

Introduction

1. Introduction

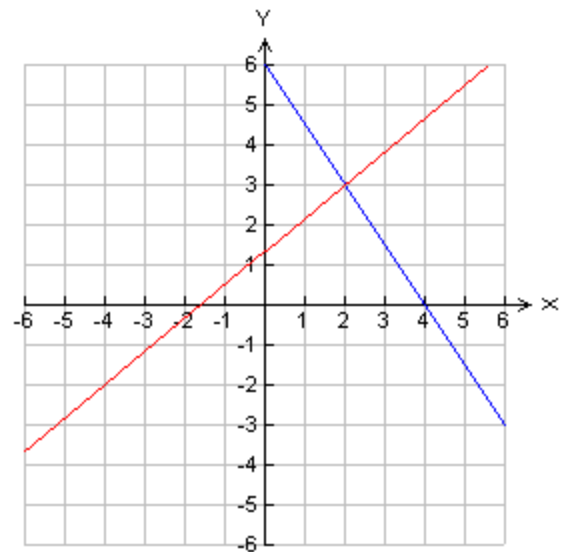
2. Résolution algébrique

- ✦ méthode de substitution
- ✦ méthode de combinaison
- ✦ méthode de Gauss (méthode d'addition-Coefficients opposés)

3. Résolution graphique

4. Exercices

$$\begin{cases} 2 \text{ 🐱} + 3 \text{ 🐱} = -6 \\ -5 \text{ 🐱} - 2 \text{ 🐱} = 0 \end{cases}$$



A Recherches

Recherche 1 : Histoire de pattes (Boutriau P 81)



L'oncle Jules est fier de sa petite basse-cour ;
« J'ai des lapins et des poules ; en tout vingt pattes ! »
Combien a-t-il de lapins et de poules ?

1°) Choix des inconnues

- Soit x le nombre de lapins
- Soit y le nombre de poules

2°) Mise en équation

- Soient les pattes des lapins $4x$
- Soient les pattes des poules $2y$

3°) Mise en équation :

En tout, vingt pattes $4x + 2y = 20 \dots\dots$

4°) Résolution de l'équation

$$4x + 2y = 20$$

$$\Leftrightarrow 2x + y = 10$$

$$\Leftrightarrow y = 10 - 2x$$

$$\Leftrightarrow y = -2x + 10$$

Divisons les deux membres de l'équation par 2

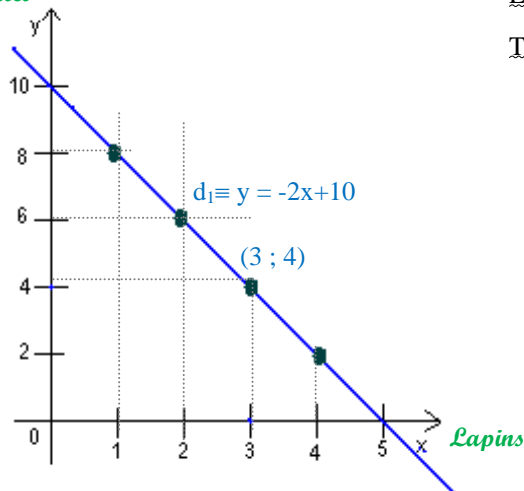
Soustrayons $2x$ aux deux membres de l'équation



Réfléchissons :

$y = -2x + 10$ est l'équation d'une droite du premier degré. Traçons-la

Poules



Equation de la droite : $y = -2x + 10$

Tableau :

| x | y |
|-----|-----|
| 0 | |
| | 0 |
| | |
| | |
| | |

| $(x ; y)$ |
|-----------|
| |
| |
| |
| |
| |

Coordonnées à l'origine

Solutions :

L'ensemble des solutions de cette équation est **l'ensemble des coordonnées des points du graphique de la fonction**

$$f : x \rightarrow y = -2x + 10$$

- 5°) Solutions du problème : 1 lapin et 8 poules ; 2 lapins et 6 poules ;
3 lapins et 4 poules ; 4 lapins et 2 poules

Les solutions du problème présenté sont données par les solutions entières et positives de l'équation. Ces solutions sont les coordonnées des points.



Synthèse partielle

Définition



L'équation $ax + by + c = 0$ est **une équation du premier degré à deux inconnues x et y** (a et b étant des réels non nuls)

Solutions d'une équation du premier degré à deux inconnues (Théorie NAM P335 n°2)

Une solution de cette équation est un **couple** de réels (x ; y) qui répondent à la question posée.

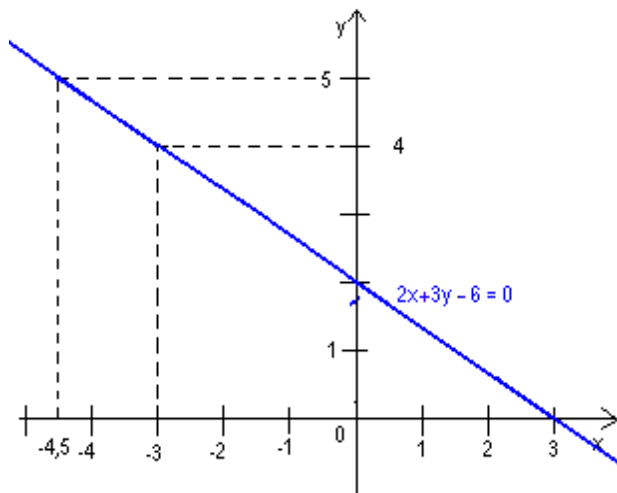
Ses solutions sont **tous** les couples qui sont la coordonnée des points de la droite d'équation $ax + by + c = 0$.

Pour résoudre graphiquement une équation du premier degré à deux inconnues (où a et b ne sont pas nuls simultanément), on trace la droite dont l'équation est celle qui est donnée.



Exemple : $2x + 3y - 6 = 0$ est une équation du premier degré en x et y.

Traçons-la : (recherchons trois de ses points : deux points suffisent mais jouons la sécurité ;-)



| x | y |
|---|---|
| 0 | |
| | 0 |
| | |

| (x ; y) |
|---------|
| |
| |
| |

Coordonnées à l'origine

Solutions : l'ensemble des couples solutions de cette équation se représente par la droite passant par les points : (0 ; 2) ; (3 ; 0) ; (-4,5 ; 5), (-3 ; 4), ...

Ces solutions sont tous les couples qui sont les coordonnées des points de la droite d'équation

Equation de la droite :

$$2x + 3y - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3y = -2x + 6$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{6}{3}$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{2}{3}x + 2$$

Attention : dans les expressions

$$\ll a_1 x + b_1 y + c = 0 \gg$$

et

$$\ll y = a_2 x + b_2 \gg$$

$a_1 \neq a_2$ et $b_1 \neq b_2$ pour

Recherche 2 : Histoire de fractions



Trouve les deux nombres réels

Tels que leur demi-somme diminuée du tiers de leur différence égale sept sixièmes
et tels que le double de leur somme augmentée de quatre égale 2

1°) Choix des inconnues

Soient x et y les deux nombres réels recherchés

2°) Mise en équation

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = \frac{7}{6} & \text{Equation 1 (1)} \\ 2(x+y) + 4 = 2 & \text{Equation 2 (2)} \end{cases}$$

3°) Résolution

Simplifions chacune des équations avant de les résoudre

La disposition suivant est très pratique mais rarement utilisée

| | |
|---|--|
| Equation (1) | Equation (2) |
| $\frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = \frac{7}{6}$ | $2(x+y) + 4 = 2$ |
| $\frac{3(x+y)}{3 \cdot 2} - \frac{2(x-y)}{2 \cdot 3} = \frac{7}{6}$ | $\Leftrightarrow 2x + 2y + 4 = 2$ |
| $\Leftrightarrow 3(x+y) - 2(x-y) = 7$ | $\Leftrightarrow 2x + 2y = 2 - 4$ |
| $\Leftrightarrow 3x + 3y - 2x + 2y = 7$ | $\Leftrightarrow 2x + 2y = -2$ |
| $\Leftrightarrow x + 5y = 7$ | $\Leftrightarrow x + y = -1$ |
| | $\begin{cases} x + 5y = 7 & (1)' \\ x + y = -1 & (2)' \end{cases}$ |

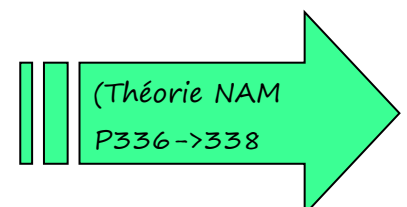


Nous obtenons un système « simplifié » de deux équations à deux inconnues

Résoudre un système de 2 équations à 2 inconnues, c'est trouver le couple $(x ; y)$ qui vérifie en même temps les deux équations

Plusieurs méthodes de **résolutions** s'offrent à nous :

- 3+1 méthodes algébriques et
- une méthode graphique



1°) Méthode de résolution par comparaison

$$\begin{cases} x + 5y = 7 & (1)' \\ x + y = -1 & (2)' \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -5y + 7 \\ x = -y - 1 \end{cases}$$

Deux quantités égales à une même troisième sont égales entre elles

$$-5y + 7 = -y - 1$$

$$-5y + y = -1 - 7$$

$$-4y = -8$$

$$y = 2$$

Remplaçons y par 2 dans l'équation

$$x = -5 \cdot 2 + 7 = -10 + 7 = -3 \quad \text{dans (1)}$$

$$x = -2 - 1 = -3 \quad \text{dans (2)}$$

Solution

$$x = -3 \text{ et } y = 2$$

$$S = \{ (-3 ; 2) \}$$

2°) Méthode par substitution

Substituer = remplacer par = mettre à la place de

$$\begin{cases} x + 5y = 7 & (1)' \\ x + y = -1 & (2)' \end{cases}$$

Isolons x dans (2)'

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 5y = 7 \\ x = -y - 1 \end{cases}$$

Remplaçons x par $(-y - 1)$ dans (1)'

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (-y - 1) + 5y = 7 \\ x = -y - 1 \end{cases}$$

Simplifions les écritures

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -y - 1 + 5y = 7 & (1) \\ x = -y - 1 & (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -y + 5y = 7 + 1 & (1) \\ x = -y - 1 & (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4y = 8 & (1) \\ x = -y - 1 & (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 & (1) \\ x = -y - 1 & (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 & (1) \\ x = -2 - 1 & (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 & (1) \\ x = -3 & (2) \end{cases}$$

Solution : $S = \{ (-3 ; 2) \}$

Conseils :

Pour résoudre un système,

il est préférable que chaque équation soit présentée sous la même forme.

Souvent, on utilise la forme « $ax + by + c = 0$ » ou la forme « $ax + by = c$ »



Attention : dans les expressions « $a_1 x + b_1 y + c = 0$ » et « $y = a_2 x + b_2$ »

$a_1 \neq a_2$ et $b_1 \neq b_2$ pour

Pour chaque système, transforme au minimum l'énoncé pour que les équations apparaissent sous la même forme.

3°) Méthode par combinaisons (Méthode des coefficients opposés/ Méthode d'addition/ Variante de la méthode de Gauss)

Résoudre ces systèmes par **combinaisons**, c'est à dire :

1. Multiplier les deux équations par des nombres qui permettront d'**éliminer x** par addition ou soustraction.
2. Multiplier les deux équations par des nombres qui permettront d'**éliminer y** par addition ou soustraction.

$$\begin{cases} x + 5y = 7 & | & 1 & | & 1 \\ x + y = -1 & | & -5 & | & -1 \end{cases}$$

Éliminons les y

$$\begin{cases} x + 5y = 7 & | & 1 \\ -5x - 5y = 5 & | & -5 \end{cases}$$

$$-4x = 12$$

$$x = \frac{12}{-4}$$

$$x = -3$$

Éliminons les x

$$\begin{cases} x + 5y = 7 & | & 1 \\ -x - y = 1 & | & -1 \end{cases}$$

$$4y = 8$$

$$y = \frac{8}{4}$$

$$y = 2$$



Gauss
(.....)

Le système donné est équivalent au système $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$

La solution du système est le couple $(-3 ; 2)$

On note :

Solution: $S = \{ (-3 ; 2) \}$

4°) Variante

On peut aussi **mélanger** différentes méthodes

$$\begin{cases} x + 5y = 7 & (1)' \\ x + y = -1 & (2)' \end{cases}$$

Éliminons les y

$$\begin{cases} x + 5y = 7 & | & 1 \\ -5x - 5y = 5 & | & -5 \end{cases}$$

$$-4x = 12$$

$$x = \frac{12}{-4}$$

$$x = -3$$

Remplaçons x par (-3) dans le système (2)'

$$-3 + y = -1$$

$$y = -1 + 3$$

$$y = 2$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Solution: $S = \{ (-3 ; 2) \}$

Le système possède une unique solution

Dans un futur proche : méthode de Cramer

Gabriel Cramer
(Suisse-1704-1752)



5^o) Méthode graphique

Pour résoudre graphiquement un système de 2 équations à 2 inconnues,

- ☛ trace les droites d_1 et d_2 qui représentent les solutions de chaque équation;
- ☛ détermine la ou les coordonnées du/des **point(s) d'intersection** des droites d_1 et d_2 .

$$\begin{cases} x + 5y = 7 & (1)' \\ x + y = -1 & (2)' \end{cases}$$

Droite 1

$$5y = -x + 7$$

$$y = \frac{-x+7}{5}$$

$$d_1 \equiv y = \frac{-x}{5} + \frac{7}{5}$$

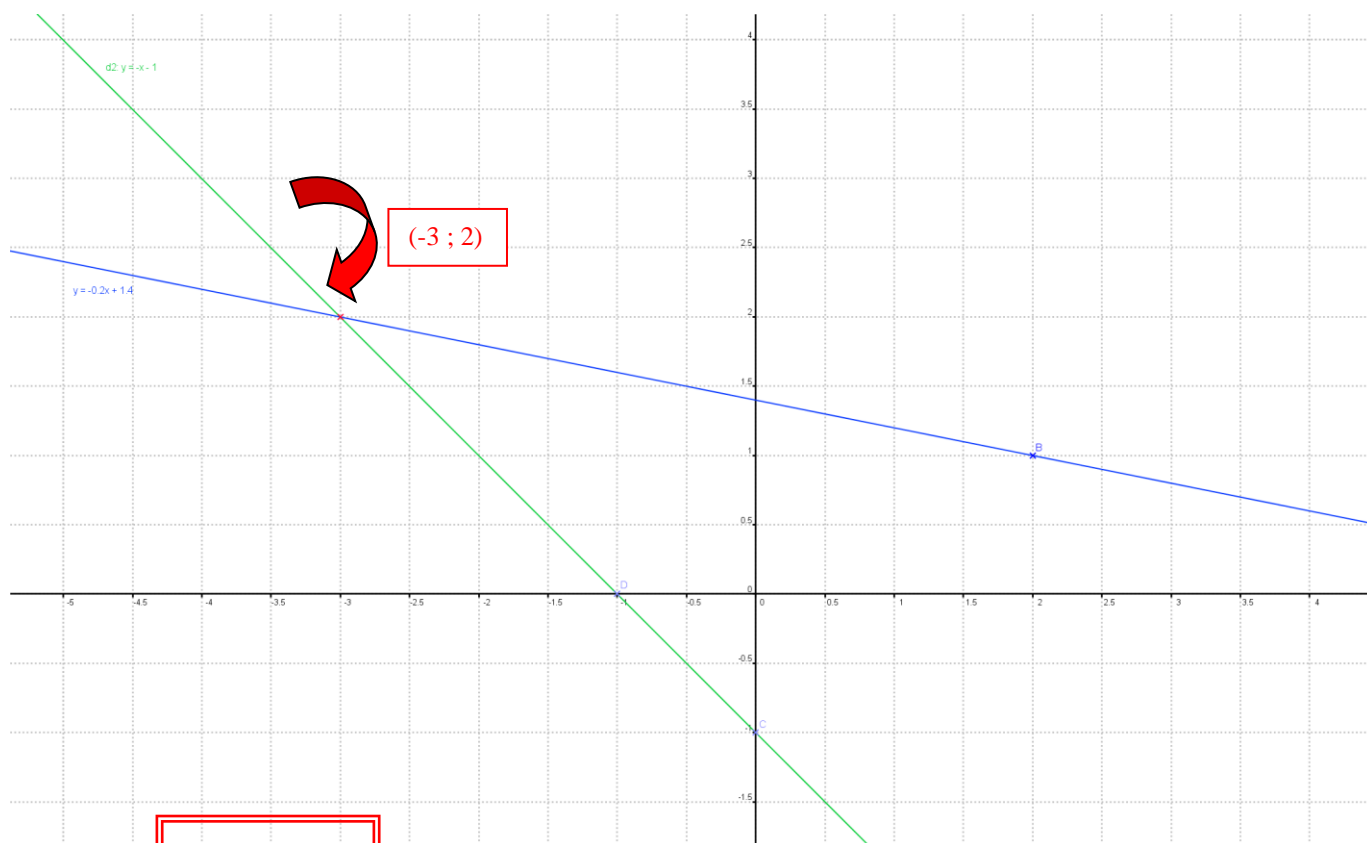
| x | y | (x ; y) |
|----|---------------|---------------------|
| 0 | $\frac{7}{5}$ | $(0 ; \frac{7}{5})$ |
| 7 | 0 | (7 ; 0) |
| 2 | 1 | (2 ; 1) |
| -3 | 2 | (-3 ; 2) |
| | | |
| | | |

Droite 2

$$y = -x - 1$$

$$d_2 \equiv y = -x - 1$$

| x | y | (x ; y) |
|----|---|----------|
| 0 | 1 | (0 ; 1) |
| -1 | 0 | (1 ; 0) |
| -3 | 2 | (-3 ; 2) |
| | | |
| | | |



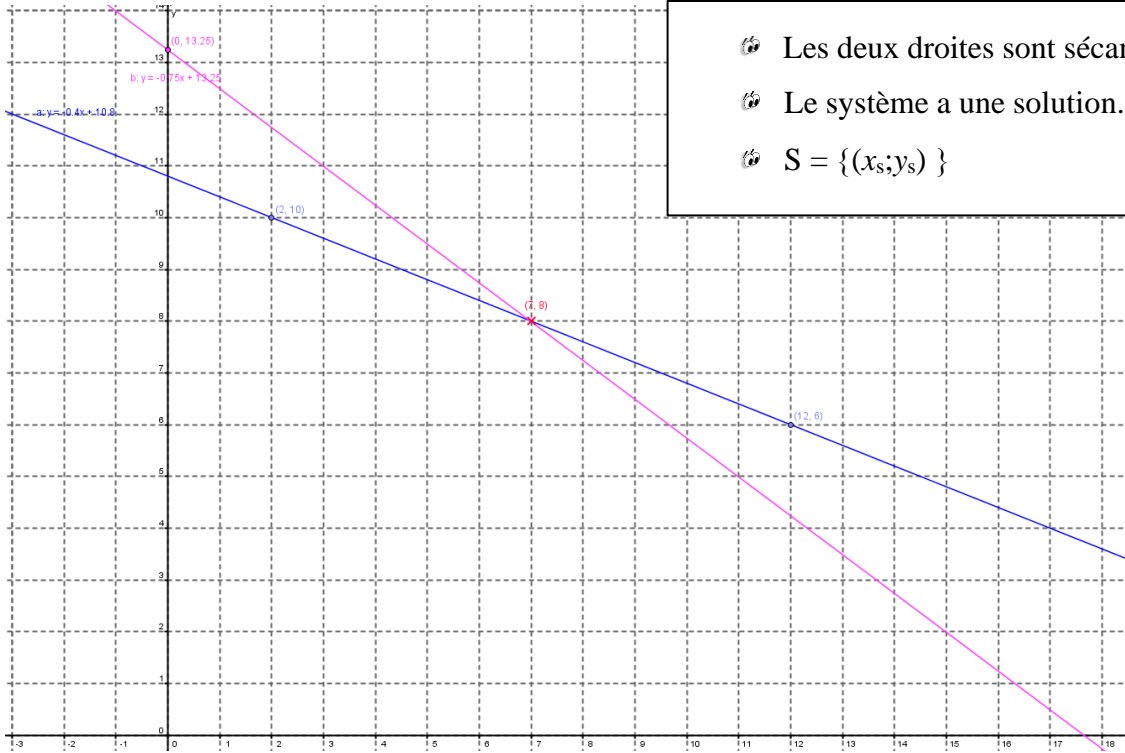
Solution : $S = \{(-3 ; 2)\}$

Recherche 3 : Tout est possible même l'impossible

Théorie NAM P339

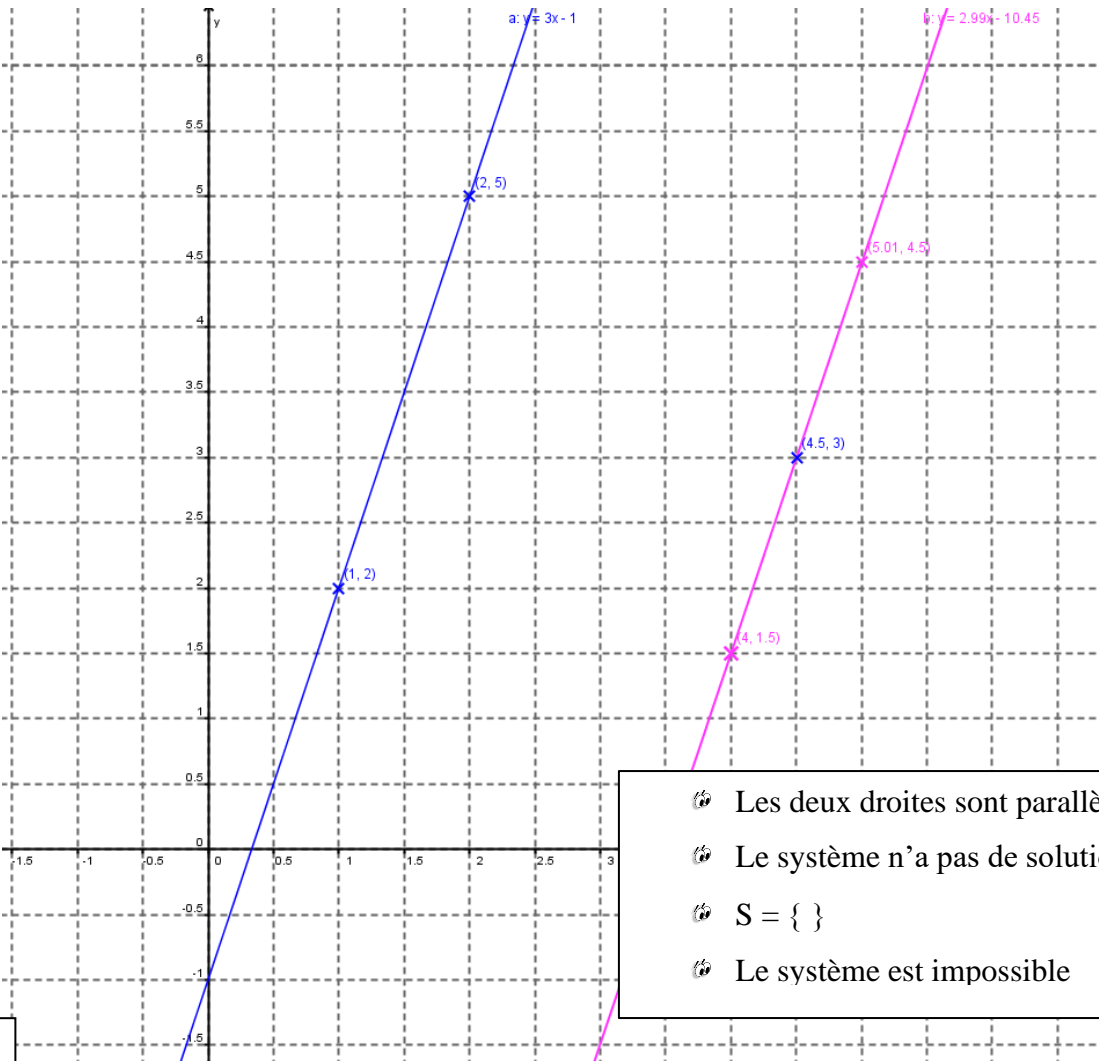
| Systemes | $\begin{cases} 2x + 5y = 54 \\ 3x + 4y = 53 \end{cases}$ | | $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -2x + \frac{2}{3}y = -7 \end{cases}$ | | $\begin{cases} 4x + 2y = 6 \\ -x - \frac{y}{2} = -1,5 \end{cases}$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---|---|---|---|--|--|--|--|--|---|---|---|--|--|--|--|--|--|---|---|---|----------|----------|----------|----------|--|--|---|---|---|------------|----------|----------|------------|--|--|---|---|---|-----------|----------|----------|----------|-----------|----------|---|---|---|--|--|--|--|--|--|
| Résolution algébrique | <p>Eliminons les y</p> $\begin{cases} 2x + 5y = 54 \\ 3x + 4y = 53 \end{cases}$ <hr/> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>$x = 7$</p> <p>Solution: $S = \{ (7 ; 8) \}$</p> <p>Le système possède une solution</p> | <p>Eliminons les x</p> $\begin{cases} 2x + 5y = 54 \\ 3x + 4y = 53 \end{cases}$ <hr/> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>$y = 8$</p> <p>Solution: $S = \{ (7 ; 8) \}$</p> <p>Le système possède une solution</p> | <p>Eliminons les y</p> $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -2x + \frac{2}{3}y = -7 \end{cases}$ <hr/> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>$x = \dots\dots\dots$</p> <p>Solution: $S = \{ \} = \emptyset$</p> <p>Le système possède aucune solution</p> | <p>Eliminons les x</p> $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -2x + \frac{2}{3}y = -7 \end{cases}$ <hr/> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>$y = \dots\dots\dots$</p> <p>Solution: $S = \{ \} = \emptyset$</p> <p>Le système possède aucune solution</p> | <p>Eliminons les y</p> $\begin{cases} 4x + 2y = 6 \\ -x - \frac{y}{2} = -1,5 \end{cases}$ <hr/> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>$x = \dots\dots\dots$</p> <p>Solution: $S = \dots\dots\dots$</p> <p>Le système possède une infinité de solutions</p> | <p>Eliminons les x</p> $\begin{cases} 4x + 2y = 6 \\ -x - \frac{y}{2} = -1,5 \end{cases}$ <hr/> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>$y = \dots\dots\dots$</p> <p>Solution: $S = \dots\dots\dots$</p> <p>Le système possède une infinité de solutions</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Résolution graphique | <p>Droite 1</p> $2x + 5y = 54$ <p>$d_1 \equiv y = -0,4x + 10,8$</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> | x | y | | | | | | | <p>Droite 2</p> $3x + 4y = 53$ <p>$d_2 \equiv y = -0,75x + 13,25$</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> | x | y | | | | | | | <p>Droite 1</p> $3x - y = 1$ <p>$d_1 \equiv y = 3x - 1$</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><u>1</u></td> <td><u>2</u></td> </tr> <tr> <td><u>2</u></td> <td><u>5</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> | x | y | <u>1</u> | <u>2</u> | <u>2</u> | <u>5</u> | | | <p>Droite 2</p> $-2x + \frac{2}{3}y = -7$ <p>$d_2 \equiv y = 3x - 10,5$</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><u>4,5</u></td> <td><u>3</u></td> </tr> <tr> <td><u>4</u></td> <td><u>1,5</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> | x | y | <u>4,5</u> | <u>3</u> | <u>4</u> | <u>1,5</u> | | | <p>Droite 1</p> $4x + 2y = 6$ <p>$d_1 \equiv y = -2x + 3$</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><u>-1</u></td> <td><u>5</u></td> </tr> <tr> <td><u>1</u></td> <td><u>1</u></td> </tr> <tr> <td><u>-2</u></td> <td><u>7</u></td> </tr> </tbody> </table> | x | y | <u>-1</u> | <u>5</u> | <u>1</u> | <u>1</u> | <u>-2</u> | <u>7</u> | <p>Droite 2</p> $-x - \frac{y}{2} = -1,5$ <p>$d_2 \equiv y = -2x + 3$</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> | x | y | | | | | | |
| x | y | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | y | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | y | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <u>1</u> | <u>2</u> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <u>2</u> | <u>5</u> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | y | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <u>4,5</u> | <u>3</u> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <u>4</u> | <u>1,5</u> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | y | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <u>-1</u> | <u>5</u> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <u>1</u> | <u>1</u> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <u>-2</u> | <u>7</u> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| x | y | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Recherche 3.1



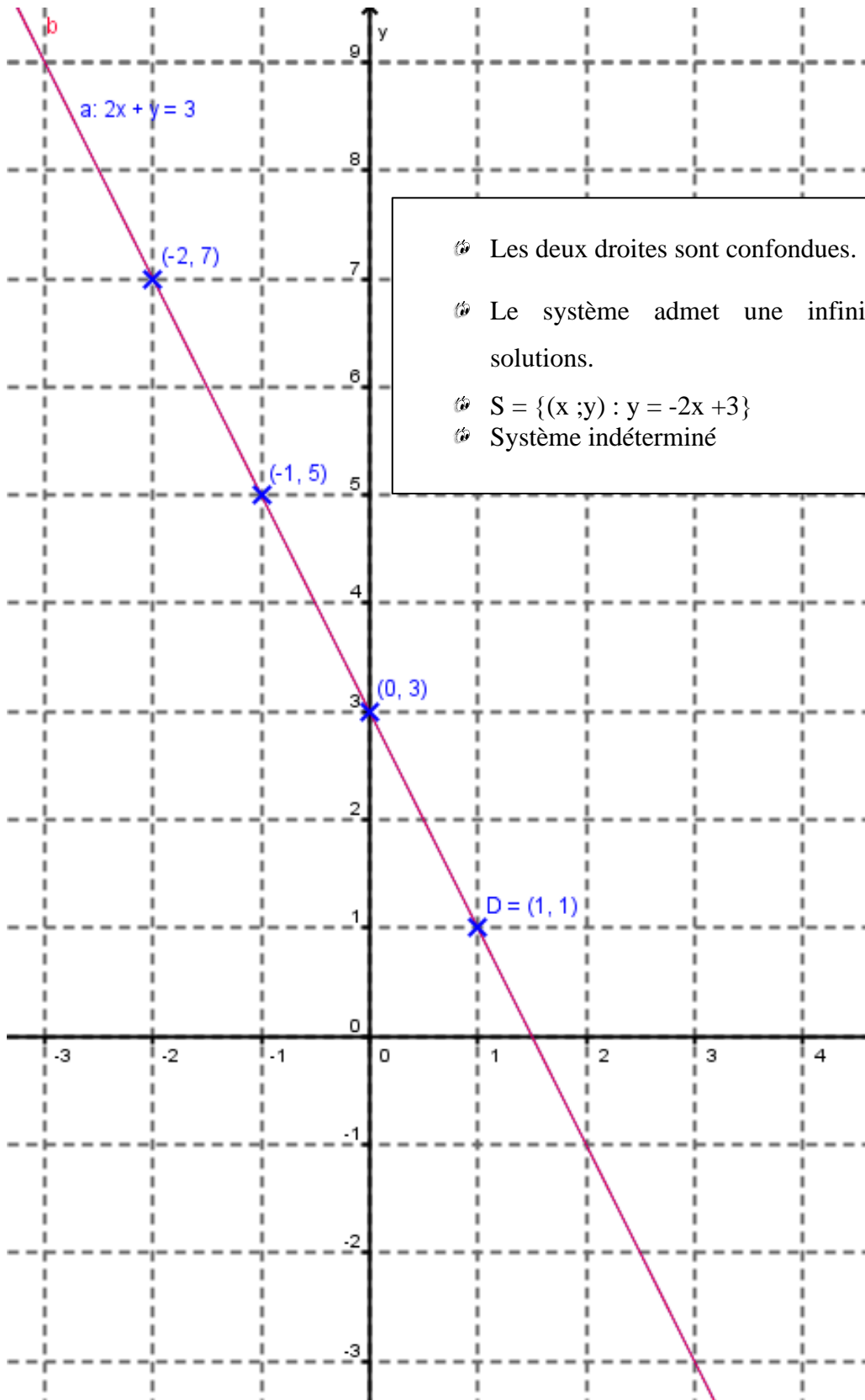
- ☞ Les deux droites sont sécantes.
- ☞ Le système a une solution.
- ☞ $S = \{(x_s; y_s)\}$

3.2 Recherche



- ☞ Les deux droites sont parallèles distinctes.
- ☞ Le système n'a pas de solution.
- ☞ $S = \{ \}$
- ☞ Le système est impossible

Recherche 3.3

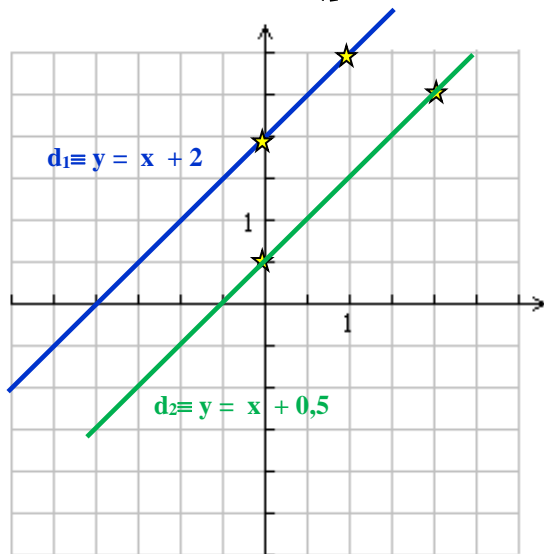


- Les deux droites sont confondues.
- Le système admet une infinité de solutions.
- $S = \{(x ;y) : y = -2x +3\}$
- Système indéterminé

Recherche 4 : Résolution graphique

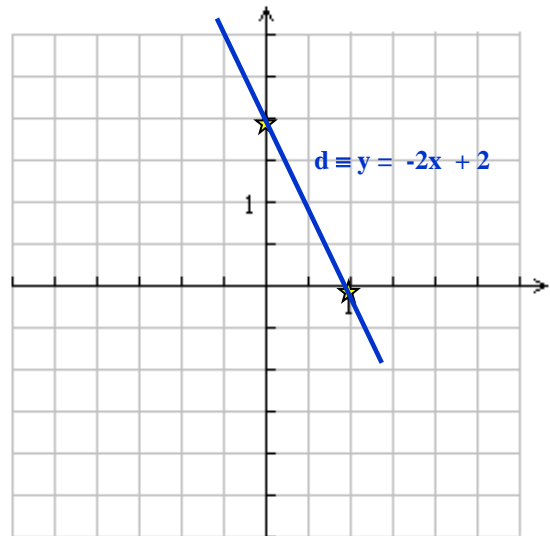
soit le système

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ -2x + 2y = 1 \end{cases}$$



soit le système

$$\begin{cases} -2x - y = -2 \\ x + \frac{1}{2}y = 1 \end{cases}$$



✿ Exprime pour chacune des deux équations y en fonction de x .

$$x - y = -2$$

$$-y = -x - 2$$

$$y = x + 2$$

$$d_1 \equiv y = x + 2$$

$$-2x + 2y = 1$$

$$2y = 2x + 1$$

$$y = x + \frac{1}{2}$$

$$d_2 \equiv y = x + \frac{1}{2}$$

$$-2x - y = -2$$

$$-y = 2x - 2$$

$$y = -2x + 2$$

$$d_1 \equiv y = -2x + 2$$

$$x + \frac{1}{2}y = 1$$

$$\frac{1}{2}y = -x + 1$$

$$y = -2x + 2$$

$$d_2 \equiv y = -2x + 2$$

| d_1 | |
|-------|-----|
| x | y |
| 0 | 2 |
| 1 | 3 |
| 2 | 4 |

| d_2 | |
|-------|-----|
| x | y |
| 0 | 0,5 |
| 1,5 | 2 |
| 2 | 2,5 |

| d_1 | |
|-------|-----|
| x | y |
| 0 | 2 |
| 1 | 0 |

| d_2 | |
|-------|-----|
| x | y |
| 0 | 2 |
| 1 | 0 |

✿ Trace dans le repère ci-dessus les droites

✿ Détermine les coordonnées du(ou des) point(s) qui vérifient à la fois les équations (E_1) et (E_2) ?

✿ Conclue et Vérifie ta conclusion

Solution : $S = \emptyset$

Solution : $S = \mathbb{R}$

✿ Pouvais-tu prévoir un tel résultat ? **OUI** Justifie:

Les deux droites ont la **même pente** (même coefficient angulaire)

⇒ Les droites sont **parallèles** (Pas d'intersection)

⇒ Système **IMPOSSIBLE**

Les équations des deux droites sont les mêmes

➤ Les droites sont confondues

➤ Système INDETERMINE





Question 1. Résous algébriquement et graphiquement les systèmes suivants :

| | | | |
|--|---|--|---|
| 1°) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$ $\{(2; -1)\}$ | 2°) $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$ $\{(6; -2)\}$ | 3°) $\begin{cases} x = \frac{-1}{2} \\ 4x + 2y = 5 \end{cases}$ $\{(-0,5; 3,5)\}$ | 4°) $\begin{cases} \frac{x+y}{3} - \frac{x-y}{2} = 9 \\ \frac{x}{2} + \frac{x+y}{9} = 5 \end{cases}$ $\{(6; 12)\}$ |
| 5°) $\begin{cases} -2x + 10y = 108 \\ -20y - 110x = -900 \end{cases}$ $\{(;)\}$ | 6°) $\begin{cases} -2x + y - 5 = 0 \\ 10x - 5y + 25 = 0 \end{cases}$ $\{(;)\}$ | 7°) $\begin{cases} 6(y-2) + 3(x-7) = 3 \\ -(x-2) + (4-2y) = 1 \end{cases}$ $\{\}$ | |

Question 2. Parmi ces systèmes d'équations, retrouve ceux qui ont pour solution le couple (2 ; 1)

| | | | |
|---|--|---|---|
| $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$ $x + 2y = 2 + 2 \times 1 = 4 \rightarrow$ OUI $x - y = 2 - 1 = 1 \neq 3 \rightarrow$ NON (2 ; 1) n'est pas une solution du système | $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$ $2 - 2 = 0 = 0$ oui $6 - 1 = 5 \neq 4$ NON (2 ; 1) est/n'est pas solution du système | $\begin{cases} x + y = 3 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases}$ $2 + 1 = 3$ oui $4 \cdot 2 - 3 = 8 - 3 = 5$ oui (2 ; 1) est/n'est pas solution du système | $\begin{cases} x - y = 4 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$ $2 - 1 = 1 \neq 4$ NON $3 \cdot 2 + 1 = 7$ oui (2 ; 1) est/n'est pas solution du système |
|---|--|---|---|

Question 3. Parmi ces systèmes d'équations, retrouve ceux qui ont pour solution le couple (3 ; -2)

| | | | |
|---|---|--|--|
| $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 4 \end{cases}$ $3 - 2 = 1$ OUI $3 + 2 = 5 \neq 4$ NON (3 ; -2) est/n'est pas solution du système | $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 5 \end{cases}$ $2 \cdot 3 - 2 = 4 \neq 3$ NON $6 - 2 = 4 \neq 5$ NON (3 ; -2) est/n'est pas solution du système | $\begin{cases} y - x = -5 \\ 3x + 4y = 1 \end{cases}$ $-2 - 3 = -5$ OUI $3 \cdot 3 + 4 \cdot (-2) = 9 - 8 = 1$ OUI (3 ; -2) est/n'est pas solution du système | $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ x + 2y = 3 \end{cases}$ $3 - 4 = -1$ OUI $3 - 4 = -1 \neq 3$ NON (3 ; -2) est/n'est pas solution du système |
|---|---|--|--|

Question 4. Parmi ces couples de nombres (x ; y), retrouve la solution du système d'équations

$$\begin{cases} x + 3y = 7 \\ 3x + y = -3 \end{cases}$$

| | | | |
|---|---|--|---|
| (1 ; 2) | (2 ; -3) | (0 ; 0) | (-2 ; 3) |
| $1 + 3 \cdot 2 = 7$ OUI $3 \cdot 1 + 2 = 5 \neq -3$ NON (1 ; 2) est/n'est pas solution du système | $2 - 3 \cdot 3 = -7 \neq 7$ NON $2 - 9 = -7$ NON $-7 - 3 = -10 \neq -3$ NON (2 ; -3) est/n'est pas solution du système | $0 + 3 \cdot 0 = 0 \neq 7$ NON $0 = 0$ NON (0 ; 0) est/n'est pas solution du système | $-2 + 9 = 7$ OUI $7 = 7$ OUI (-2 ; 3) est/n'est pas solution du système |

$$1^{\circ} \begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

$$6^{\circ} \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{6} - \frac{4}{3} = 0 \\ \frac{x}{4} - y + \frac{1}{4} = 0 \end{cases}$$

$$11^{\circ} \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y-1}{4} = \frac{1}{2} \\ \frac{3-x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \end{cases}$$

$$2^{\circ} \begin{cases} x = y - 2 \\ 3x + 2y + 6 = 0 \end{cases}$$

$$7^{\circ} \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{3y}{10} - 2 = 0 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{2} - \frac{4}{3} = 0 \end{cases}$$

$$12^{\circ} \begin{cases} \frac{y-13}{3} - \frac{3x}{2} = 0 \\ \frac{x-3y}{4} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$3^{\circ} \begin{cases} 2x + 3y = -3 \\ 4x + y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$8^{\circ} \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = \frac{-5}{6} \\ \frac{-x}{4} + \frac{y}{3} - 1 = 0 \end{cases}$$

$$13^{\circ} \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y-1}{4} - 1 = 0 \\ \frac{x}{6} + \frac{y-1}{3} = 0 \end{cases}$$

$$4^{\circ} \begin{cases} x - 2y = 1 \\ -3x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$9^{\circ} \begin{cases} \frac{x}{5} - y = \frac{3}{2} \\ \frac{3x}{6} + \frac{3}{4} = \frac{y}{4} \end{cases}$$

$$14^{\circ} \begin{cases} \frac{1}{3} - \frac{3x-y}{6} = 0 \\ \frac{2x+1}{3} - \frac{y-2}{4} = 1 \end{cases}$$

$$5^{\circ} \begin{cases} 5x + 6y - 10 = 0 \\ 2x + 4y - 2 = 0 \end{cases}$$

$$10^{\circ} \begin{cases} \frac{3x}{2} - \frac{4y}{3} - 1 = 0 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{5} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$15^{\circ} \begin{cases} \frac{x-6}{6} - \frac{y-4}{3} = 0 \\ \frac{x}{3} - 1 + \frac{y-1}{2} = 0 \end{cases}$$

$$16^{\circ} \begin{cases} 5x = y \\ 6x - y = 5 \end{cases}$$

$$21^{\circ} \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y-4}{3} = 0 \\ \frac{x}{3} - \frac{7-3y}{6} = 0 \end{cases}$$

$$17^{\circ} \begin{cases} x = 28 - y \\ 3x = 19y - 48 \end{cases}$$

$$22^{\circ} \begin{cases} 2(x-1) = 3(y-1) \\ 3x - 2(y+2) = 0 \end{cases}$$

$$18^{\circ} \begin{cases} 12x = 6 - 11y \\ 3y - 2x = 28 \end{cases}$$

$$23^{\circ} \begin{cases} -3(x-y) = 2 \\ 4(x-1) - 3(y-2) = 1 \end{cases}$$

$$19^{\circ} \begin{cases} \frac{x+3y}{11} = 1 \\ \frac{5y-68}{3} = x-1 \end{cases}$$

$$24^{\circ} \begin{cases} 2(x-4) - 3(y-1) = -1 \\ 3(2x-4) - 4(y-3) = 5 \end{cases}$$

$$20^{\circ} \begin{cases} \frac{6x-11y}{2} = 23 \\ \frac{5x-7y}{2} - 17 = 0 \end{cases}$$

$$25^{\circ} \begin{cases} \frac{4x}{5} - y = \frac{17}{5} \\ 2x - \frac{7y}{6} = \frac{11}{6} \end{cases}$$

$$26^{\circ} \begin{cases} 3x - y + \frac{x-3}{2} = \frac{1}{2} \\ x - \frac{3y-2}{4} = 2 \end{cases}$$

$$27^{\circ} \begin{cases} \frac{x-1}{8} = 2 - \frac{y-2}{5} \\ \frac{2y-5}{3} = 21 - 2x \end{cases}$$

$$28^{\circ} \begin{cases} y - \frac{3y+4}{10} = x - \frac{x-4}{3} \\ y - \frac{y-2}{2} = x - \frac{2x-5}{5} \end{cases}$$

$$34^{\circ} \begin{cases} \frac{2x-3}{2} - \frac{y}{3} = -2 \\ \frac{x-2}{3} + \frac{y+3}{2} = 1+y \end{cases}$$

$$29^{\circ} \begin{cases} \frac{y-3}{3} - \frac{x-5}{6} = 1 \\ \frac{x+4}{3} + \frac{y+1}{2} = \frac{25}{6} \end{cases}$$

$$35^{\circ} \begin{cases} \frac{x-y}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{x+y}{4} \\ 2 - \frac{x-7y}{31} = 0 \end{cases}$$

$$30^{\circ} \begin{cases} \frac{2y-x}{3} + x - 3y = -\frac{4}{3} \\ x + \frac{3y}{2} - \frac{2x+y}{2} = 2 \end{cases}$$

$$36^{\circ} \begin{cases} 24 - \frac{7y-8}{2} = 5x \\ \frac{2x+13}{3} - 3x = 4y + \frac{y-6}{2} \end{cases}$$

$$31^{\circ} \begin{cases} \frac{4x-5}{3} - 2y + 3 = 0 \\ 1 + y - \frac{3x+5}{4} = 0 \end{cases}$$

$$37^{\circ} \begin{cases} \frac{3x-2}{6} - \frac{y-3}{4} = 0 \\ \frac{2x-1}{3} - \frac{2y-1}{5} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$32^{\circ} \begin{cases} y - \frac{2y+3x}{4} = \frac{y+15}{5} \\ x + \frac{3y-5}{5} = \frac{4x}{3} + 5 \end{cases}$$

$$38^{\circ} \begin{cases} 2x + y = 3b \\ x - y = 3a \end{cases}$$

$$33^{\circ} \begin{cases} \frac{2x+2y}{4} - y = x - \frac{y+15}{5} \\ \frac{4x+15}{3} - x - 4 - \frac{3y-5}{5} = 0 \end{cases}$$

$$39^{\circ} \begin{cases} ax + by = -2ab \\ bx - ay = a^2 - b^2 \end{cases}$$

**CORRECTION**NAM Pages 218 - 219

$1^\circ S = \{(1; -2)\}$

$6^\circ S = \{(3; 1)\}$

$11^\circ S = \{(-9; 15)\}$

$2^\circ S = \{(-2; 0)\}$

$7^\circ S = \{(4; 0)\}$

$12^\circ S = \{(-\frac{10}{3}; -2)\}$

$3^\circ S = \{(0; -1)\}$

$8^\circ S = \{(-16; -9)\}$

$13^\circ S = \{(\frac{8}{5}; \frac{1}{5})\}$

$4^\circ S = \{(-4; \frac{-5}{2})\}$

$9^\circ S = \{(-\frac{5}{2}; -2)\}$

$14^\circ S = \{(4; 10)\}$

$5^\circ S = \{(\frac{7}{2}; \frac{-5}{4})\}$

$10^\circ S = \{(10; \frac{21}{2})\}$

$15^\circ S = \{(\frac{12}{7}; \frac{13}{7})\}$

$16^\circ S = \{(5; 25)\}$

$22^\circ S = \{(\frac{14}{5}; \frac{11}{5})\}$

$28^\circ S = \{(10; 12)\}$

$17^\circ S = \{(22; 6)\}$

$23^\circ S = \{(1; \frac{5}{3})\}$

$29^\circ S = \{(1; 4)\}$

$18^\circ S = \{(-5; 6)\}$

$24^\circ S = \{(-\frac{1}{10}; -\frac{7}{5})\}$

$30^\circ S = \{(5; 2)\}$

$19^\circ S = \{(-10; 7)\}$

$25^\circ S = \{(-2; -5)\}$

$31^\circ S = \{(5; 4)\}$

$20^\circ S = \{(4; -2)\}$

$26^\circ S = \{(0; -2)\}$

$32^\circ S = \{(0; 10)\}$

$21^\circ S = \{(2; 1)\}$

$27^\circ S = \{(9; 7)\}$

$33^\circ S = \{(3; 5)\}$

$34^\circ S = \{(-\frac{11}{14}; -\frac{6}{7})\}$

$36^\circ S = \{(7; -2)\}$

$38^\circ S = \{(a + b; b - 2a)\}$

$35^\circ S = \{(4; -2)\}$

$37^\circ S = \{(-\frac{39}{4}; -\frac{107}{6})\}$

$39^\circ S = \{(-b; -a)\}$

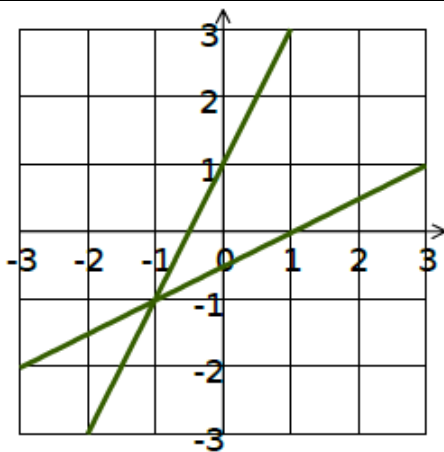
**CORRECTION**

Question 6. RÉSOUDRE PAR MÉTHODE GRAPHIQUE

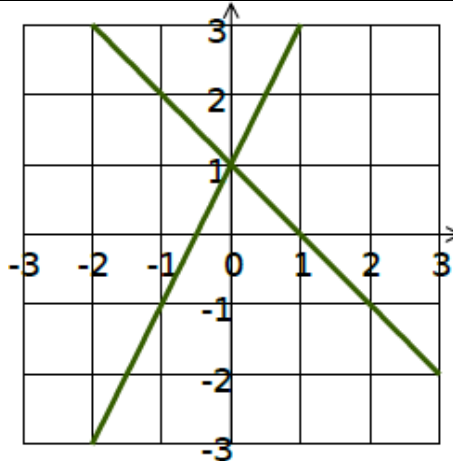
Le professeur a demandé de résoudre graphiquement le système suivant :
 Pour la résolution, les élèves lui proposent les graphiques ci-dessous.

$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

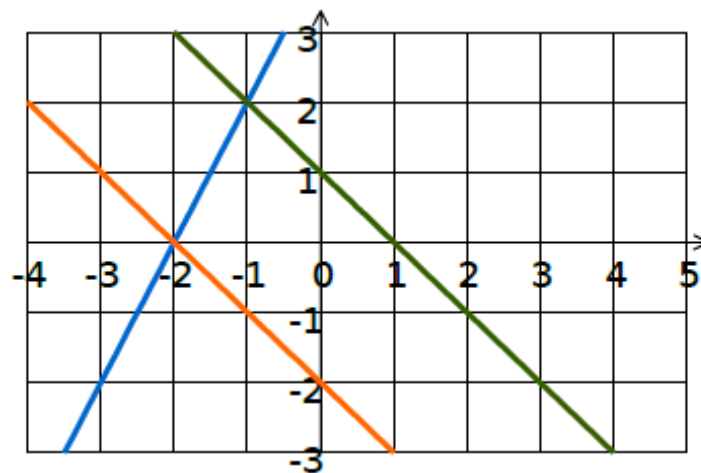
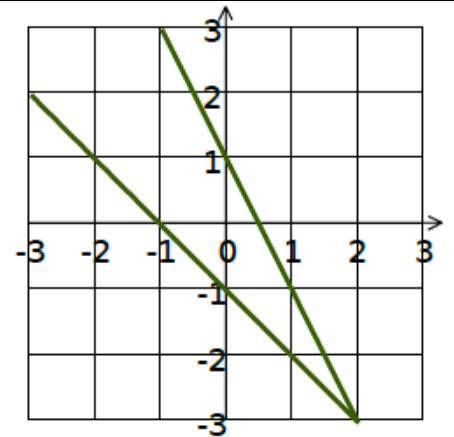
graphique ①



Graphique ②



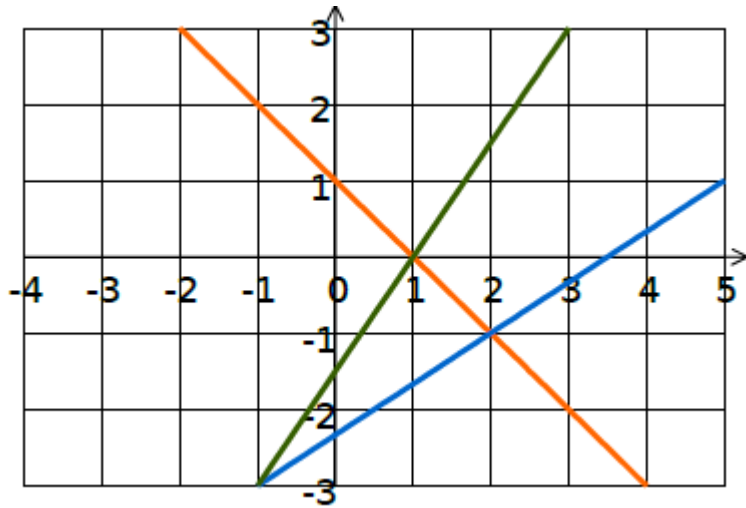
Graphique ③



$$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = -x - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -x - 2 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$



| | | |
|--|--|--|
| | | |
| $\begin{cases} x+y=1 \\ 2x-3y=7 \end{cases}$ | $\begin{cases} 3x-2y=3 \\ 2x-3y=7 \end{cases}$ | $\begin{cases} x+y=1 \\ 3x-2y=3 \end{cases}$ |

D) Problèmes à deux inconnues

Exemple

Un cheval et un mulet, portant un lourd fardeau, allaient côté à côté.

Le cheval se plaignait du poids excessif de son fardeau :

« De quoi te plains-tu ? » lui dit le mulet. « Si je te prends un sac, ma charge sera deux fois plus lourde que la tienne.

Mais si tu prends un sac de mon dos, ton fardeau sera égal au mien. »

Dites-nous, mathématiciens éclairés de 3B,

combien de sacs portait le cheval et combien en portait le mulet ?

4°) Choix des inconnues : soit x est le nombre de sacs du cheval

Soit y est le nombre de sacs du mulet

5°) Mise en équation :

Equation 1 :

| | | |
|--|--------------------|--------------------|
| Si je prends un sac | $x - 1$ | (Charge du cheval) |
| ma charge | $y + 1$ | (Charge du mulet) |
| sera deux fois plus lourde que la tienne | $y + 1 = 2(x - 1)$ | |

Equation 2 :

| | | |
|--------------------------------|-----------------|--------------------|
| si tu prends un sac de mon dos | $y - 1$ | (Charge du mulet) |
| ton fardeau | $x + 1$ | (Charge du cheval) |
| sera égal au mien | $y - 1 = x + 1$ | |

Le système du premier degré à deux inconnues à résoudre est

$$\begin{cases} y + 1 = 2(x - 1) \\ y - 1 = x + 1 \end{cases}$$

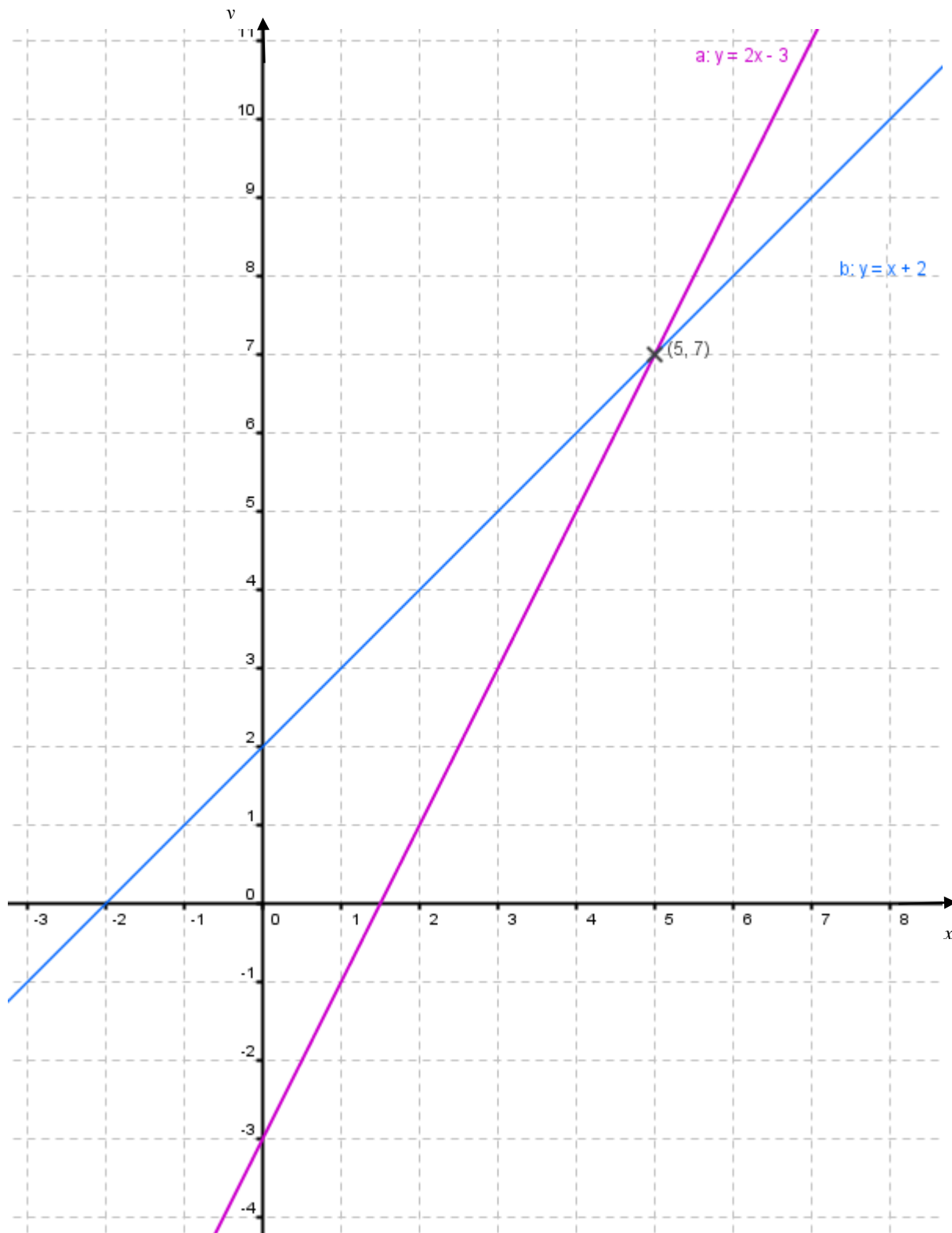
6°) Résolution de ce système

| | | |
|--|---|---|
| $\Leftrightarrow \begin{cases} y + 1 = 2x - 2 \\ y - 1 = x + 1 \end{cases}$ | $\begin{cases} y - 2x = -3 & & 1 & & 1 \\ y - x = 2 & & -1 & & -2 \end{cases}$ | |
| $\Leftrightarrow \begin{cases} y - 2x = -2 - 1 \\ y - x = 1 + 1 \end{cases}$ | <p style="text-align: center;">Éliminons les y</p> $\begin{cases} y - 2x = -3 \\ -y + x = -2 \end{cases}$ <hr style="border: 1px solid blue;"/> $-x = -5$ $x = 5$ | <p style="text-align: center;">Éliminons les x</p> $\begin{cases} y - 2x = -3 \\ -2y + 2x = -4 \end{cases}$ <hr style="border: 1px solid blue;"/> $-y = -7$ $y = 7$ |
| $\Leftrightarrow \begin{cases} y - 2x = -2 - 1 \\ y - x = 1 + 1 \end{cases}$ | <p style="text-align: center;">Solution :</p> <div style="border: 2px solid blue; padding: 5px; display: inline-block; margin-left: 100px;"> $S = \{ (5 ; 7) \}$ </div> | |
| $\Leftrightarrow \begin{cases} y - 2x = -3 \\ y - x = 2 \end{cases}$ | | |

7°) Interprétation du problème

Le cheval portait ...5...sacs et le mulet en portait ...7.....

8°) Vérification : relire le problème



Le cheval portait ...5...sacs et le mulet en portait ...7.....



[Corrigé NAM problèmes](#)