$ et $b_1 \neq b_2$ pour ....

Pour chaque système, transforme au minimum l'énoncé pour que les équations apparaissent sous la même forme.

3°) Méthode par combinaisons (Méthode des coefficients opposés/ Méthode d'addition/M de Gauss)

Résoudre ces systèmes par **combinaisons**, c'est à dire :

1. Multiplier les deux équations par des nombres qui permettront d'**éliminer x** par addition ou soustraction.
2. Multiplier les deux équations par des nombres qui permettront d'**éliminer y** par addition ou soustraction.

$$\begin{cases} x+5y=7 \\ x+y=-1 \end{cases} \quad \begin{array}{|c|c} \ldots & \ldots \\ \ldots & \ldots \end{array}$$

Gauss
(......................................)

Eliminons les y

$$\begin{cases} x+5y=7 \\ -5x-5y=5 \end{cases} \quad \begin{array}{|l} .... \\ .... \end{array}$$

....

....

x =..............

Eliminons les x

$$\begin{cases} x+5y=7 \\ -x-y=1 \end{cases} \quad \begin{array}{|l} .... \\ .... \end{array}$$

....

....

y =..............

Solution : S = { (......... ;................)}

4°) Variante

On peut aussi **mélanger** différentes méthodes

$$\begin{cases} x+5y=7 & (1)' \\ x+y=-1 & (2)' \end{cases}$$

Eliminons les y

$$\begin{cases} x+5y=7 & 1 \\ -5x-5y=5 & -5 \end{cases}$$

-4x = 12

$x = \dfrac{12}{-4}$

x = -3

Remplaçons x par (……) dans le système (…..)'

....

....

y =..............................

Solution : S = { (......... ;................)}

Le système possède .... solution

Dans un futur proche : méthode de Cramer

Gabriel Cramer
(Suisse-1704-1752)

5°) Méthode graphique

Pour résoudre graphiquement un système de 2 équations à 2 inconnues,

- trace les droites d_1 et d_2 qui représentent les solutions de chaque équation;
- détermine la ou les coordonnées du/des **point**(s) **d'intersection** des droites d_1 et d_2.

$$\begin{cases} x+5y=7 & (1)' \\ x+y=-1 & (2)' \end{cases}$$

Droite 1

5y = ...

y = ...

$d_1 \equiv$ y = ...

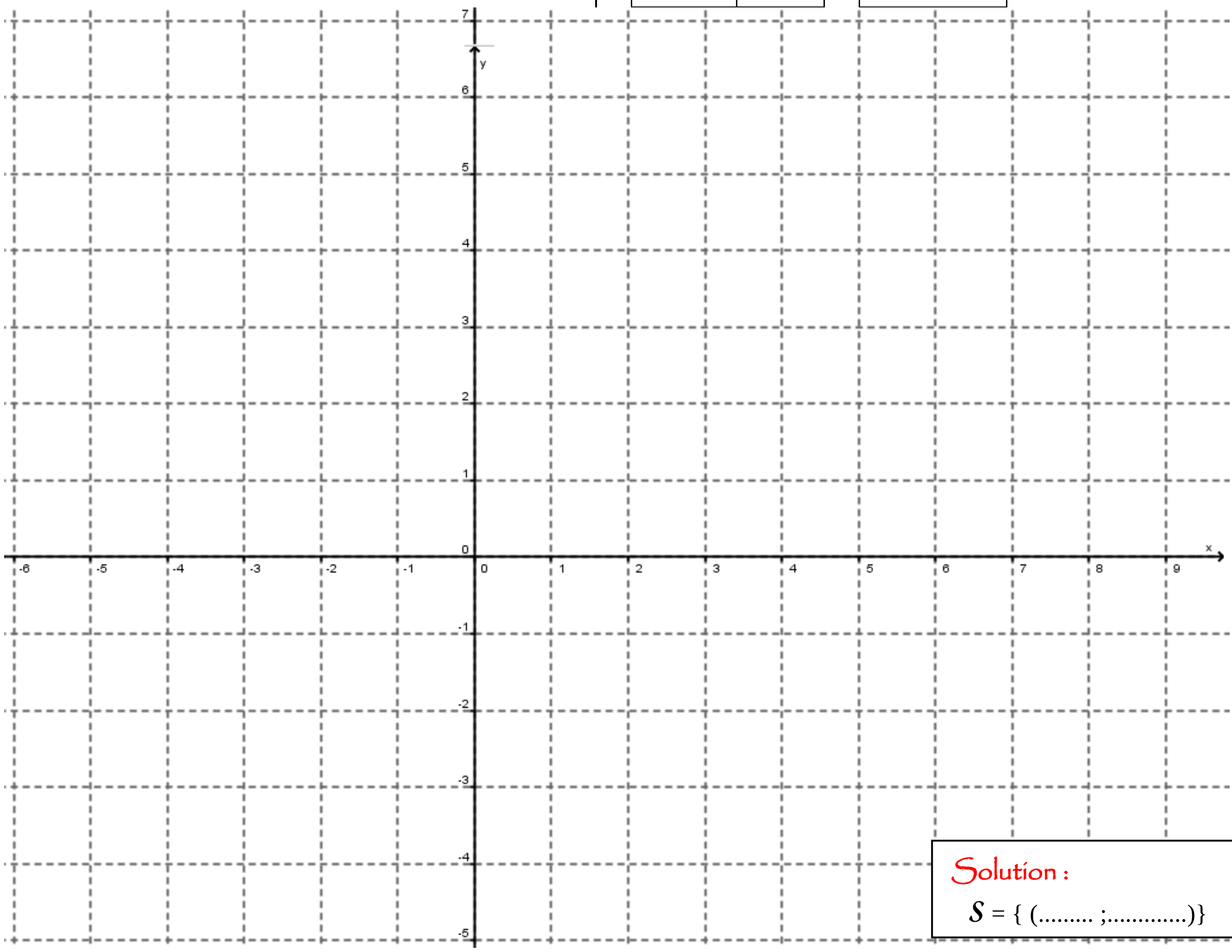
x	y	(x ; y)
0		(0 ;......)
	0	(...... ; 0)
2		(2 ;.....)
-3		(-3 ;.......)

Droite 2

y = ...

$d_2 \equiv$ y = ...

x	y	(x ; y)
0	.....	(0 ; .....)
....	0	(..... ; 0)
-3	.....	(-3 ;......)



Solution :

S = { (......... ;.............)}

Recherche 3 : Tout est possible même l'impossible .....

Théorie NAM P339

Systèmes

Système 1	Système 2	Système 3
$\begin{cases} 2x+5y=54 \\ 3x+4y=53 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x-y=1 \\ -2x+\frac{2}{3}y=-7 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x+2y=6 \\ -x-\frac{y}{2}=-1{,}5 \end{cases}$

Résolution algébrique

Eliminons les y	Eliminons les x	Eliminons les y	Eliminons les x	Eliminons les y	Eliminons les x
$\begin{cases} 2x+5y=54 \\ 3x+4y=53 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+5y=54 \\ 3x+4y=53 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x-y=1 \\ -2x+\frac{2}{3}y=-7 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x-y=1 \\ -2x+\frac{2}{3}y=-7 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x+2y=6 \\ -x-\frac{y}{2}=-1{,}5 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x+2y=6 \\ -x-\frac{y}{2}=-1{,}5 \end{cases}$
....	....	....	....	....	....
....	....	....	....	....	....
x =..............	y =..............	x =..............	y =..............	x =..............	y =..............

Solution : S = { (......... ;................)}
Le système possède .... solution

Solution : S = { (......... ;................)}
Le système possède .... solution

Solution : S = { (......... ;................)}
Le système possède .... solution

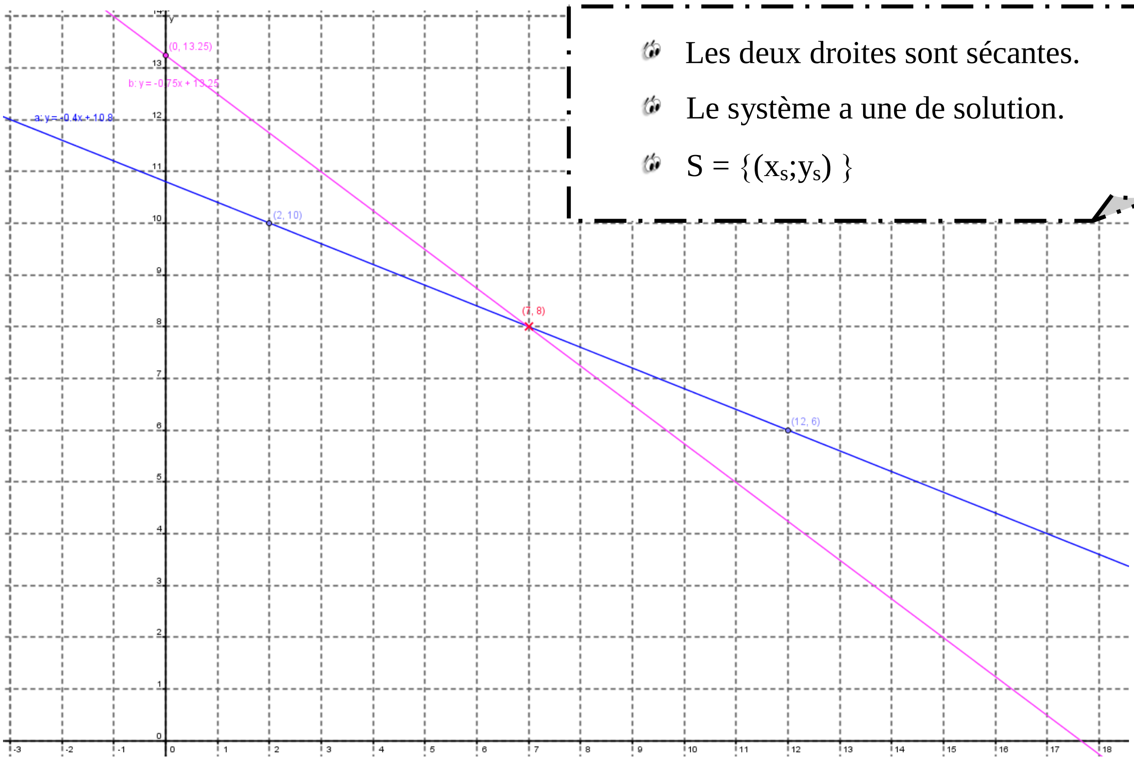
Résolution graphique

Droite 1	Droite 2	Droite 1	Droite 2	Droite 1	Droite 2
$2x+5y=54$	$3x+4y=53$	$3x-y=1$	$-2x+\frac{2}{3}y=-7$	$4x+2y=6$	$-x-\frac{y}{2}=-1{,}5$
$d_1 \equiv$ y=.............	$d_2 \equiv$ y=..............	$d_1 \equiv$ y=.............	$d_2 \equiv$ y=..............	$d_1 \equiv$ y=.............	$d_2 \equiv$ y=..............

x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y

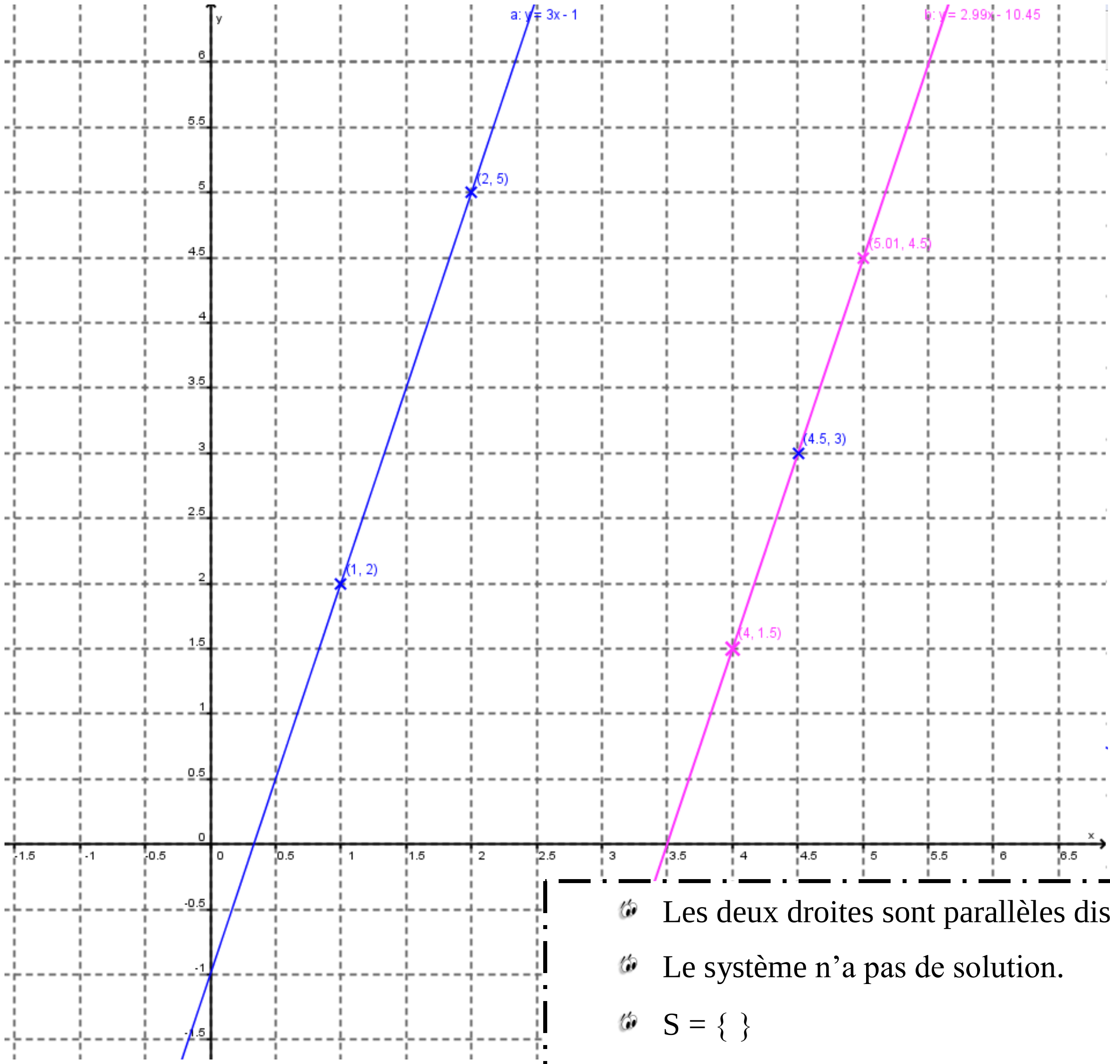
CORRECTION

Recherche 3.1



- Les deux droites sont sécantes.
- Le système a une de solution.
- S = {(x_s;y_s) }

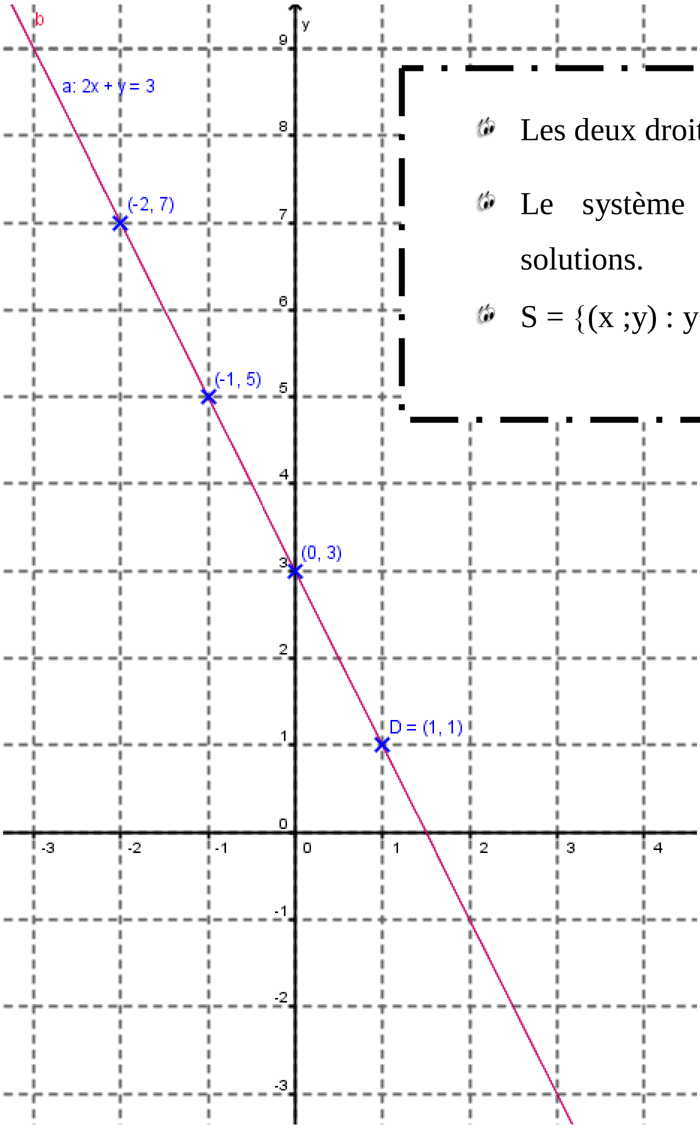
Recherche 3.2



- Les deux droites sont parallèles distinctes.
- Le système n'a pas de solution.
- S = { }
- Le système est impossible

CORRECTION

Recherche 3.3



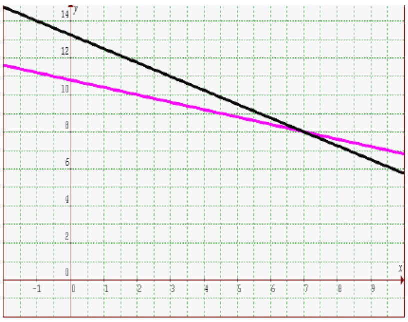
- Les deux droites sont confondues.
- Le système admet une infinité de solutions.
- S = {(x ;y) : y = -2x +3}

CORRECTION

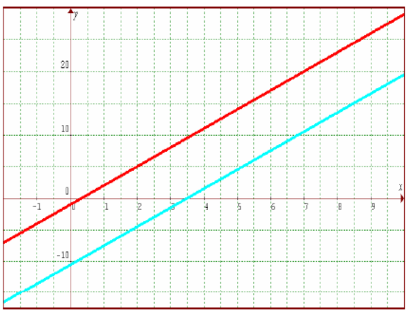
$$\begin{cases} 2x+5y=54 \\ 3x+4y=53 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-\ y=1 \\ -2x+\dfrac{2}{3}y=-7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x+2y=6 \\ -x-\dfrac{y}{2}=-1{,}5 \end{cases}$$

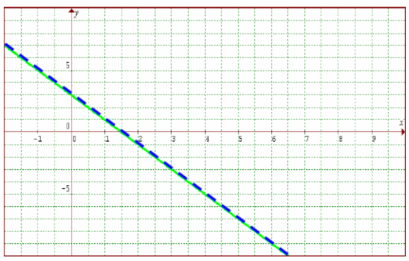


Couple solution du système : (7 ; 8)



Le système n'admet aucune solution

S = ∅



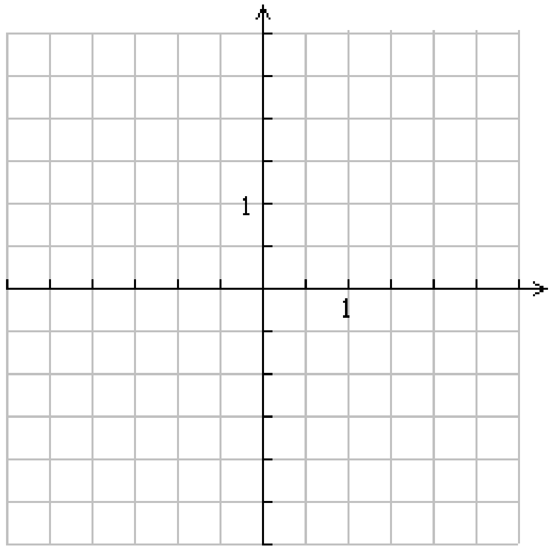
Le système admet une infinité de solutions

S = ℝ

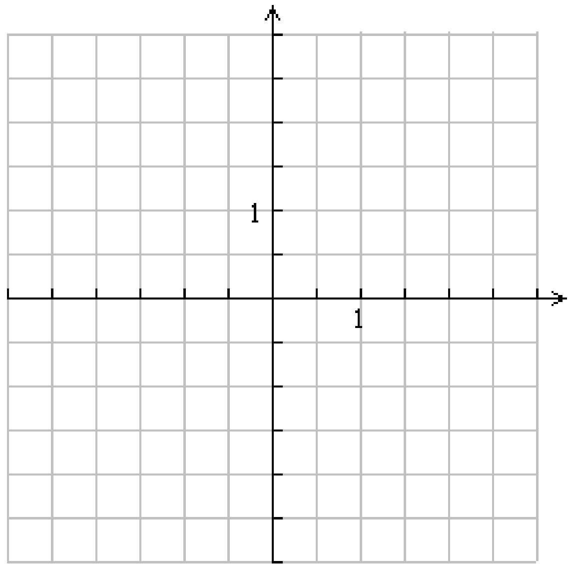
CORRECTION

Recherche 4 : Résolution graphique

soit le système $\begin{cases} x - y = -2 \\ -2x + 2y = 1 \end{cases}$



soit le système $\begin{cases} -2x - y = -2 \\ x + \dfrac{1}{2}y = 1 \end{cases}$



- *Exprime pour chacune des deux équations y en fonction de x.*

$d_1 \equiv$ y=

$d_2 \equiv$ y=

$d_1 \equiv$ y=

$d_2 \equiv$ y=

d_1	
x	y

d_2	
x	y

d_1	
x	y

d_2	
x	y

- ***Trace** dans le repère ci-dessus les droites*
- ***Détermine** les coordonnées du(ou des) point(s) qui vérifient à la fois les équations (E_1) et (E_2).*
- ***Conclus** et **Vérifie** ta conclusion*

Solution :

Solution :

- *Pouvais-tu prévoir un tel résultat ? Justifie:*

C Exercices

Exercices supplémentaire NAM Page 217

Question 1. Résous algébriquement et graphiquement les systèmes suivants :

1°) $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x-2y=8 \end{cases}$	2°) $\begin{cases} 2x+3y=6 \\ x+2y=2 \end{cases}$	3°) $\begin{cases} x=\frac{-1}{2} \\ 4x+2y=5 \end{cases}$	4°) $\begin{cases} \frac{x+y}{3}-\frac{x-y}{2}=9 \\ \frac{x}{2}+\frac{x+y}{9}=5 \end{cases}$
5°) $\begin{cases} -2x+10y=108 \\ -20y-110x=-900 \end{cases}$	6°) $\begin{cases} -2x+y-5=0 \\ 10x-5y+25=0 \end{cases}$	7°) $\begin{cases} 6(y-2)+3(x-7)=3 \\ -(x-2)+(4-2y)=1 \end{cases}$	

Question 2. Parmi ces systèmes d'équations, retrouve ceux qui ont pour solution le couple (2 ; 1)

$\begin{cases} x+2y=4 \\ x-y=3 \end{cases}$	$\begin{cases} x-2y=0 \\ 3x-y=4 \end{cases}$	$\begin{cases} x+y=3 \\ 4x-3y=5 \end{cases}$	$\begin{cases} x-y=4 \\ 3x+y=7 \end{cases}$
$x+2y$ $=\underline{2}+\times\underline{1}$ $=2+2$ $=4$ → OUI $x-y$ $=\underline{2}-\underline{1}$ $=1\neq 3$ → NON			
(2 ; 1) n'est pas une solution du système	(2 ; 1) est/n'est pas solution du système	(2 ; 1) est/n'est pas solution du système	(2 ; 1) est/n'est pas solution du système

Question 3. Parmi ces systèmes d'équations, retrouve ceux qui ont pour solution le couple (3 ; -2)

$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=4 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x+y=3 \\ x-y=5 \end{cases}$	$\begin{cases} y-x=-5 \\ 3x+4y=1 \end{cases}$	$\begin{cases} x+2y=-1 \\ x+2y=3 \end{cases}$
(3 ; -2) est/n'est pas solution du système	(3 ; -2) est/n'est pas solution du système	(3 ; -2) est/n'est pas solution du système	(3 ; -2) est/n'est pas solution du système

Question 4. Parmi ces couples de nombres (x ;y),retrouve la solution du système d'équations

$$\begin{cases} x+3y=7 \\ 3x+y=-3 \end{cases}$$

(1 ; 2)	(2 ; -3)	(0 ; 0)	(-2 ; 3)
(1 ; 2) est/n'est pas solution du système	(2 ; -3) est/n'est pas solution du système	(0 ; 0) est/n'est pas solution du système	(-2 ; 3) est/n'est pas solution du système

NAM correctif page

1° $\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

2° $\begin{cases} x = y - 2 \\ 3x + 2y + 6 = 0 \end{cases}$

3° $\begin{cases} 2x + 3y = -3 \\ 4x + y + 1 = 0 \end{cases}$

4° $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ -3x + 4y = 2 \end{cases}$

5° $\begin{cases} 5x + 6y - 10 = 0 \\ 2x + 4y - 2 = 0 \end{cases}$

6° $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{6} - \frac{4}{3} = 0 \\ \frac{x}{4} - y + \frac{1}{4} = 0 \end{cases}$

7° $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{3y}{10} - 2 = 0 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{2} - \frac{4}{3} = 0 \end{cases}$

8° $\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = \frac{-5}{6} \\ \frac{-x}{4} + \frac{y}{3} - 1 = 0 \end{cases}$

9° $\begin{cases} \frac{x}{5} - y = \frac{3}{2} \\ \frac{3x}{6} + \frac{3}{4} = \frac{y}{4} \end{cases}$

10° $\begin{cases} \frac{3x}{2} - \frac{4y}{3} - 1 = 0 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{5} = \frac{2}{5} \end{cases}$

11° $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y-1}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{3-x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$

12° $\begin{cases} \frac{y-13}{3} - \frac{3x}{2} = 0 \\ \frac{x-3y}{4} = \frac{2}{3} \end{cases}$

13° $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y-1}{4} - 1 = 0 \\ \frac{x}{6} + \frac{y-1}{3} = 0 \end{cases}$

14° $\begin{cases} \frac{1}{3} - \frac{3x-y}{6} = 0 \\ \frac{2x+1}{3} - \frac{y-2}{4} = 1 \end{cases}$

15° $\begin{cases} \frac{x-6}{6} - \frac{y-4}{3} = 0 \\ \frac{x}{3} - 1 + \frac{y-1}{2} = 0 \end{cases}$

16° $\begin{cases} 5x = y \\ 6x - y = 5 \end{cases}$

17° $\begin{cases} x = 28 - y \\ 3x = 19y - 48 \end{cases}$

18° $\begin{cases} 12x = 6 - 11y \\ 3y - 2x = 28 \end{cases}$

19° $\begin{cases} \frac{x+3y}{11} = 1 \\ \frac{5y-68}{3} = x - 1 \end{cases}$

20° $\begin{cases} \frac{6x-11y}{2} = 23 \\ \frac{5x-7y}{2} - 17 = 0 \end{cases}$

21° $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y-4}{3} = 0 \\ \frac{x}{3} - \frac{7-3y}{6} = 0 \end{cases}$

22° $\begin{cases} 2(x-1) = 3(y-1) \\ 3x - 2(y+2) = 0 \end{cases}$

23° $\begin{cases} -3(x-y) = 2 \\ 4(x-1) - 3(y-2) = 1 \end{cases}$

24° $\begin{cases} 2(x-4) - 3(y-1) = -1 \\ 3(2x-4) - 4(y-3) = 5 \end{cases}$

25° $\begin{cases} \frac{4x}{5} - y = \frac{17}{5} \\ 2x - \frac{7y}{6} = \frac{11}{6} \end{cases}$

26° $\begin{cases} 3x - y + \frac{x-3}{2} = \frac{1}{2} \\ x - \frac{3y-2}{4} = 2 \end{cases}$

27° $\begin{cases} \frac{x-1}{8} = 2 - \frac{y-2}{5} \\ \frac{2y-5}{3} = 21 - 2x \end{cases}$

28° $\begin{cases} y - \frac{3y+4}{10} = x - \frac{x-4}{3} \\ y - \frac{y-2}{2} = x - \frac{2x-5}{5} \end{cases}$

29° $\begin{cases} \frac{y-3}{3} - \frac{x-5}{6} = 1 \\ \frac{x+4}{3} + \frac{y+1}{2} = \frac{25}{6} \end{cases}$

30° $\begin{cases} \frac{2y-x}{3} + x - 3y = -\frac{4}{3} \\ x + \frac{3y}{2} - \frac{2x+y}{2} = 2 \end{cases}$

31° $\begin{cases} \frac{4x-5}{3} - 2y + 3 = 0 \\ 1 + y - \frac{3x+5}{4} = 0 \end{cases}$

32° $\begin{cases} y - \frac{2y+3x}{4} = \frac{y+15}{5} \\ x + \frac{3y-5}{5} = \frac{4x}{3} + 5 \end{cases}$

33° $\begin{cases} \frac{2x+2y}{4} - y = x - \frac{y+15}{5} \\ \frac{4x+15}{3} - x - 4 - \frac{3y-5}{5} = 0 \end{cases}$

34° $\begin{cases} \frac{2x-3}{2} - \frac{y}{3} = -2 \\ \frac{x-2}{3} + \frac{y+3}{2} = 1 + y \end{cases}$

35° $\begin{cases} \frac{x-y}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{x+y}{4} \\ 2 - \frac{\text{[illegible]}x - 7y}{31} = 0 \end{cases}$

36° $\begin{cases} 24 - \frac{7y-8}{2} = 5x \\ \frac{2x+13}{3} - 3x = 4y + \frac{y-6}{2} \end{cases}$

37° $\begin{cases} \frac{3x-2}{6} - \frac{y-3}{4} = 0 \\ \frac{2x-1}{3} - \frac{2y-1}{5} = \frac{1}{2} \end{cases}$

38° $\begin{cases} 2x + y = 3b \\ x - y = 3a \end{cases}$

39° $\begin{cases} ax + by = -2ab \\ bx - ay = a^2 - b^2 \end{cases}$

CORRECTION

1° $S = \{(1 ; -2)\}$

2° $S = \{(-2 ; 0)\}$

3° $S = \{(0 ; -1)\}$

4° $S = \{(-4 ; \frac{-5}{2})\}$

5° $S = \{(\frac{7}{2} ; \frac{-5}{4})\}$

6° $S = \{(3 ; 1)\}$

7° $S = \{(4 ; 0)\}$

8° $S = \{(-16 ; -9)\}$

9° $S = \{(-\frac{5}{2} ; -2)\}$

10° $S = \{(10 ; \frac{21}{2})\}$

11° $S = \{(-9 ; 15)\}$

12° $S = \{(-\frac{10}{3} ; -2)\}$

13° $S = \{(\frac{8}{5} ; \frac{1}{5})\}$

14° $S = \{(4 ; 10)\}$

15° $S = \{(\frac{12}{7} ; \frac{13}{7})\}$

16° $S = \{(5 ; 25)\}$

17° $S = \{(22 ; 6)\}$

18° $S = \{(-5 ; 6)\}$

19° $S = \{(-10 ; 7)\}$

20° $S = \{(4 ; -2)\}$

21° $S = \{(2 ; 1)\}$

22° $S = \{(\frac{14}{5} ; \frac{11}{5})\}$

23° $S = \{(1 ; \frac{5}{3})\}$

24° $S = \{(-\frac{1}{10} ; -\frac{7}{5})\}$

25° $S = \{(-2 ; -5)\}$

26° $S = \{(0 ; -2)\}$

27° $S = \{(9 ; 7)\}$

28° $S = \{(10 ; 12)\}$

29° $S = \{(1 ; 4)\}$

30° $S = \{(5 ; 2)\}$

31° $S = \{(5 ; 4)\}$

32° $S = \{(0 ; 10)\}$

33° $S = \{(3 ; 5)\}$

34° $S = \{(-\frac{11}{14} ; -\frac{6}{7})\}$

35° $S = \{(4 ; -2)\}$

36° $S = \{(7 ; -2)\}$

37° $S = \{(-\frac{39}{4} ; -\frac{107}{6})\}$

38° $S = \{(a + b ; b - 2a)\}$

39° $S = \{(-b ; -a)\}$

CORRECTION

1° $S = \{(1 ; -2)\}$

2° $S = \{(-2 ; 0)\}$

3° $S = \{(0 ; -1)\}$

4° $S = \{(-4 ; \frac{-5}{2})\}$

5° $S = \{(\frac{7}{2} ; \frac{-5}{4})\}$

6° $S = \{(3 ; 1)\}$

7° $S = \{(4 ; 0)\}$

8° $S = \{(-16 ; -9)\}$

9° $S = \{(-\frac{5}{2} ; -2)\}$

10° $S = \{(10 ; \frac{21}{2})\}$

11° $S = \{(-9 ; 15)\}$

12° $S = \{(-\frac{10}{3} ; -2)\}$

13° $S = \{(\frac{8}{5} ; \frac{1}{5})\}$

14° $S = \{(4 ; 10)\}$

15° $S = \{(\frac{12}{7} ; \frac{13}{7})\}$

16° $S = \{(5 ; 25)\}$

17° $S = \{(22 ; 6)\}$

18° $S = \{(-5 ; 6)\}$

19° $S = \{(-10 ; 7)\}$

20° $S = \{(4 ; -2)\}$

21° $S = \{(2 ; 1)\}$

22° $S = \{(\frac{14}{5} ; \frac{11}{5})\}$

23° $S = \{(1 ; \frac{5}{3})\}$

24° $S = \{(-\frac{1}{10} ; -\frac{7}{5})\}$

25° $S = \{(-2 ; -5)\}$

26° $S = \{(0 ; -2)\}$

27° $S = \{(9 ; 7)\}$

28° $S = \{(10 ; 12)\}$

29° $S = \{(1 ; 4)\}$

30° $S = \{(5 ; 2)\}$

31° $S = \{(5 ; 4)\}$

32° $S = \{(0 ; 10)\}$

33° $S = \{(3 ; 5)\}$

34° $S = \{(-\frac{11}{14} ; -\frac{6}{7})\}$

35° $S = \{(4 ; -2)\}$

36° $S = \{(7 ; -2)\}$

37° $S = \{(-\frac{39}{4} ; -\frac{107}{6})\}$

38° $S = \{(a + b ; b - 2a)\}$

39° $S = \{(-b ; -a)\}$

D) Problèmes à deux inconnues

Exemple

Un cheval et un mulet, portant un lourd fardeau, allaient côté à côté.

Le cheval se plaignait du poids excessif de son fardeau :

« De quoi te plains-tu ? » lui dit le mulet. « Si je te prends un sac, ma charge sera deux fois plus lourde que la tienne. Mais si tu prends un sac de mon dos, ton fardeau sera égal au mien. »

Dites-nous, mathématiciens éclairés de 3B,

combien de sacs portait le cheval et combien en portait le mulet ?

4°) Choix des inconnues : soit x est le nombre de sacs du ....

Soit y est le nombre de sacs du ....

5°) Mise en équation :

Equation 1 :

Si je prends un sac	....	(Charge du cheval)
ma charge	....	(Charge du mulet)
sera deux fois plus lourde que la tienne	....	

Equation 2 :

si tu prends un sac de mon dos	....	(Charge du mulet)
ton fardeau	....	(Charge du cheval)
sera égal au mien	....	

Le système du premier degré à deux inconnues à résoudre est

$$\begin{cases} \text{......................................} \\ \text{......................................} \end{cases}$$

6°) Résolution de ce système

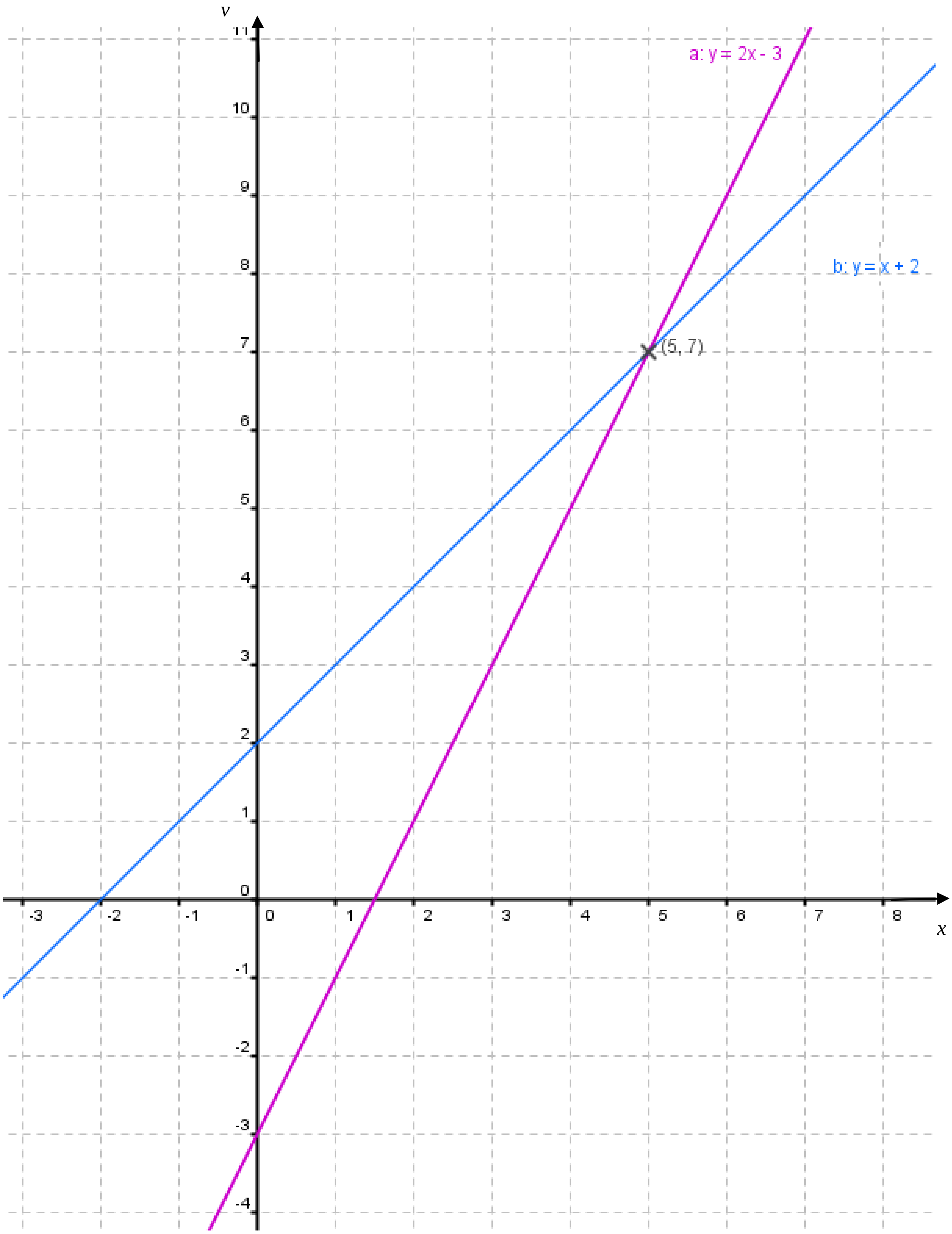
7°) Interprétation du problème

Le cheval portait ……***sacs et le mulet en portait*** ………

8°) Vérification : relire le problème

9°) Résolution graphique de ce système

GGB mulet



Le cheval portait …5….sacs et le mulet en portait …7……

Problèmes

GÉNÉRAL ~ DIVERS **220**

1) Trouve deux nombres tels que le double du premier augmenté du second vaut 69 et que le tiers du premier augmenté du double du second vaut 39.

2) Trouve deux nombres sachant que la somme du tiers du premier et de la moitié du second égale 52 et que le premier diminué du second donne 16.

3) Trouve deux nombres sachant que, si l'on ajoute 1 au triple de leur somme, on trouve 34 et que la différence entre le triple du premier et le second vaut 1.

4) Dans une carrière, on découpe 55 dalles de granit pesant au total 2810 kg. Sachant que les unes pèsent 62 kg et les autres 38 kg, détermine le nombre de dalles de chaque sorte ?

5) Forme 660 € à l'aide de billets de 20 € et de billets de 50 € de telle manière qu'il y ait trois fois plus de billets de 20 € que de 50 €.

6) J'échange des pièces de 2 € contre des billets de 5 €; j'ai alors 36 billets de moins que le nombre de pièces. Quelle est la somme échangée, le nombre de billets et le nombre de pièces ?

7) Le périmètre d'un rectangle est 60 cm. Si l'on augmente la longueur de 8 cm et la largeur de 4 cm, l'aire augmente de 200 cm^2. Quelles sont les dimensions de ce rectangle ?

8) En une journée, un pompiste vend 2800 litres d'euro-super sans plomb et 2500 litres de gasoil, pour un total de 4871 €. Le lendemain, il écoule 2600 litres d'euro-super et 3100 litres de gasoil pour une valeur de 5107 €. Quel est le prix d'un litre d'euro-super et celui d'un litre de gasoil ?

9) Deux ouvriers ont fait ensemble 130 mètres d'un ouvrage en travaillant respectivement 3 jours et demi pour le premier et 5 jours et demi pour le second. S'ils avaient travaillé le premier 4 jours et demi et le deuxième 5 jours, ils auraient fait 134 mètres. Combien de mètres chaque ouvrier fait-il par jour ?

10) L'aire d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 10 m est de 25 m^2. Calcule la mesure de la hauteur issue du sommet de l'angle droit ainsi que les mesures des segments déterminés par cette hauteur sur l'hypoténuse.

MÉLANGES

11) En mélangeant 15 litres d'un vin avec 25 litres d'un vin d'une autre qualité, on obtient du vin à 2,55 € le litre. En mélangeant 30 litres du premier avec 20 litres de l'autre, on obtient du vin à 2,28 € le litre. Quel est le prix d'un litre de chaque sorte de vin ?

12) Un orfèvre possède deux lingots d'or; le premier est au titre de 0,920 et le second au titre de 0,750. Il veut en faire un lingot de 8,5 kg au titre de 0,840. Détermine la composition de cet alliage.

Le titre d'un alliage est le rapport de la masse du métal fin à la masse totale de l'alliage; il s'exprime en millièmes ou en carats.

Âges **221**

13) L'âge d'un père surpasse de 2 ans le triple de l'âge de son fils. Dans 14 ans, l'âge du père sera égal au double de celui de son fils. Quels sont leurs âges actuels ?

14) Il y a 8 ans, l'âge de mon frère était le double du mien. Aujourd'hui, le triple de mon âge surpasse de 1 an le double du sien. Quels sont nos âges actuels ?

15) La somme de l'âge d'un père et du triple de celui de sa fille égale 60 ans. Trouve leurs âges actuels sachant que l'âge du père surpasse de 4 ans le quadruple de celui de la fille.

16) L'âge d'un père surpasse de 10 ans le triple de celui de sa fille. Sachant que dans 14 ans, l'âge du père ne dépassera plus que de 4 ans le double de celui de sa fille, calcule leurs âges actuels respectifs.

17) Luc dit à Sarah : "Il y a 8 ans, mon âge était le double du tien et quand tu auras l'âge que j'ai, la somme de nos âges sera égale à 46 ans." Quels sont les âges actuels de chacun ?

18) Jacques a 5 ans de plus que sa sœur Isabelle, et la somme de leurs âges et de celui de leur maman égale 60 ans. Calcule leurs âges actuels si tu sais que l'âge de la maman surpasse de 3 ans le double de la somme des âges de ses enfants.

19) On demande à quelqu'un son âge ainsi que celui de son père et celui de sa grand-mère. Il répond : "Mon âge et celui de mon père font ensemble 59 ans, mon père et ma grand-mère ont ensemble 119 ans, enfin mon âge et celui de ma grand-mère font ensemble 90 ans." Détermine l'âge de chacun.

Division euclidienne

20) Un professeur d'éducation physique forme des équipes pour un jeu. S'il forme des équipes de 6, il reste 2 élèves; s'il forme des équipes de 7, il manque 4 élèves. Sachant que le nombre d'équipes est le même, trouve le nombre de participants et le nombre d'équipes.

21) Une institutrice veut récompenser ses élèves pour leur bon travail et leur distribuer des bonbons de manière équitable. Si elle en donne 8 à chacun, il lui en reste 11. Si elle en donne 9 à chacun, il lui en manque 12. Combien a-t-elle de bonbons à distribuer et combien d'élèves compte cette classe ?

22) Un grand-père dispose d'une somme d'argent qu'il veut distribuer à ses petits-enfants. S'il donne 60 € à chacun, il lui reste 30 €; s'il donne 70 € à chacun, il lui manque 40 €. Détermine le nombre de petits-enfants et la somme à partager.

23) Dans une pépinière, on veut planter des rangées d'arbres. Si dans chaque rangée, on plante 14 arbres, il en reste 8; si par contre, on en plante 15 dans chaque rangée, il en manque 5. De combien d'arbres dispose-t-on et combien veut-on planter de rangées ?

Nombres et nombres "renversés" 222

N.B. Le nombre "renversé" de 52 est 25; le nombre "renversé" de 216 est 612.

24) Un nombre de deux chiffres est tel que la somme du chiffre des unités et du double de celui des dizaines est 20. Trouve ce nombre si tu sais qu'en soustrayant le nombre du nombre "renversé", on trouve 18.

25) Si l'on soustrait 9 à un nombre de deux chiffres, le résultat obtenu est inférieur de 10 au double du nombre "renversé". Trouve ce nombre sachant que la somme du nombre, du nombre "renversé" et de la somme de ses chiffres est 120.

26) Un nombre de deux chiffres est tel qu'en additionnant les chiffres qui le forment au nombre et au nombre "renversé", on obtient 84. Trouve ce nombre si le nombre "renversé" surpasse de deux unités le double du nombre.

27) La somme des chiffres d'un nombre de trois chiffres est 13. En lui ajoutant le` nombre "renversé" et le chiffre des centaines, on obtient 585. Si on retranche son double du nombre "renversé", on obtient 5. Quel est ce nombre ?

Mouvements ~ vitesse

28) Tu pars pour l'école 12 minutes avant ton frère. Tu marches à la vitesse moyenne de 4 km/h et ton frère à 5 km/h. Il te rejoint aux trois-quarts du trajet. Après quelle distance seras-tu rejoint et quelle est la distance entre l'école et la maison ? (Éventuellement, résolution graphique)

29) Un cycliste part à 8 h pour une randonnée et décide de tenir une vitesse moyenne de 16 km/h. Trois-quarts d'heure plus tard, son ami démarre du même endroit dans la même direction mais veut soutenir une moyenne de 22 km/h. Calcule à quelle heure et à quelle distance du point de départ, le second rejoindra celui qui est parti le premier. (Interprétation graphique éventuelle)

30) Visé et Fosses-la-Ville sont deux villes distantes de 128 km. Un premier automobiliste quitte Visé à 10 h et se dirige vers Fosses à la vitesse moyenne de 84 km/h. Au même moment, un second automobiliste quitte Fosses et se dirige vers Visé à la vitesse moyenne de 76 km/h. Détermine à quelle heure et à quelle distance de Visé se fera la rencontre.

31) Deux amis décident de partir à la rencontre l'un de l'autre à vélo. Freddy part de Louvain-La-Neuve et Arnaud de Remouchamps. Ils démarrent au même moment et se rencontrent après avoir roulé chacun pendant deux heures et quinze minutes. Sachant que la distance séparant les lieux de départ est de 96,3 km par un itinéraire connu et que la moyenne réalisée par Freddy est de 5,2 km/h supérieure à celle d'Arnaud, calcule la vitesse moyenne de chacun et à quelle distance de Louvain-La-Neuve ils se sont rencontrés.

INTÉRETS 223

32) Deux sommes d'argent placées l'une à 6 % et l'autre à 8 % produisent ensemble un intérêt de 255 €. Si l'une était placée au taux de l'autre et réciproquement, elles produiraient 284 € d'intérêts. Quelles sont ces deux sommes ?

33) Deux capitaux ont pour somme 7800 €. Le premier est placé à 1,5 % de plus que le second et ils produisent ensemble 537 € d'intérêts par an. Si le premier était placé au taux du second, et réciproquement, ils produiraient 516 € d'intérêts. Quels sont les deux capitaux et à quels taux sont-ils placés ?

FRACTIONS

34) Détermine une fraction si tu sais qu'en ajoutant 3 à son numérateur, la fraction est équivalente à 2 tandis que si tu ajoutes 2 à son dénominateur, la fraction obtenue est équivalente à 1.

35) Si tu augmentes les deux termes d'une fraction de 7, la fraction est équivalente à 3/2; par contre, si tu diminues les deux termes de 2, le résultat vaut 6. Quelle est la fraction initiale ?

PARTAGES

36) Marc et Sophie doivent se partager une somme de telle façon que la part de Sophie dépasse de 200 € les 2/3 de celle de Marc. Sachant que la somme à partager dépasse de 90 € le double de la part de Marc, calcule la part de chacun et la somme à partager.

37) Une somme d'argent a été partagée équitablement entre un certain nombre de personnes. S'il y avait eu 5 personnes de plus, chacune aurait reçu 64 € de moins. Au contraire, s'il y avait eu 3 personnes de moins, chacune aurait reçu 64 € de plus. Détermine le nombre de personnes, la part de chacune et la somme partagée.

38) Alain, Luc et Sandrine doivent se partager une somme de telle manière que la part de Luc égale les 3/4 de celle d'Alain et que celle de Sandrine égale 100 € de plus que les 2/3 de celle de Luc. Si tu sais que la somme de la part d'Alain et du double de celle de Luc surpasse de 8 € la somme à partager, calcule la somme à partager et la part de chacun.

39) Les points A(4 ; 1), B(2 ; 5) et C(8 ; 3) sont les sommets d'un triangle ABC.

a) Calcule les mesures des côtés et les amplitudes des angles du triangle ABC. Déduis-en la nature de celui-ci.

b) Calcule le périmètre et l'aire de ce triangle.

c) Détermine l'équation de la bissectrice de l'angle $\widehat{A}$ et les coordonnées de son point d'intersection avec BC.

d) Détermine l'équation de la hauteur issue du point B.

e) Détermine l'équation de la médiane issue du point C et les coordonnées de son point d'intersection avec AB.

40) Les points A(1 ; 1), B(1 ; 7) et C(7 ; 3) sont les sommets d'un triangle ABC.

a) Détermine l'équation de la hauteur issue du point C et les coordonnées de son point d'intersection avec AB.

b) Calcule les mesures des côtés et les amplitudes des angles du triangle ABC.

c) Calcule le périmètre et l'aire de ce triangle.

d) Détermine les coordonnées du point d'intersection des hauteurs.

41) Les points A(2 ; 2), B(7 ; 1), C(8 ; 4) et D(2 ; 6) sont les sommets d'un quadrilatère ABCD.

a) Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

b) Calcule le périmètre et l'aire de ce quadrilatère.

c) Détermine les coordonnées du point d'intersection de ses diagonales.

42) Les points A(0 ; 2), B(5 ; 1), C(9 ; 5) et D(4 ; 6) sont les sommets d'un quadrilatère ABCD.

a) Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

b) Calcule le périmètre et l'aire de ce quadrilatère.

c) Détermine les coordonnées du point d'intersection de ses médianes.

Activité 5 – Problèmes à deux inconnues **215**

a) Détermine deux nombres sachant que leur somme vaut 90 et que la division du 1er par le 2e donne 3 comme quotient et 6 comme reste.

b) Détermine les dimensions d'un rectangle si tu sais que son aire vaut 48 cm^2 et que sa largeur vaut les $\frac{3}{4}$ de sa longueur.

c) Lors d'un achat de CD à la FNAC, la caissière distraite a confondu le nombre de CD simples et le nombre de CD albums. Au lieu de payer 60 €, j'ai déboursé 96 €. Si tu sais que j'ai acheté deux CD albums et quatre CD simples, détermine le prix de chaque CD.

d) Paul possède des poules et des lapins. Il dit à son ami Michel qui lui demande combien il possède d'animaux : "Il y a en tout 15 têtes et 40 pattes."
Détermine le nombre de poules et de lapins de Paul.

e) Un viticulteur a du vin blanc de deux qualités. En mélangeant 6 hl du meilleur avec 4 hl du moins bon, le litre du mélange revient à 3,10 €. En mélangeant 8 hl du meilleur avec 12 hl de l'autre, le litre revient à 2,90 €. Quel est le prix du litre de chaque sorte de vin ?

f) Deux sommes d'argent, l'une de 700 €, l'autre de 900 € rapportent ensemble 65 € d'intérêts par an. En les plaçant l'une au taux de l'autre, l'intérêt serait de 63 €. Calcule les deux taux.

g) En ajoutant 27 à un nombre de deux chiffres, on obtient le nombre «renversé»; le chiffre des unités augmenté de 1 vaut le double du chiffre des dizaines. Quel est ce nombre ?

h) Une tour est protégée par un large fossé. Un observateur (placé en A) voit le sommet de la tour sous un angle de 42°.

S'il recule de 10 m (en B), l'angle n'est plus que de 27°.

Calcule, au centimètre près, la largeur du fossé et la hauteur de la tour.