Corrigé

UAA 3

Approche graphique de fonctions

UAA 4

Fonctions du premier degré

Révisions

Corrigé

Documents rédigés par Mr Julien Esposito

Révisions pour le bilan 3 – UAA3/UAA4

Modalités du Bilan 3

Le bilan dure 1 heure de cours. Il se déroulera le ...Vendredi...03...mai...2019.....................

Ce jour, tu as besoin d'un bic bleu, d'un bic à quatre couleurs, d'un crayon gris, de fluo, d'un Tipp-ex, d'une gomme, d'une **équerre Aristo,** d'une calculatrice et deux feuilles de brouillons maximum.

AUCUN matériel ne pourra être échangé pendant le bilan. **L'élève qui ne possèdera pas son matériel se débrouillera sans.**

L'utilisation du GSM durant l'épreuve entraînera une **cote nulle**.

Il est évident que tu dois avoir fait tous les exercices des révisions ainsi qu'une majorité des exercices du cours pour préparer au mieux ce bilan.

Matières

UAA3 : Approche graphique d'une fonction

- **Définir une fonction et connaître les notions de relation, variable dépendante, variable indépendante**.
- Déterminer si un graphique est celui d'une fonction ou non.
- Déterminer les éléments caractéristiques d'une fonction à partir de son graphique : domaine et ensemble-image, points d'intersection de son graphique avec les axes, ordonnée à l'origine, image d'un réel, zéro(s), signe, croissance et décroissance.
- Ecrire les parties de $\mathbb{R}$ où une fonction est positive, négative ou nulle et construire le tableau de signe correspondant.
- Déterminer les parties $\mathbb{R}$ de où une fonction est croissante ou décroissante et construire le tableau de variation correspondant.
- Résoudre un problème nécessitant la recherche d'éléments caractéristiques du graphique d'une fonction.

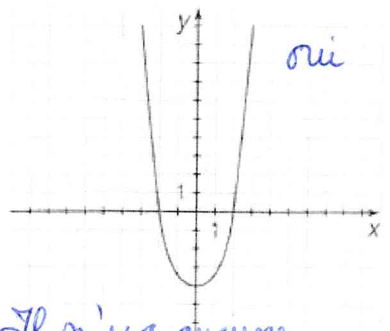
UAA4 : Fonction du premier degré

- Associer tableau de nombres – graphique – expression analytique.
- Identifier les paramètres m et p dans un tableau de valeurs, sur un graphique ou à partir d'une expression analytique.
- Tracer le graphique d'une fonction du premier degré et d'une fonction constante.
- Déterminer les paramètres m et p d'une fonction répondant à certaines conditions (retrouver l'équation d'une fonction).
- Déterminer l'image d'un réel par une fonction du premier degré ou par une fonction constante.
- Vérifier algébriquement et graphiquement l'appartenance d'un point du plan au graphique d'une fonction du premier degré ou d'une fonction constante.
- Déterminer algébriquement et graphiquement la coordonnée du point d'intersection des graphiques de deux fonctions du premier degré et/ou constantes.
- Résoudre un problème qui nécessite l'utilisation de fonctions, d'équations ou d'inéquations du premier degré.

UAA3 – Approche graphique d'une fonction

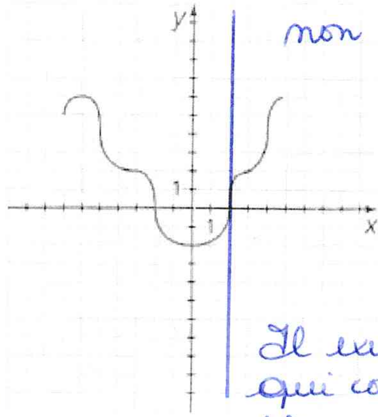
1) Parmi les graphiques suivants, quels sont ceux d'une fonction ? Justifie.

a)



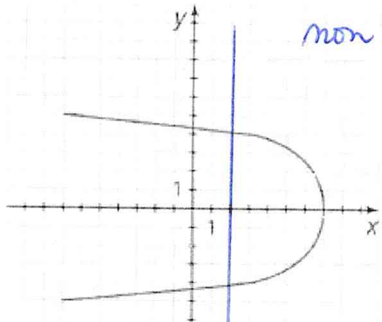
oui

b)



non

c)

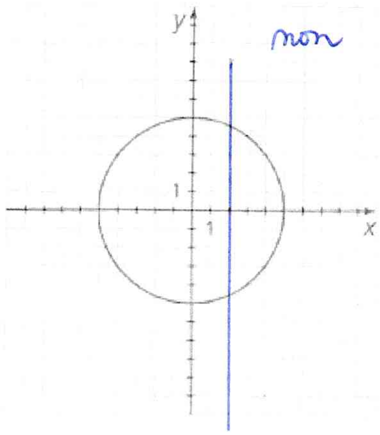


non

Il n'y a aucune droite verticale qui coupe le graphique en plus d'un point.

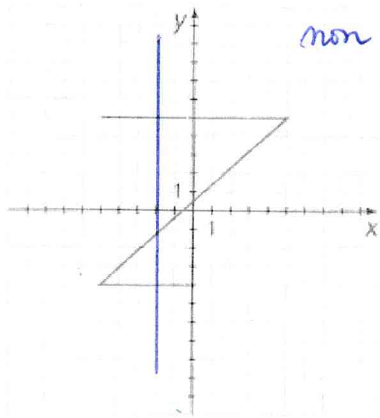
Il existe une droite verticale qui coupe le graphique en plus d'un point.

d)



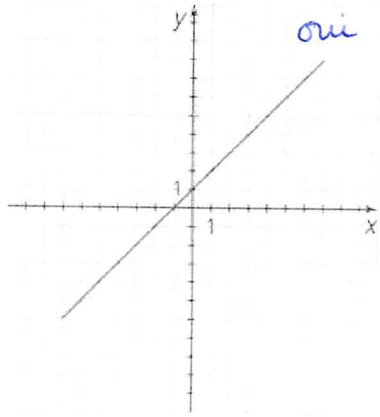
non

e)



non

f)



oui

2) Voici un tableau de valeurs correspondant à une fonction f.

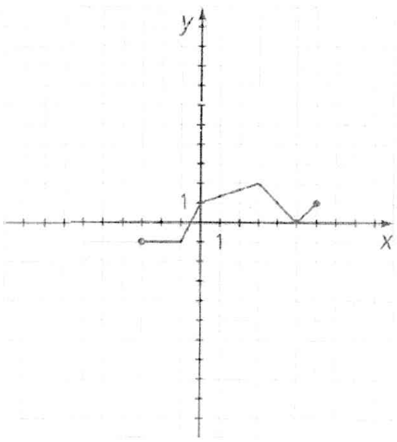
x	-4	-2	0	1	2	5
$f(x)$	16	4	0	1	4	25

a) Quelle est l'image de -2 par cette fonction ? 4

b) Quel nombre a pour image 25 ? 5

c) Quels sont les nombres qui ont la même image par la fonction f ? -2 et 2

3) Graphique de fonctions.



Détermine :

a) $g(0) =$ 1

b) $g(3) =$ 2

c) $g(5) =$ 0

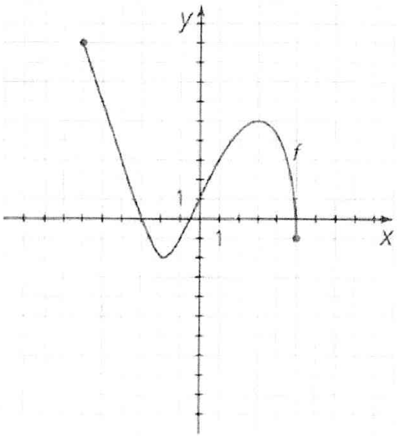
d) l'antécédent de 1 = 0 et 4 et -1 = -3, -2 et -1

e) dom$g$: $[-3\,;\,6]$

f) im$g$: $[-1\,;\,2]$

g) racines de g = $-0{,}5$ et 5

h) ordonnée à l'origine : 1



Détermine :

a) dom$f$: $[-6 ; 5]$

b) im$f$: $[-2 ; 9]$

c) $f(1) =$ 3

d) $f(3) =$ 5

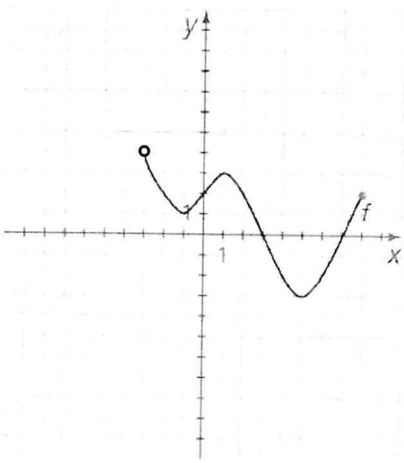
e) l'antécédent de 6 = -5

f) l'antécédent de 3 = -4, 1 et 4,5

g) l'antécédent de 9 = -6

h) la (les) racine(s) : -3, $-0,5$ et 5

i) l'ordonnée à l'origine = 1



a) dom$f$: $]-3 ; 8]$

b) im$f$: $[-3 ; 4[$

c) les antécédents par f de 0 : 3 et 7

d) l'image par f de -3 : /

e) $f(1) =$ 3

f) les antécédents par f de -2 : 4 et 6

g) $f(-1) =$ 1

h) l'ordonnée à l'origine : 2

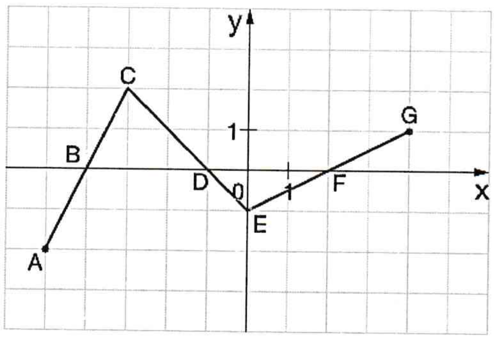
i) les racines : 3 et 7

j) les antécédents par f de 2 : -2, 2 et 8

4) Voici le graphique de la fonction f.

a) Choisis la (les) bonne(s) réponse(s) parmi les intervalles proposés.

dom f •	• $[-5 ; -3]$
im f •	• $[-5 ; 4]$
f est croissante •	• $[-4 ; -1]$
f est positive •	• $[-2 ; 2]$
	• $[0 ; 4]$
	• $[2 ; 4]$



5) Complète :

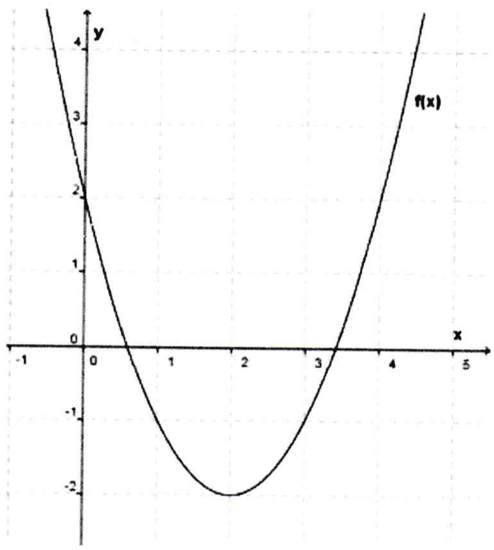
a) L'image de 2 est ...-2... ou $f(2) =$ ...-2

b) Les abscisses des points dont -1 est l'image sont ...1...
et ...3...

c) Les coordonnées du point d'intersection du graphique avec l'axe **des ordonnées** sont (0 ; 2), donc l'ordonnée à l'origine est ..2..

d) Les coordonnées des points d'intersection du graphique avec l'axe **des abscisses** sont (0,6 ; 0) et (3,4 ; 0), donc les racines (ou zéros) de la fonction sont ..0,6 et 3,4

e) Le point $(2; -2)$ **appartient-il** au graphique ?...Oui

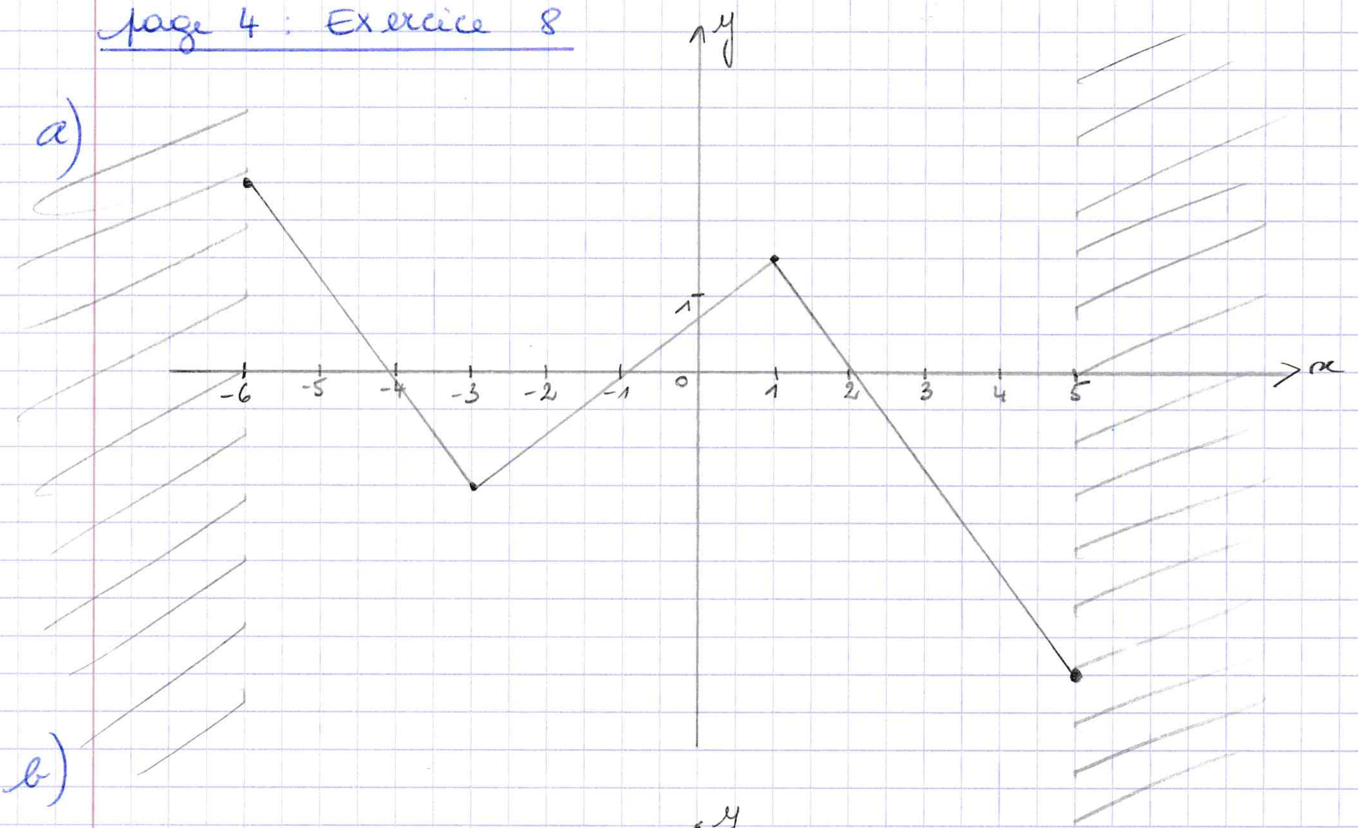


page 4 : Exercice 8

Il y a plusieurs solutions possibles.

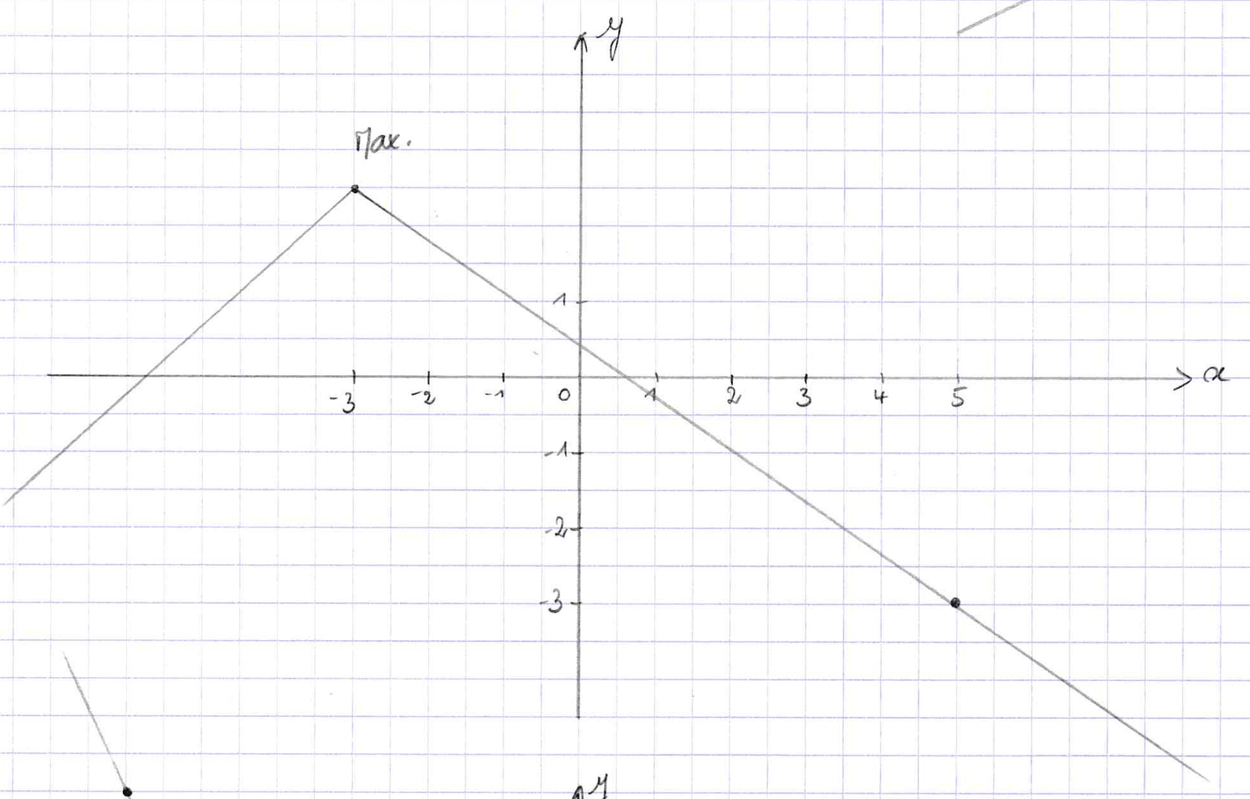
a)

Exemple



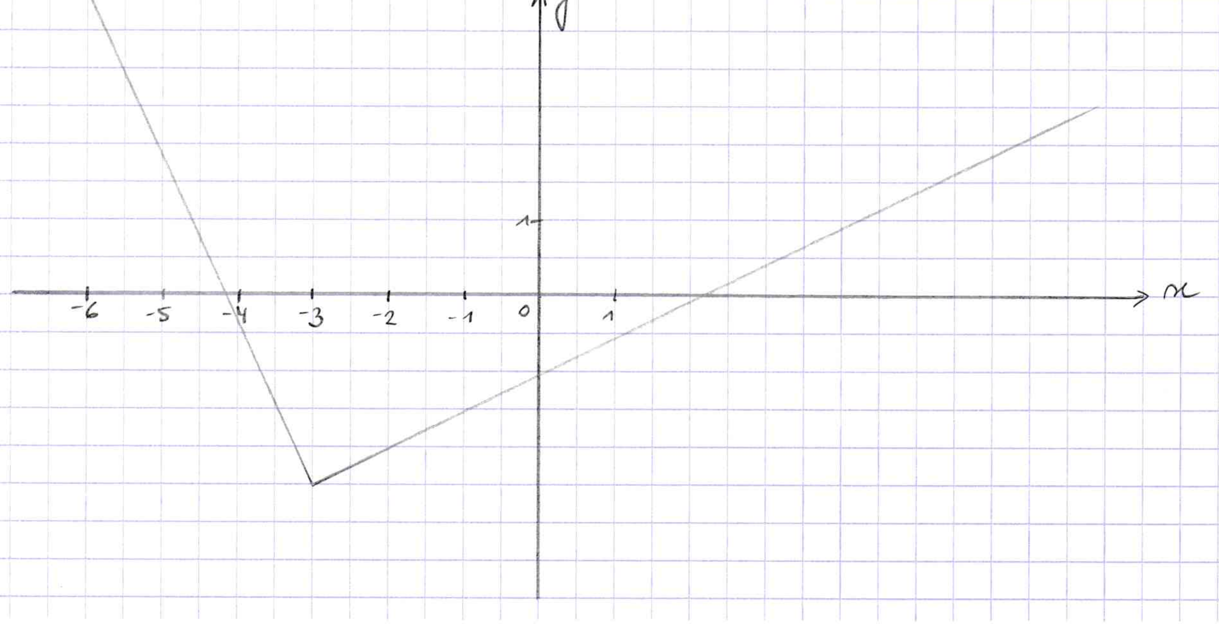
b)

Exemple



c)

Exemple



f) Quel est **le domaine** de cette fonction ? Domf = $\mathbb{R}$

g) Quel est **l'ensemble image** de cette fonction ? Imf = $]-2 ; +\infty[$

h) La fonction f est **positive** sur $]-\infty ; 0,6] \cup [3,4 ; +\infty[$

i) La fonction f est **strictement décroissante** sur $]-\infty ; 2[$

j) Dessine **le tableau de signe** de cette fonction et **le tableau de variation** de cette fonction.

x		0,6		3,4	
$f(x)$	+	0	−	0	+

x		2	
$f(x)$	↘	−3 Min. absolu	↗

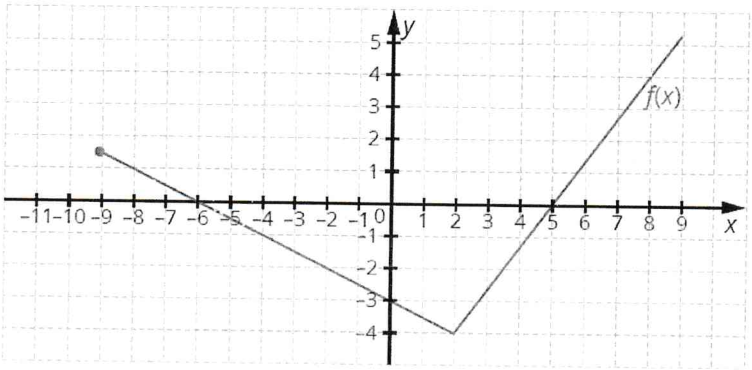
6) Complète.

a) Domf = $[-9 ; +\infty[$

b) Im f = $[-4 ; +\infty[$

c) La fonction f est **négative** sur $[-9 ; 2]$

d) La fonction f est **strictement décroissante** sur $]2 ; +\infty[$



e) Dessine **le tableau de signe** de cette fonction et **le tableau de variation** de cette fonction.

x	//////	−9		−6		5	
$f(x)$	//////	1,5	+	0	−	0	+

x	//////	−9		2	
$f(x)$	//////	1,5 Max local	↘	−4 Min absolu	↗

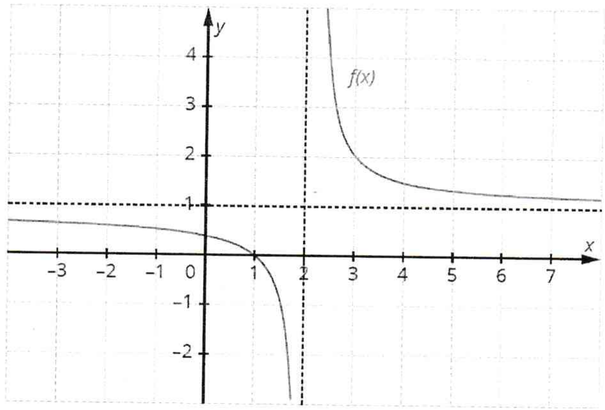
7) Complète.

a) Domf = $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

b) Im f = $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

c) La fonction f est **strictement positive** sur $]-\infty ; 1[\cup]2 ; +\infty[$

d) La fonction f est **strictement décroissante** sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$



e) Dessine **le tableau de signe** de cette fonction et **le tableau de variation** de cette fonction.

x		1		2	
$f(x)$	+	0	−	///	+

x		2	
$f(x)$	↘	///	↘

8) Trace les graphiques des fonctions correspondant aux conditions suivantes : (sur feuille annexe)

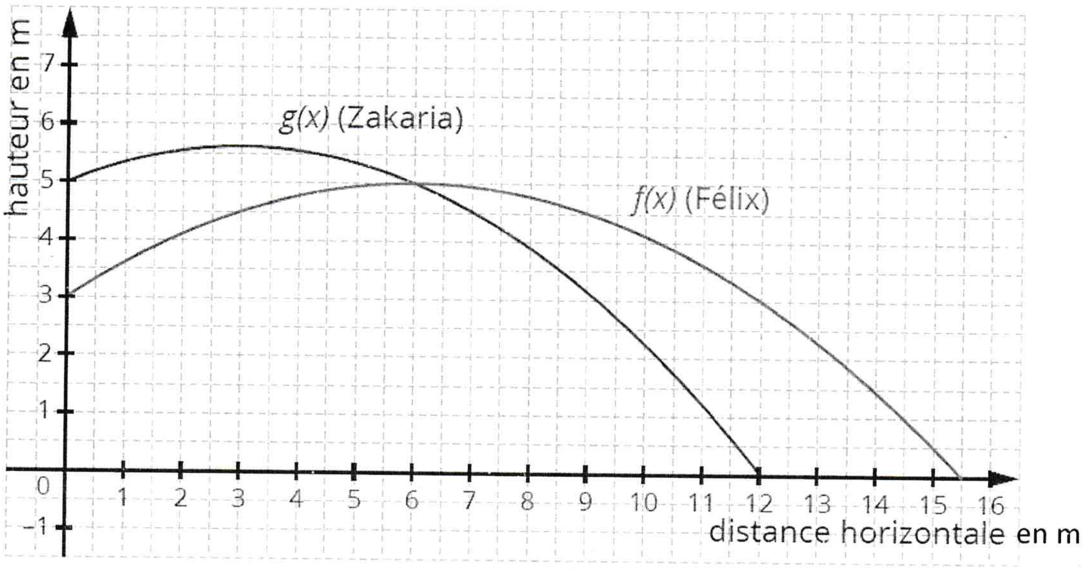
a) Dom f = [−6 ; 5]
f est décroissante pour $x \in [-6 ; -3]$ et pour $x \in [1 ; 5]$

b) $f(5) = -3$ et f possède un maximum pour $x = -3$

c) $f(-6) = 4$ et f est croissante pour $x \in [-3 ; 1]$

9) Lecture de graphique.

Félix et Zakaria lancent un caillou depuis deux hauteurs différentes. Sur le graphique ci-dessous, la fonction *f(x)* représente la trajectoire du caillou lancé par Félix et *g(x)* représente la trajectoire du caillou lancé par Zakaria.
Réponds aux questions suivantes en lisant le graphique :



a) Lequel des deux se trouve le plus haut au moment du lancer ?

Le caillou de Zakaria

b) Quel caillou arrive le plus loin ? à quelle distance du point de lancement ?

Le caillou de Félix, à 15,5 mètres

c) Sur quel intervalle de distance horizontale le caillou de Félix se trouve -t-il plus haut que celui de Zakaria ?

[6 ; 15,5]

d) À quelle distance du point de départ le caillou de Zakaria atteint-il sa hauteur maximale ?

A 3 mètres

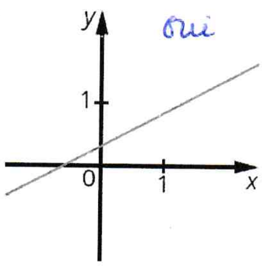
e) Sur quel intervalle le caillou de Félix descend-il ?

[6 ; 15,5]

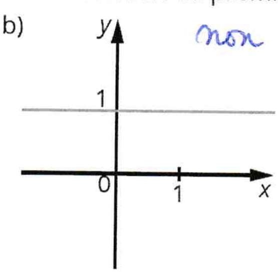
UAA4 – Fonction du premier degré

1) Quels graphiques représentent une fonction du premier degré ?

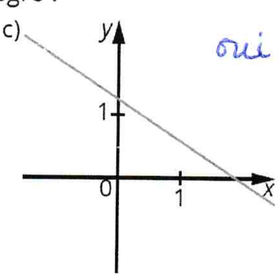
a) oui



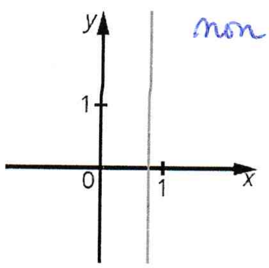
b) non



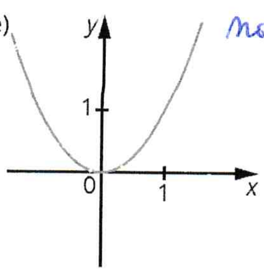
c) oui



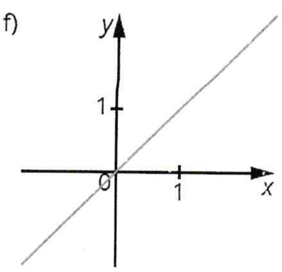
d) non



e) non



f) oui



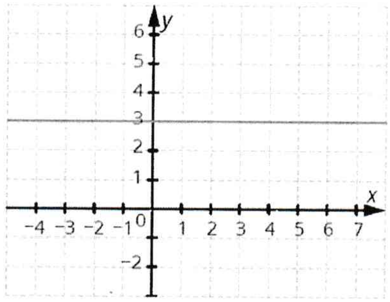
2) Associe tableau de valeurs, expression algébrique et graphique :

1)

x	-2	0	1
$f(x)$	4	0	-2

a) $f(x) = 3x + 2$

I.

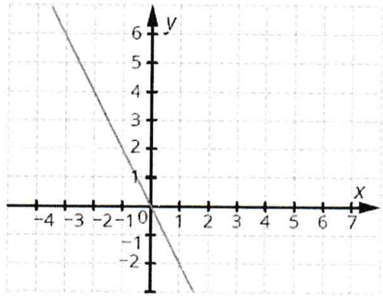


2)

x	-1	0	1
$f(x)$	3	3	3

b) $f(x) = -2x$

II.

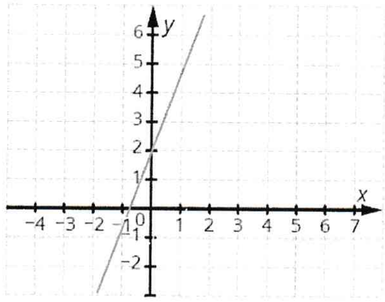


3)

x	1	2	3
$f(x)$	5	8	11

c) $f(x) = 3$

III.



4)

x	-2	1	2
$f(x)$	-12	3	8

d) $f(x) = 5x - 2$

IV.

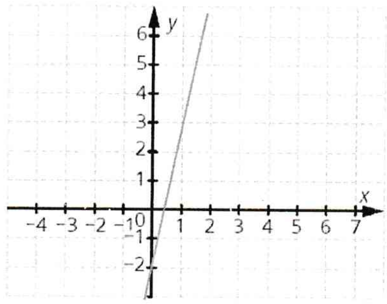


Tableau de valeurs	Expression algébrique	Graphique
1	b	II
2	c	I
3	a	III
4	d	IV

3) Dans chaque cas, le point P appartient-il au graphique de la fonction proposée ?

Coordonnées de P	(1 ; 3)	(1 ; -4)	(2 ; -3)	(-5 ; 2)	(0 ; 0)
f(x)	$3x$	$-3x - 2$	$-\frac{3}{2}x$	$\frac{2}{5}x$	ax
Oui – Non ?	$3 \cdot 1 \stackrel{?}{=} 3$ oui	$-3 \cdot 1 - 2 \stackrel{?}{=} -4$ $-3 - 2 \neq -4$ non	$-\frac{3}{2} \cdot 2 \stackrel{?}{=} -3$ oui	$\frac{2}{5} \cdot (-5) \stackrel{?}{=} 2$ non	fonction linéaire oui

4) Dans chacun des cas suivants, le point P appartient au graphique de la fonction f.

Complète les coordonnées de P en calculant la valeur manquante.

$f(x)=2x+3$	$f(x)=3x-2$	$f(x)=4-x$	$f(x)=3-2x$
$2.0+3=$ $0+3=3$	$3x-2=0$ $3x=2$ $x=\frac{2}{3}$	$4-2=2$	$3-2x=1$ $-2x=-2$ $x=1$
$P(0;3)$	$P(\frac{2}{3};0)$	$P(2;2)$	$P(1;1)$

5) Voici huit fonctions.
Complète la première colonne en répondant par oui ou non. Dans le cas d'une réponse affirmative, complète les colonnes suivantes.

	La fonction est-elle du 1er degré ?	Le graphique est-il une droite passant par l'origine ?	Quel est le coefficient de direction ?	La fonction est-elle croissante ou décroissante ?	Quelle est la racine de la fonction ?
$f_1(x)=3x+2$	oui	non	3	↗	$-\frac{2}{3}$
$f_2(x)=2x^2$	non	/	/	/	/
$f_3(x)=-2x+1$	oui	non	-2	↘	$\frac{1}{2}$
$f_4(x)=\frac{5}{x}$	non	/	/	/	/
$f_5(x)=3x$	oui	oui	3	↗	0
$f_6(x)=\frac{x}{2}-1$	oui	non	$\frac{1}{2}$	↗	$\frac{1}{\frac{1}{2}}=1.2=2$
$f_7(x)=\frac{-x+3}{2}$	oui	non	$-\frac{1}{2}$	↘	$\frac{-\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}.\frac{2}{1}=3$
$f_8(x)=\sqrt{2}$	non	/	/	/	/

6) *Établis le tableau de signe des fonctions suivantes :*

$y=2x+4$ racine : $\frac{-4}{2}=-2$

x		-2	
$f(x)$	$-$	0	$+$

$y=-3x+1$ racine : $\frac{-1}{-3}=\frac{1}{3}$

x		$1/3$	
$f(x)$	$+$	0	$-$

$y=5x$ racine : $\frac{0}{5}=0$

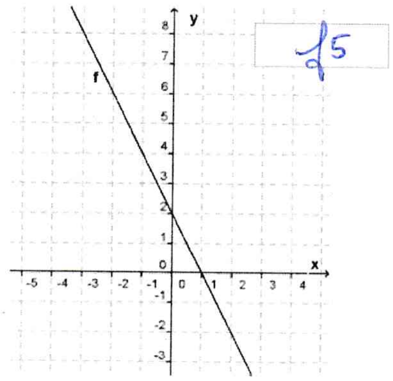
x		0	
$f(x)$	$-$	0	$+$

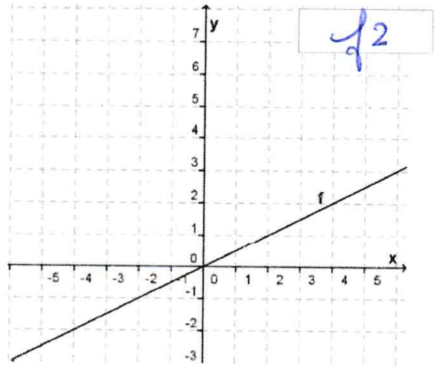
$y=-x+5$ racine : $\frac{-5}{-1}=5$

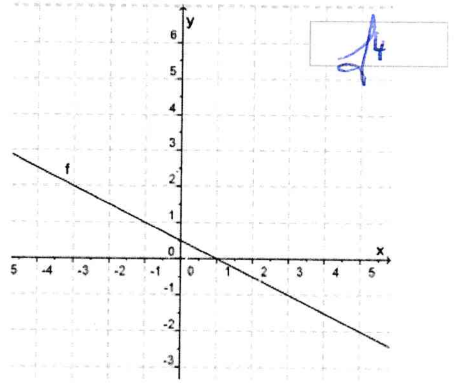
x		5	
$f(x)$	$+$	0	$-$

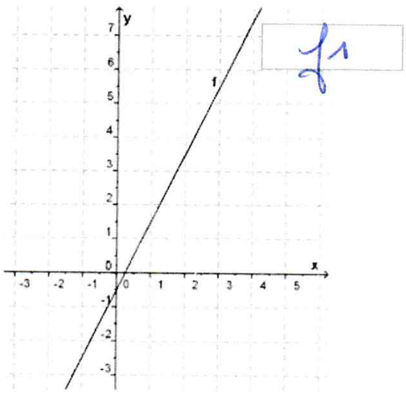
7) Associe chaque représentation graphique à la fonction qui lui correspond.

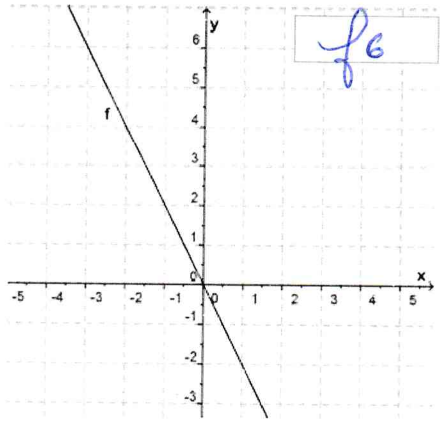
$f_1(x)=2x-\frac{1}{2}$ $\quad f_2(x)=\frac{1}{2}x$ $\quad f_3(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ $\quad f_4(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ $\quad f_5(x)=-2x+2$ $\quad f_6(x)=-2x$

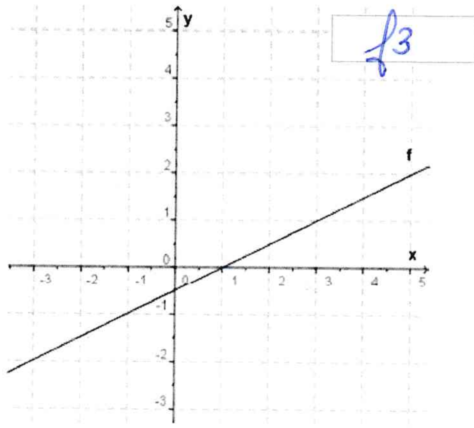








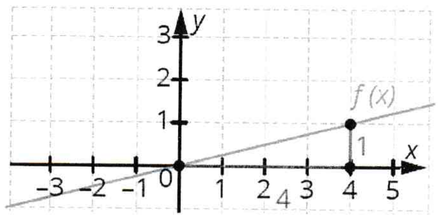




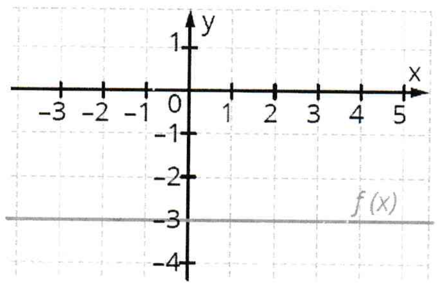
8) Détermine l'expression algébrique des fonctions suivantes :

Feuille annexe

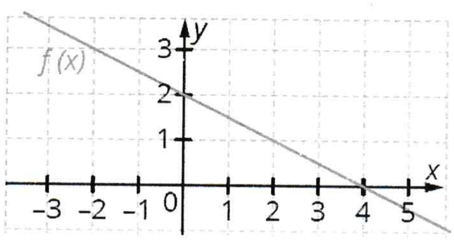
a)



b)



c)



d)

x	−3	−1	1	3
$f(x)$	2	1	0	−1

e) Le graphique de la fonction *f(x)* est une droite dont le coefficient angulaire *m* vaut 5 et qui passe par le point *A* de coordonnées (0 ; −1).

f) Le graphique de la fonction *f(x)* est une droite passant par les points *A*(−1 ; 2) et *B*(1 ; 4).

g) Le graphique de la fonction f(x) est parallèle à celui de la fonction j(x) = -3x – 5 et passe par le point C(3 ; -2).

a	b	c	d	e	f	g
f(x) = $\frac{1}{4}x$	f(x) = -3	f(x) = $-\frac{1}{2}x+2$	f(x) = $-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$	f(x) = $5x-1$	f(x) = $x+3$	f(x) = $-3x+7$

page 8 : Exercice 8

a) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1-0}{4-0} = \frac{1}{4}$ $p = 0$

$f(x) = \frac{1}{4}x$

b) $f(x) = -3$

c) $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-0}{0-4} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$ $p = 2$

$f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$

d) $(-3;2)$ et $(-1;1)$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-1}{-3+1} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$

$p = \quad 2 = -\frac{1}{2}.(-3) + p$

$2 = \frac{3}{2} + p$

$\frac{4}{2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \rightarrow p = \frac{1}{2}$

$f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

e) $m = 5$ et $A(0;1)$

$p \Rightarrow -1 = 5.0 + p$

$-1 = 0 + p$

$p = -1$

$f(x) = 5x - 1$

f) $A(-1;2)$ et $B(1;4)$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-2}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$

$p = \quad 2 = 1.(-1) + p$

$2 = -1 + p$

$p = 3$

$f(x) = x + 3$

g) $m = -3$ et $C(3;-2)$

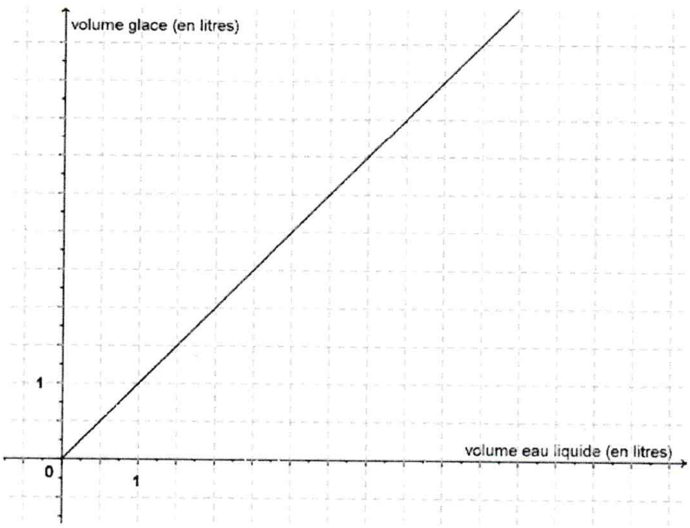
$p \Rightarrow -2 = -3(3) + p$

$-2 = -9 + p$

$p = 7$

$f(x) = -3x + 7$

9) Le graphique ci-dessous représente le volume de glace formée en fonction du volume d'eau. En utilisant le graphique, réponds aux questions suivantes.



1) Quel est le volume de glace obtenu à partir de 3 litres de liquide ?

3 litres de glace

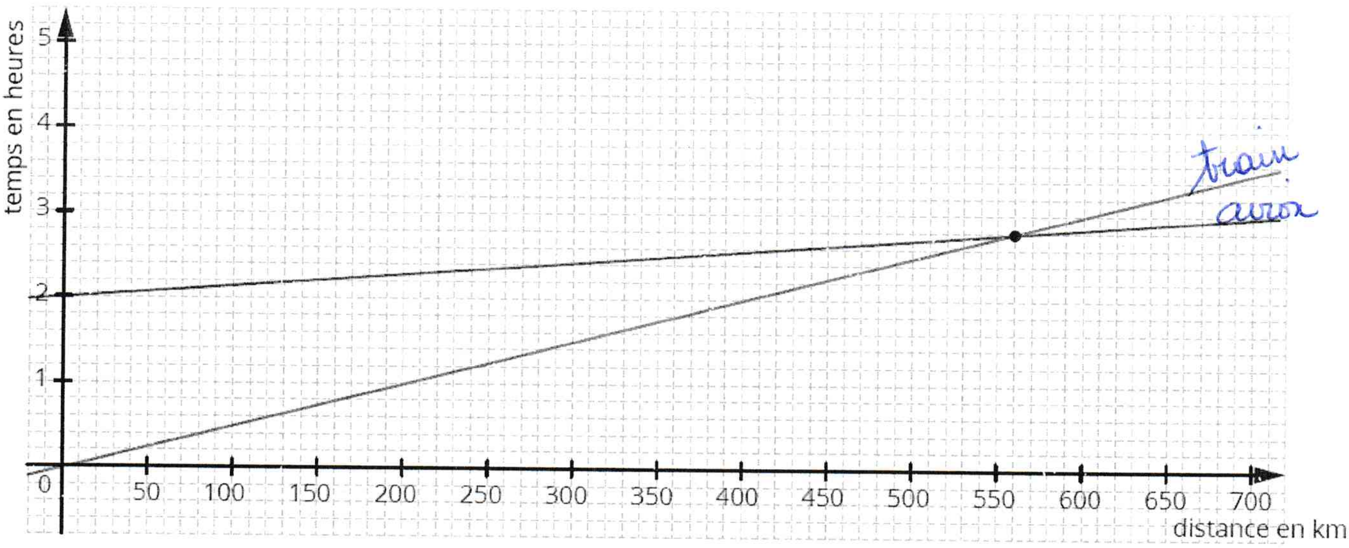
2) Quel volume d'eau liquide faut-il mettre à geler pour obtenir 5 litres de glace ?

5 litres d'eau liquide.

3) Le volume de glace est-il proportionnel au volume d'eau liquide ? Justifie. Oui
Toute situation de proportionnalité peut être modélisée par une fonction linéaire.

10) L'avion est plus rapide que le train. Oui, mais pour l'avion il faut compter une heure de plus à l'embarquement et une heure de plus au débarquement. Pour le train, on peut embarquer tout de suite.

Voici le graphique du temps en fonction de la distance pour ces deux moyens de transport, sachant qu'un train atteint une vitesse moyenne de 200 km/h et l'avion une vitesse de 700 km/h.



a) Quel moyen de transport est le plus intéressant pour aller de Bruxelles à Lyon, sachant que la distance qui sépare ces deux villes est de 700 km ? Explique.

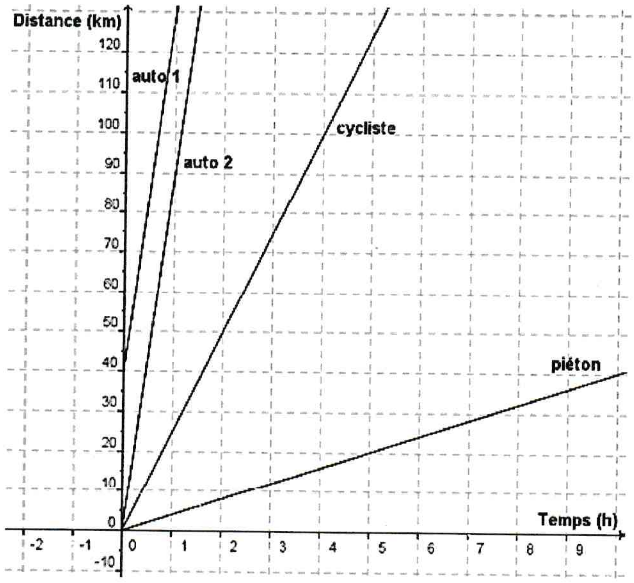
L'avion est plus intéressant car il prend moins de temps.
A 700 km, la droite représentant l'avion est en-dessous de celle du train.

b) En lisant le graphique, détermine pour quel nombre de kilomètres chaque moyen de transport est-il le plus intéressant. Explique.

Jusque 560 km, le train est plus intéressant.
A partir de 560 km, l'avion sera plus rapide.

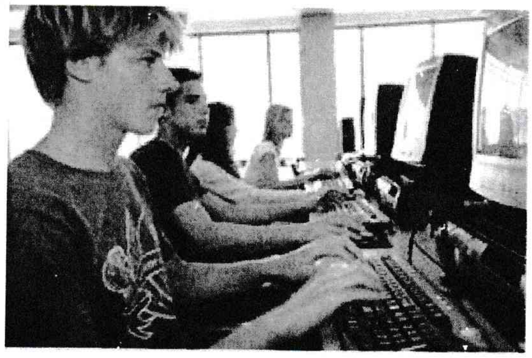
11) Sur ce graphique, quatre fonctions sont représentées. Elles expriment les distances parcourues par un piéton, par un cycliste et par deux voitures en fonction du temps.

Etablis leur expression respective.



- auto 1 : $f(x) =$ $90x + 40$
- auto 2 : $f(x) =$ $90x$
- cycliste : $f(x) =$ $25x$
- piéton : $f(x) =$ $4x$

12) Sur **feuille annexe.**



Un fournisseur d'accès à Internet via le réseau mobile 3G propose à ses clients trois formules d'abonnement.

Une formule A offre un libre accès à Internet pour un forfait de 60 € par mois. → 60

Une formule B propose un tarif de 4 € l'heure de connexion. → $4.x$

Une formule C comporte un abonnement fixe de 20 € par mois auquel s'ajoute le prix des connexions au tarif de 2 € l'heure. → $2x + 20$

a) Trois amis s'interrogent sur la meilleure formule à choisir. Sachant que Laurent se connecte 7 h 30 par mois, Alexis 15 h et Renaud 30 h, aide-les à trouver la formule qui est la plus avantageuse pour chacun d'eux.

b) Dans un même repère cartésien, représente le prix à payer pour chaque formule en fonction du nombre d'heures de connexion.

c) Utilise ces graphiques pour répondre aux questions ci-dessous.
   (1) Pierre se connecte 10 h par mois, quel conseil peux-tu lui donner ?
   (2) Adeline, qui avait choisi la formule B a payé 50 €. Combien de temps a-t-elle été connectée ? Son choix était-il judicieux ? Explique.
   (3) À partir de combien de temps de connexion, la formule A est-elle la plus avantageuse ?

d) Pour chaque tarif, exprime le prix (y) en fonction du nombre d'heures de connexion (x).

page 10 :

Ex. 11 auto 1 // auto 2

- piéton : $m = \frac{20}{5} = 4$ et $p = 0$

  $f(x) = 4x$

- cycliste : $m = \frac{100}{4} = 25$ et $p = 0$

  $f(x) = 25x$

- auto 2 : $m = \frac{90}{1} = 90$ et $p = 0$

  $f(x) = 90x$

- auto 1 : m (// auto 2) $\rightarrow m = 90$ et $p = 40$

  $f(x) = 90x + 40$

Ex 12 :

a)

	A 60	B $4x$	C $2x+20$
Laurent : 7h30	60 €	$4 . 7,5 =$ 30 €	$2 . 7,5 + 20 =$ 35 €
Alexis : 15h00	60 €	$4 . 15 =$ 60 €	$2 . 15 + 20 =$ 50 €
Renaud : 30h00	60 €	$4 . 30 =$ 120 €	$2 . 30 + 20 =$ 80 €

Laurent : formule B

Alexis : formule C

Renaud : formule A.

b)

c) (1) Pierre peut choisir la formule B ou la formule C.

(2) Adeline s'est connectée 12 h30.
Elle aurait dû choisir la formule C, elle aurait payé moins cher : 45 €.

(3) A partir de 20 heures, la formule A est la plus avantageuse.

d) A ⇒ $f(x) = 60$

B ⇒ $f(x) = 4x$

C ⇒ $f(x) = 2x + 20$